

La demostración en el currículo de educación básica

Cintha Alborno, Daniel Fernández, Glenny Lagos, Carolina Salas, César Vergara

Universidad San Sebastián, Sede Concepción, Chile.
daniel.fernandez@uss.cl

Resumen

El presente trabajo busca entregar una propuesta didáctica, sustentada en la tipología de prueba de Nicolas Balacheff (2000), para desarrollar la habilidad de demostrar en el eje de Geometría. La propuesta responde tanto a los resultados deficientes en diferentes pruebas, nacionales e internacionales, que miden la calidad de la educación, como a la necesidad que surge por los ajustes curriculares realizados por el Ministerio de Educación (2012) que reubican el desarrollo de esta habilidad en la educación básica, y que antes se hacía presente inicialmente en la educación media y se profundizaba en la educación superior, según sea la carrera profesional escogida. Se espera contribuir a la comunidad docente con una herramienta didáctica innovadora diseñada para generar razonamiento en los estudiantes y así lograr la aprehensión conceptual.

Planteamiento del problema:

La enseñanza de la matemática siempre ha

sido fuente de preocupaciones para profesores y apoderados. A lo largo de la historia de la Educación, el aprendizaje de la matemática ha presentado constantes obstáculos y dificultades en la mayoría de los estudiantes. Además, en los últimos años han existido diversos cambios en el currículo nacional, con el último ajuste se introdujeron las Bases Curriculares, que son orientaciones respecto a lo que debe enseñarse en cada asignatura perteneciente a los planes de estudio de aquel, propuestas por el Ministerio de Educación de Chile para la educación básica. En dichas bases se indica para la asignatura de matemática que se debe desarrollar la habilidad de demostrar, tanto en el eje de Geometría como en el de Álgebra (Ministerio de Educación, 2012), volviéndose complejo para docentes el enseñar algo cuya noción no es del todo clara.

A esto se suma que en el año 2013, en la evaluación nacional SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación), por primera vez se aplicó la prueba a los sextos básicos. En Matemática los puntajes promedios van desde 227 en colegios municipales a 300 en particulares pagados, lo que indica que el rendimiento está muy por debajo de lo esperado. (Agencia de Calidad de la Educación, 2013, p. 29-33)

Además, en dos grandes pruebas internacionales que miden y analizan el rendimiento y logros educativos en los estudiantes, se tiene por una

parte que “por primera vez Chile alcanza el primer lugar de Latinoamérica en todas las áreas evaluadas: Matemática, Lectura y Ciencias.” (Agencia de Calidad de la Educación, 2013, p. 11), sin embargo, se ubica muy por debajo de los demás países participantes, ya que, “Chile se encuentra a 71 puntos del promedio de la OCDE y entre el lugar 50-52 de los 65 países evaluados.” (Ibid, p. 16). Cabe destacar que en matemática, el país obtuvo 423 puntos y que, en esta misma área, un 52% de los estudiantes demuestra no poseer una base mínima de preparación para enfrentar los desafíos que impone la sociedad moderna (Ibid, p. 13). Por otra parte, en la prueba TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2011, el puntaje promedio obtenido por los estudiantes de 4^o básico en Matemática, es de 462 puntos. Esto indica que el 23% de los estudiantes chilenos queda fuera de los niveles de clasificación y solamente el 2% alcanza el nivel Avanzado. Un 33% alcanza solo el nivel Bajo, que corresponde a capacidades y conocimientos básicos en Matemática. Por otro lado, 30% de los estudiantes llega al nivel Intermedio, ellos logran aplicar conocimientos básicos en situaciones sencillas. Solamente el 12% de los estudiantes chilenos ha alcanzado el nivel Alto, lo que indica que logran aplicar su conocimiento y comprensión para resolver problemas matemáticos. (Agencia de Calidad de la Educación, 2013, p. 14 – 16)

Lo anteriormente expuesto ha influido considerablemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por esto las metodologías de los docentes deben ir modificándose para que estén acordes con lo que el nuevo currículo exige, y en consecuencia, el promover el desarrollo de nuevas habilidades en los alumnos se vuelve esencial.

La didáctica de la matemática es una disciplina que se ocupa del estudio de los fenómenos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje ligados al saber matemático. Por lo expuesto anteriormente, se hace evidente la necesidad de utilizar teorías basadas en aquella disciplina, ya que cumplen una función de guía para lograr exitosamente el aprendizaje significativo de los conocimientos matemáticos.

Nuestro trabajo es una propuesta para la enseñanza de la habilidad de demostrar, en estudiantes de 6^o año básico, en la cual se utilizó como sustento teórico, la tipología de prueba de Nicolas Balacheff (2000), que consiste en una descripción de las tipologías de pruebas que suelen presentar los estudiantes cuando se les solicita realizar una demostración de alguna propiedad matemática.

La motivación para llevar a cabo esta propuesta es complementar y aportar a las investigaciones referentes al tema de la demostración, debido a que es una habilidad compleja por el nivel de abstracción que se requiere para realizarla. Es por eso que se considera necesario realizar un análisis de la información disponible y una propuesta con un sustento teórico apropiado, lo cual será de suma relevancia para los docentes de matemática.

Además, se espera que el alumno sea capaz de construir su propio conocimiento a través de la teoría, que está sustentada en una concepción constructivista. La idea principal es presentar un instrumento innovador para que los docentes puedan trabajar con sus alumnos y así generar un aprendizaje significativo, logrando en ellos el desarrollo del razonamiento y el pensamiento crítico.

Objetivos

I. Reflexionar en torno a los métodos de enseñanza de las demostraciones en educación básica planteados por el Ministerio de Educación a través de las bases curriculares y textos de estudios.

II. Proponer una propuesta didáctica sustentada en la tipología de prueba de Nicolas Balacheff, para ser utilizada por estudiantes de educación básica como acercamiento a la demostración matemática.

III. Analizar la propuesta didáctica sustentada en la tipología de prueba de Nicolas Balacheff, como herramienta heurística en la construcción de la noción de demostración matemática.

Marco teórico

La Tipología de Prueba de Nicolas Balacheff (2000), es un modelo centrado en el Razonamiento Matemático. Este modelo clasifica las pruebas proporcionadas por los estudiantes en dos tipos: las Pragmáticas y las Intelectuales; cuando los docentes logran comprender las diferencias entre éstas, pueden utilizarlas en beneficio de promover en los alumnos una apropiada forma de razonar y construir los conocimientos. Para explicarlas utilizaremos un ejemplo del álgebra: "Probar que la suma de tres números naturales consecutivos, es siempre múltiplo de tres." ³

Las Pruebas Pragmáticas son aquellas que están

ligadas a la acción, a la experimentación y la justificación, que se realizan a través de material concreto con el fin de asegurar la validez de un enunciado. Dentro de estas pruebas pragmáticas encontramos tres categorías:

1. El empirismo ingenuo, es cuando el estudiante afirma que un enunciado es verdadero después de observar que se cumple en determinadas circunstancias. En este caso el estudiante diría: $3 + 4 + 5 = 12$ es múltiplo de 3; $5 + 6 + 7 = 18$ es múltiplo de 3 extrayendo la conclusión a partir de un número acotado de casos.

2. La experiencia crucial escoge una experimentación cuyo efecto permite distinguir entre dos suposiciones, siendo verdadera sólo una de ellas. Se generaliza a partir de un caso lo menos particular posible, por ejemplo: $350000 + 350001 + 350002 = 1050003$

3. Por último, tenemos el ejemplo genérico que se refiere a que el estudiante escoge un ejemplo cualquiera y afirma que el enunciado es verdadero tras comprobar que se cumple para dicho ejemplo, avanzando hacia una formulación más general, para el ejemplo:

" $4 + 5 + 6 = 4 + (4 + 1) + (4 + 2) = (4 \times 3) + 3$ y pasa lo mismo si en vez de 4 pongo cualquier otro número."

Las Pruebas Intelectuales, requieren de un razonamiento específico e interiorizado, en el cual se dejan de lado los objetos materiales, transitando de lo concreto a lo abstracto del pensamiento. Dentro de las pruebas intelectuales encontramos tres categorías:

³ Dirección Provincial de Educación Superior y Capacitación Educativa. (2008). Los alumnos como productores de conocimiento matemático. San Bernardo, Argentina.

1. La experiencia mental se sustenta en la independencia de la representación de un objeto, con el razonamiento. Se consideran ejemplos que no son tomados como elementos de convencimiento, pero sirven para estructurar la justificación o apoyar la argumentación. En el ejemplo presentado se darían respuestas como: "Si pienso un número, el que sigue tiene uno más y el que sigue tiene dos más. Si los sumo tengo 3 y tres veces el primer número."

2. La demostración es un tipo de prueba que presenta una sucesión de enunciados que se organizan siguiendo un orden definido, cada uno de los cuales es una definición, un axioma, un teorema (demostrado previamente) o un postulado, utilizando un lenguaje reconocido por la comunidad matemática. En el ejemplo, aunque en forma resumida, sería:

"Sean n , $n+1$ y $n+2$ tres números naturales consecutivos, se tiene qué:

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)"$$

3. Por último, tenemos el cálculo sobre enunciados, que trata de pruebas autónomas de la experiencia y donde no se trabaja ni con ejemplos ni con dibujos. Crean razonamiento o construcciones intelectuales fundamentadas en teorías formalizadas que se originan en una definición o propiedad basándose en la transformación de expresiones simbólicas formales.

Las actividades de demostración en que los alumnos desarrollan la capacidad de elaborar procedimientos de resolución frente a un problema que después tendrán que demostrar a partir de argumentos que puedan convencer a otros de su veracidad: "La demostración es una herramienta esencial de prueba; ésta conduce

a un ejercicio práctico, que hace posible la comunicación y la evaluación a la vez." (Balacheff, 2000, p.2)

Metodología

El presente estudio busca establecer la relación existente entre la aplicación de un método de enseñanza basado en la Tipología de Prueba de Nicolas Balacheff (2000) y el desarrollo de la habilidad de demostración en geometría. Se busca establecer la relación existente entre las variables en estudio, es decir, confirmar la hipótesis de que la propuesta de enseñanza colabora para construir un razonamiento geométrico en la habilidad de demostrar. Por lo anterior, se deduce que la investigación tendrá una lógica deductiva, ya que lo que se pretende es confirmar la hipótesis planteada.

Se considerarán dos variables: la variable dependiente será el desarrollo de la habilidad de demostrar, en las estudiantes de 6to año básico, que comprenden edades entre 11 y 13 años, del Colegio España en Concepción "La variable dependiente no se manipula, sino que se mide para ver el efecto que la manipulación de la variable independiente tiene en ella." (Hernández, Fernández, Baptista, 2010, p. 123) y la variable independiente será la propuesta didáctica sustentada en la Teoría de Procesos de Prueba de Balacheff. Las variables se definen en detalle a continuación:

Habilidad de Demostrar: Corresponde a una habilidad de razonamiento matemático, que los estudiantes deben desarrollar; es necesario para ello comprender el concepto de demostración:

"El tipo de prueba dominante en matemáticas tiene una forma particular. Se trata de una

serie de enunciados que se organizan siguiendo un conjunto bien definido de reglas (...) Lo que caracteriza a las demostraciones como género del discurso es su forma estrictamente codificada."

(Balacheff, 2000, p. 13)

Propuesta didáctica sustentada en la Tipología de Prueba de Balacheff: Dicha propuesta consiste en realizar un conjunto de actividades secuenciadas según las tipologías de pruebas definidas por el autor, comenzando desde actividades básicas con apoyo de material concreto, es decir, pruebas pragmáticas, hasta actividades más complejas que requieren del desarrollo del pensamiento abstracto en las estudiantes, es decir, pruebas intelectuales.

Se ha escogido para el desarrollo de la propuesta, el contenido de sexto año básico correspondiente al Teorema de la Suma de los Ángulos Interiores de un Triángulo: "Demostrar de manera concreta, pictórica y simbólica que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° y de un cuadrilátero es 360° ." (Ministerio de Educación, 2012)

Así, las actividades iniciales están orientadas a que los estudiantes observen ejemplos de triángulos y mediante la medición de sus ángulos y la suma de ellos, se aventuren a conjeturar que esta suma siempre es 180° . Posteriormente se les invita a realizar una verificación de su conjetura, aún con material concreto, mediante el uso de un triángulo de papel que deben recortar, para ubicar los ángulos de manera de formar un ángulo extendido y visualizar que la suma de los tres, efectivamente es 180° . A continuación, se introduce el apoyo del software Cabri para mostrar que podemos modificar los vértices de un triángulo y la propiedad continúa

cumpléndose. Todo lo anterior se desarrolla en el ámbito de las pruebas pragmáticas. El objetivo es ir acercando gradualmente a los estudiantes a las pruebas intelectuales para conseguir que desarrollen la habilidad de demostrar. Para esto, se ha diseñado una actividad que mediante la utilización de los conocimientos previos referentes a ángulos entre paralelas cortadas por una secante, va guiando a los estudiantes hacia una verdadera demostración. Finalmente, se debe comprender que por ser el primer acercamiento que tienen los alumnos a una habilidad tan compleja como la demostración, no se puede esperar que comprendan de inmediato toda la rigurosidad ni el lenguaje formal que esto requiere, por lo que la actividad final, se realiza mediante términos pareados, entregándoles una serie de sentencias que deben ordenar según lo observado hasta el momento, de modo de poder utilizarlo como base para la redacción de una verdadera demostración del Teorema trabajado.

El estilo utilizado en el presente estudio es el Cuantitativo, ya que se utilizará información cuantificable y medible, la que se obtendrá a partir de la recolección y el análisis de datos numéricos, que permitirán contestar a la pregunta de investigación y establecer con exactitud la influencia de la propuesta didáctica en la muestra escogida.

Se ha optado por utilizar un diseño con preprueba, posprueba y grupo de control; en este tipo de diseño se incluyen dos grupos, a los cuales se les aplica en forma simultánea una preprueba, que permitirá diagnosticar el estado de la variable dependiente, en este caso la habilidad de demostrar, antes de aplicar la propuesta. Posteriormente, uno de los grupos recibe el tratamiento experimental, en este caso la propuesta didáctica basada en Balacheff (2000), mientras que el grupo control no lo

recibe. Al final de la intervención, se aplicará una posprueba para medir el desarrollo de la variable dependiente. Los grupos utilizados serán, sexto año A y sexto año B del colegio España de la comuna de Concepción. De lo anterior, se desprende que el diseño utilizado es de tipo cuasiexperimental, ya que por medio de las actividades propuestas se manipulará una de las variables, la habilidad de demostrar, con el objetivo de obtener una mejora significativa en esta, sin embargo, no se puede tener un control absoluto de la conformación de los grupos a los que se aplicará la propuesta ni de otras variables que pudieran influir en los resultados obtenidos. (Hernández, Fernández, Baptista, 2010, p. 140)

La unidad de análisis que se utilizará, serán alumnos de 6º año básico, la población escogida corresponde a los estudiantes de dicho nivel pertenecientes a establecimientos municipales de la comuna de Concepción y, dentro de esta población, se ha escogido como muestra a las alumnas de 6º año básico del Colegio España. Se ha optado por una muestra no probabilística, el criterio utilizado para la selección de la muestra es por conveniencia, ya que por las limitaciones de tiempo resulta más factible realizar la propuesta en un colegio determinado. Con respecto a la temporalidad, el presente estudio es de corte transversal porque no existe continuidad en el eje del tiempo, ya que los datos serán recogidos durante una cantidad de tiempo limitada, aplicando la prueba para medir el desarrollo de la habilidad de demostrar una sola vez sin posteriores repeticiones.

La propuesta presentada, basada en la teoría de Balacheff (2000), se encuentra en la etapa de aplicación, lo que no permite por el momento exponer resultados y determinar su eficacia. Como se expuso previamente, los datos permitirán determinar la validez de la hipótesis,

serán obtenidos a partir de la aplicación de una prueba que medirá el estado de avance en la habilidad de demostrar. Para asegurar la validez y confiabilidad de los datos, dicha prueba será previamente validada por expertos y además se procurará que durante la aplicación de las pruebas no existan otras variables que puedan influir en los resultados obtenidos.

Referencias

- Acuña, C. (1996). *Un modelo de tratamiento didáctico para la enseñanza del razonamiento deductivo y de la demostración en el nivel medio superior. Investigaciones en Matemática Educativa*. México D.F.: Iberoamérica.
- Agencia de Calidad de la Educación. (2013). *Resultados PISA 2012 Chile*. Santiago: Agencia de Calidad de la Educación. Recuperado el 06 de septiembre de 2014 en http://educacion2020.cl/sites/default/files/resultadospisa2012chile_agencia.pdf
- Agencia de Calidad de la Educación. (2013). *Resultados SIMCE 2013 Chile*. Santiago: Agencia de Calidad de la Educación. Recuperado el 17 de septiembre de 2014 en <http://www.agenciaeducacion.cl/resultados-nacionales-simce-2013/>
- Balacheff, N. (2000) *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente, Universidad de los Andes.
- Córdova, M. (2011). *Procesos de Argumentación mediante el uso de Pruebas Pragmáticas en un AGD con estudiantes de grado séptimo. (Trabajo de grado para optar por el título de Licenciada en educación Básica con énfasis en matemáticas)*. Universidad del Valle, Santiago de Cali.
- De León, A., De León, L. (2013). *Cómo enseñar problemas de demostración en educación básica*. Cd. Madero: Instituto Tecnológico. Recuperado el 23 de septiembre de 2014 en <http://funes.uniandes.edu.co/4577/1/LeonComoCiaem2013.pdf>
- Dreyfus, T. (2000) *La demostración como contenido a lo largo del currículum*. En Gorgorió i Solá, M. (coord.) *Matemáticas y educación: retos y cambios des-*

de una perspectiva internacional. Madrid: Graó, pp. 126-134.

Godino, J., Recio, A. (2001) *Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación Matemática*. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 3 (19), 405-414. Recuperado el 24 de septiembre de 2014 en <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v19n3p405.pdf>

Padilla, R. (2009). *Exámenes masivos internacionales y nacionales. ¿Encuentros o desencuentros?* *Revista Perfiles Educativos*, 123 (31), 44-59. Recuperado el 07 de septiembre de 2014 en http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982009000100004&lng=es&tlng=es
