

El Teorema de Tales en la formación inicial de profesores de educación media: El tránsito entre los enfoques sintético y vectorial

Daniel Farías Rojas, Carolina Henríquez Rivas

Universidad Alberto Hurtado, Chile

dfariasr85@gmail.com, carohenriquezrivas@gmail.com

Resumen

El propósito de este reporte es mostrar los avances obtenidos en una investigación que trata sobre el aprendizaje del Teorema de Tales en la formación inicial de profesores de Matemática, en relación a la articulación entre los enfoques geométricos sintético y vectorial. El trabajo se sustenta en la teoría Espacio de Trabajo Matemático (ETM), específicamente se analiza el ETM de referencia del futuro profesor. Esta investigación pretende aportar en la formación inicial de profesores y entregar herramientas teóricas para el profesor de secundaria.

Antecedentes

La investigación tiene como propósito la problemática general que alude a la enseñanza del Teorema de Tales, como es su paso de un enfoque sintético a uno vectorial, en la formación inicial de profesores de matemática, ya que según los Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Media para

Matemática (MINEDUC 2012), en el estándar 15 de Geometría dice:

“Conoce la articulación de los contenidos con vectores con otros presentes en el Currículo escolar” (p. 121)

Por lo tanto, un profesor debería saber articular, por ejemplo el Teorema de Tales con el concepto de vector y eso no queda claro al revisar, en general, los programas de estudio de las carreras de Pedagogía en Matemática que tienen en sus programas cursos de Geometría en los cuales se incluye el Teorema de Tales tanto en su demostración como en su aplicación, pero sólo se muestra que se enseña en su forma euclidiana, sin coordenadas y nada se dice sobre su vinculación a un enfoque vectorial.

Al parecer esta dicotomía en la enseñanza del Teorema de Tales en los futuros profesores está afectando la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes a nivel escolar de dicho Teorema, el cual es parte de los contenidos del Currículo Escolar de Segundo Año Medio (MINEDUC 2011).

Según las publicaciones (“psu en El Mercurio”, 2007–2014) de preguntas de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) que hace el Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo (DEMRE), más del 60% de los estudiantes no responde bien u omite las preguntas referidas al tema.

Lo anterior puede deberse a la forma en que se les enseña geometría a los futuros profesores de las escuelas de pedagogía, las que tienen un enfoque formal, estructurado y con parcelación del conocimiento (Aravena & Caamaño, 2013) lo que ha provocado que ellos reproduzcan este tipo de enseñanza en las escuelas, teniendo como consecuencia que los estudiantes no logren comprender los conceptos y los procesos geométricos que se les quieren enseñar (Latorre, 2004)

Entonces, según el informe McKinsey (2007), sobre cómo lograron los países que tienen un buen desempeño educativo detentar un alto rendimiento, indica que el conocimiento matemático de un profesor impacta sobremanera en el rendimiento de los estudiantes, pues si posee un alto rendimiento impactará positivamente en el rendimiento de los estudiantes, caso contrario si no posee tal alto rendimiento impactará negativamente en los estudiantes.

Según el trabajo de Cheuquepán y Barbé (2012), los profesores de educación media le dedican más tiempo a temas como Álgebra y Funciones que a Geometría, siendo que en algunos cursos por Currículo escolar se debería dedicar mucho más tiempo a Geometría; o simplemente desplazan tanto los contenidos de Geometría hacia las últimas unidades didácticas de su planificación escolar, llegándose a prescindir de ellos en muchos cursos de nivel medio (Pérez & Guillén, 2009).

El trabajo doctoral de MRabet (2013) realizado en Túnez sobre la articulación entre los enfoques sintético y vectorial en el Teorema de Tales en estudiantes de secundaria, indica que una vez que se ha enseñado el Teorema de Tales con un enfoque sintético y más tarde con un enfoque vectorial, los estudiantes no son capaces de relacionar ambos, pues para ellos son dominios

separados ya que no existe una transición entre ellos.

Esto puede deberse a que, por lo según este autor, no se encuentran transposiciones didácticas sobre el tema o que existen muy pocas por lo que los profesores tienen dificultades al relacionar ambos temas y, por lo tanto, una de las formas de atacar la problemática es en la formación inicial de profesores, ya que como lo dice Latorre, los buenos profesores marcan una clara diferencia en los aprendizajes que logren sus alumnos, en sus rendimientos y, en definitiva, en su éxito escolar.

En lo que sigue se presenta el marco teórico que sustenta la investigación, llamado *Espacio de Trabajo Matemático*.

Marco Teórico

La investigación se hará bajo el Marco Teórico del Espacio de Trabajo Matemático (ETM) que es una ampliación del Espacio de Trabajo Geométrico (ETG) ya que no solamente sirve para la geometría, sino que para la matemática en general. Es un espacio de trabajo organizado para favorecer el trabajo matemático, en un contexto educativo. Que en este caso se aplicará a un concepto de Geometría como lo es el Teorema de Tales. Según Kuzniak (2011) se basa en dos planos: Plano Cognitivo y Plano Epistemológico

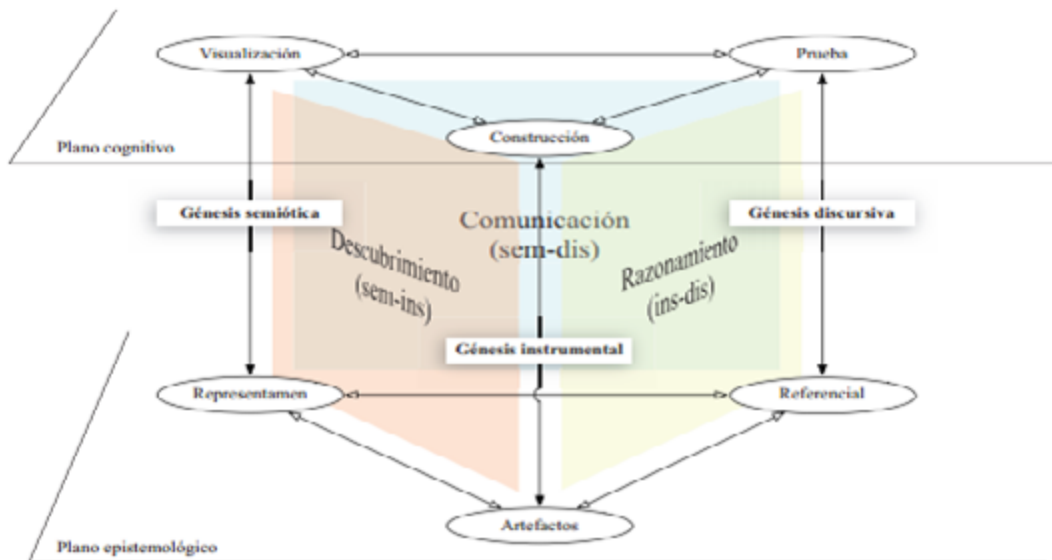
Génesis del ETM: Para describir la relación de estos planos se han considerado tres tipos de génesis (Kuzniak, 2011) que permiten realizar relaciones. Estas génesis no son independientes y se relacionan con las componentes del espacio de trabajo

- Génesis Discursiva: Dará un sentido a las propiedades y definiciones matemáticas para ponerlas al servicio del razonamiento matemático
- Génesis Semiótica: Se basa en los registros de representación semióticos que aseguran los objetos tangibles del ETM, tengan nivel de objeto matemático

operatorio

- Génesis Instrumental: Permite hacer operatorios los artefactos en el proceso constructivo

Lo anteriormente dicho se analizará con el siguiente esquema, según Kuzniak y Richard (2014), Coutat y Richard (2011):



Se analizará en qué ETM trabajan los futuros profesores de matemática, para ello se necesita saber el concepto de paradigma, el cual está inspirado en la noción de Khun (1962):

Paradigma Geométrico: es un conjunto de creencias, técnicas y valores que comparte una comunidad científica y se considerará tal como Kuzniak (2006), tres paradigmas geométricos:

Geometría Natural (GI): Refleja la existencia de una relación con la realidad: objetos materiales, trazos sobre un papel o cualquier otro objeto que pueda ser manipulado que venga hecho o que pueda ser construido, por lo general son dibujos

(líneas, círculos). Por ejemplo, un rectángulo puede ser un televisor que tiene cuatro ángulos rectos. En este paradigma geométrico el modelo geométrico está vinculado al mundo real, se trabaja de forma local.

Geometría Axiomática Natural (GII): A diferencia del anterior, aquí ya se habla de figuras geométricas. El razonamiento de validación se fundamenta en un sistema axiomático. La forma de producir conocimiento es a través de teoremas. Aquí los problemas deben ser explícitos ya que se fundamentan en definiciones y teoremas textuales. Esta geometría se basa en un modelo próximo a la realidad, pero cuando

se tiene que validar se recurre a la axiomática, por ejemplo, cuando tenemos un problema con dibujo, se acepta que la información provenga de él, pero a la hora de validarlo se necesita de una deducción lógica a través de axiomas

Geometría Axiomática Formalista (GIII):

El razonamiento en este paradigma es exclusivamente a través del sistema formal axiomático de la geometría que se utilice; el uso de instrumentos no está permitido, se habla solamente de instrumentos teóricos, así esta geometría no está relacionada con la realidad. Lo que la diferencia del GII es que aquí la axiomática base ya no se relaciona con la realidad, pues tiende a ser completa, no como GII que es local.

También se necesita saber cual es la noción de ETG y sus componentes:

Espacio de Trabajo Geométrico (ETG): Se llama espacio de trabajo geométrico al ambiente que se organiza por personas, ya sean expertos (matemáticos), profesores o estudiantes a la hora de resolver problemas geométricos. Aunque los problemas no son parte del ETG, si son su razón de ser ya que el ETG es el medio en el que trabajarán los problemas geométricos. Existen tres tipos de ETG:

ETG de Referencia: Es el Espacio de Trabajo definido solamente por criterios matemáticos. Se dice que es utilizado por los expertos y se puede considerar como el ETG Institucional de la comunidad matemática.

ETG Idóneo: En este espacio de trabajo se supone una reflexión sobre la organización didáctica de las componentes del ETG de referencia. Alguien que usa naturalmente este espacio es el profesor.

ETG Personal: Es el espacio utilizado por un

estudiante, aunque también puede ser usado por un profesor. Cada uno se apropia de él y lo llena con sus conocimientos matemáticos y sus capacidades cognitivas.

De acuerdo a lo anteriormente expuesto, la necesidad de investigar en esta línea y el marco teórico que sustenta el estudio, es responder a las siguientes preguntas:

¿Cómo se desarrolla el trabajo matemático, con respecto al Teorema de Tales en las escuelas de pedagogía?

¿Cómo se considera el enfoque vectorial en torno al Teorema de Tales en la formación inicial de profesores?

Cabe señalar, que este trabajo se enmarca en una investigación más extensa sobre el tránsito entre los enfoques sintético y vectorial en el Teorema de Tales, donde los objetivos son:

- Estudiar el ETM de Referencia del estudiante, en donde se analizarán los Estándares Orientadores para carreras en Educación Media, el programa de la asignatura de Geometría y las concepciones sobre el Teorema de Tales del profesor formador
- Estudiar el **ETM Personal del estudiante**, en relación a una propuesta de trabajo en que puedan relacionar un enfoque sintético con uno vectorial en el Teorema de Tales

Esta comunicación aborda específicamente el primer objetivo.

Las preguntas se van a intentar responder con el siguiente objetivo:

Formular una propuesta para favorecer el trabajo sobre Teorema de Tales desde el enfoque

sinético a un enfoque vectorial en la formación inicial de profesores.

Para ello, se estudiará el ETM de Referencia del futuro profesor, analizando los Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Media, también se estudiará los programas de la asignatura de Geometría, así como el profesor formador de los futuros profesores.

En lo que sigue se presenta la metodología que sustenta la investigación:

Metodología

La metodología de la investigación se basará en el Estudio de Casos usando un enfoque cualitativo, y un diseño instrumental, según Sandín (2003).

El propósito es estudiar el ETM de Referencia del futuro profesor de matemática, en torno al Teorema de Tales, en el cual se analizarán los siguientes dispositivos:

- Estándares y Programas: Se diseñará una grilla para estudiar el ETM de ambos dispositivos.
- Profesor formador: Se realizará una entrevista, para saber de qué forma enseña el Teorema de Tales a sus estudiantes y cuáles son sus concepciones sobre él.

En lo que sigue, se presentan los resultados obtenidos en la investigación:

Análisis de Resultados

Una vez analizados, los resultados obtenidos una vez que se estudió el ETM de Referencia

del estudiante, permiten obtener la siguiente información:

Los futuros profesores piensan que no hay relación entre ambos enfoques (sinético y vectorial) en el Teorema de Tales ya que la visualización de ambos enfoques es distinta, por lo tanto, si se cambia de registro en el enfoque sinético no es posible, para ellos, articularlo con el enfoque vectorial. En ambos enfoques el artefacto usado es teórico, por lo que están trabajando en el paradigma GII.

Se pretende, con la información analizada, contribuir hacia mejoras en la enseñanza del Teorema de Tales en la formación inicial de profesores, para que así el futuro profesor tenga una mayor comprensión del Teorema, al poder aplicarlo en distintos enfoques con una articulación entre ellos.

Referencias

- Aravena, A. y Caamaño, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule. Talca, Chile. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16 (2), 139-178.
- Cheuquepán, D.; Barbé, J. (2012). Propuesta Didáctica para las traslaciones en el plano Cartesiano con el uso de planilla de cálculo. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 29, 131-154.
- Houdement C., Kuzniak A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 175-193. IREM de Strasbourg.
- Latorre M. (2004). Aportes para el análisis de las racionalidades presentes en las prácticas pedagógi-

- cas. *Estudios pedagógicos*, 30, 75-91.
- MINEDUC (2011). *Currículum escolar Segundo Año medio*, del sitio web de Mineduc:<http://www.curriculumnacional.cl>
- MINEDUC (2012). *Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Media para Matemática*, del sitio web:<http://www.mineduc.cl/usuarios/cpeip/doc/201206011651510.LibroEstAndaresEducaciOnMedia.pdf>
- McKinsey & Company. (2007). *How the World's Best Performing School Systems Have Come Out on Top*. Recuperado de <http://mckinseysociety.com/how-the-worlds-best-performing-schools-come-out-on-top/>
- Mrabet, S. (2013). *Difficultés des élèves autour du théorème de Thalès*. Nantes:17ème école d'été de Didactique des Mathématiques.
- PSU (2007-2014). *Resolución Prueba de Matemática-DEMRE*. Recuperado de: <http://www.demre.cl/publicaciones.htm>.
- Sandín M. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. España: Universidad de Barcelona
-