

Modelación de un móvil sobre una trayectoria en espiral, modulando la amplitud de modelos senosoidales

Francisco Jofré Vidal, Carolina Wa Kay Galarza, Jaime Arrieta Vera

Universidad de Santiago de Chile, Chile. Universidad Autónoma de Guerrero, México.
francisco.jofre@usach.cl, carolina.wakay@usach.cl, jaime.arrieta@gmail.com

Resumen

Este trabajo reporta el análisis de las producciones de estudiantes que participan en un diseño de aprendizaje basado en la modelación del movimiento de un móvil sobre una trayectoria espiral con velocidad constante por modelos senosoidales modulados por exponenciales. Se monta un arreglo experimental donde se filma el móvil y a partir de los datos recogidos con el software Tracker se ajustan gráficamente con el software LDM. Interesa analizar argumentos, herramientas y procedimientos de los estudiantes con la intención de caracterizar procedimientos para la modulación de la amplitud de modelos senosoidales. La metodología de esta investigación es la ingeniería didáctica y la perspectiva teórica en que sustentamos nuestro trabajo es la socioepistemología.

Problemática

Montiel (2005) reporta que los estudiantes al ingresar a la educación superior no poseen una concepción de funcionalidad de los conceptos

trigonométricos, es decir, conservan la noción de razón trigonométrica y sus unidades de medida como instrumento de resolución de problemas que se relacionen con el seno, coseno, tangente y sus inversos. Además, señala que el empleo del círculo trigonométrico como estrategia de enseñanza obstaculiza la construcción de la función trigonométrica en un contexto analítico. Finalmente, concluye que se deben considerar contextos o problemas donde las funciones trigonométricas se usen para explicar fenómenos. Sumado a esto, López (2005) evidencia que generalmente las clases de matemática pretenden el aprendizaje sin experimentación, sin laboratorios, resolviendo problemas de tipo artificial, manipulando fórmulas y operando entes algebraicos, todo esto estando exento de lo que denomina como *ruido de datos*.

Al enlazar los dos puntos de vista antes descritos y como recomiendan Cantoral y Farfán (2004), se concluye que es necesario resignificar la función trigonométrica como herramienta predictiva, despojándola del contexto geométrico-estático de las razones trigonométricas. Dado esto, se propone llevar al aula una propuesta basada en la construcción social de la función seno.

La Modelación como práctica

Entendemos la modelación como una práctica

recurrente de diversas comunidades. La modelación es una práctica social que articula dos entidades con la intención de intervenir en una, llamada el modelo, a partir de la otra, llamada lo modelado. La primera fase de la modelación es la interacción con el fenómeno o la experimentación en sentido amplio. El planteamiento consiste en revalorar el papel del experimento en la generación del conocimiento, relacionar las demás ciencias y a la matemática con prácticas diferentes a las que actualmente las enlazan. Se propone la modelación como vínculo entre las ciencias y la matemática.

Análisis a priori

El fenómeno a modelar consiste en la trayectoria que sigue una masa atada a una cuerda enrollándose en un poste al girar, donde el móvil sigue una trayectoria en espiral y la recopilación de su trayectoria. Para esto se pretende que los estudiantes:

- Interactúen libremente con el software, siendo este un ente motivador hacia sus acciones y construcciones mentales.
- Dada la situación expuesta, se espera que reconozcan en una primera aproximación un comportamiento oscilante, relacionado con una función senoidal.
- Dejen de privilegiar el recurso de realizar operaciones algebraicas y se abran paso a establecer comportamientos de las formas curvas, variando los parámetros de la función e interactuando con los entes didácticos puestos a disposición.

- Identifiquen relaciones entre los parámetros de la función y las características de la curva, determinando regularidades y conclusiones.
- Construyan argumentos de la función, como una expresión que organiza comportamientos, y contrasten sus propios conocimientos.

Experimentación

La experimentación respecto al fenómeno a modelar considera una situación didáctica, donde se realizan diferentes análisis a los productos obtenidos.

En la puesta de escena del diseño participan estudiantes de pedagogía en matemática de último año de la USACH. Esta se desarrolló en 2 sesiones de 4 horas pedagógicas. Se realiza un seguimiento a las producciones de los actores, para analizar los argumentos que esgrimen, las herramientas que utilizan y los procedimientos que siguen.

A continuación, describimos las actividades de la situación didáctica:

1. La toma de datos: Se presenta el fenómeno a modelar, el cual consiste en la trayectoria que sigue una masa atada a una cuerda enrollándose en un poste al girar, donde el móvil sigue una trayectoria en espiral. Esta situación es grabada colocando una cámara de video encima del plano que permite tomar evidencias del experimento. Luego, las evidencias recopiladas son analizadas utilizando el software Tracker.

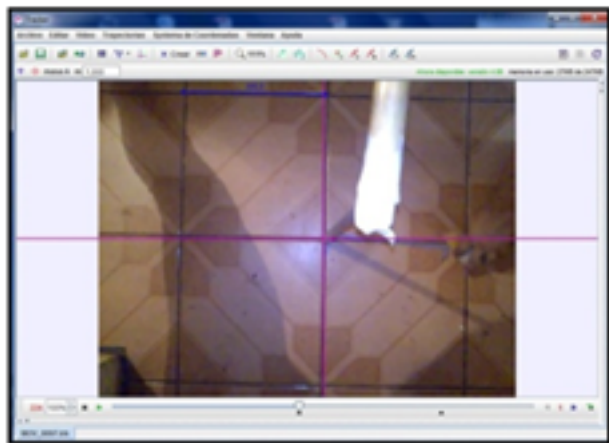


Figura 1: Video subido al tracker.

2. La predicción: Consiste en pronosticar los modelos gráficos de la función al contrastar el tiempo con la ubicación x de la masa, y luego el tiempo con la ubicación y de la masa. Argumentado al respecto, determinando regularidades y conclusiones.

3. La interacción: Ya que, con los datos en el tracker, se realiza el seguimiento de la masa en movimiento mediante un punteo. Se interactúa con las posibilidades de visualización que entrega el software graficando (t, x) tiempo v/s. posición de x, (t, y) tiempo v/s. posición de y. Se verifican los resultados de las producciones anteriores.

Figura 2: Móvil siguiendo trayectoria en espiral.

4. La construcción de modelos: Se considera el modelo construido anteriormente y se incluyen los modelos velocidad vertical y horizontal con respecto al tiempo (v_x-t , v_y-t), los modelos aceleración horizontal y vertical con respecto del tiempo (a_x-t , a_y-t), y los modelos clásicos $x-y$, v_x-x , v_y-y , a_x-x , a_y-y .

Luego se importan los datos numéricos al Laboratorio Didáctico Matemático (LDM). Aquí son elaborados los modelos analíticos a construir, ajustando los datos numéricos por el método gráfico.

Los actores reconocen el modelo senosoidal, pero con la amplitud decreciendo. Esta es una de las opciones gráficas del menú del LDM modulada por un decrecimiento exponencial, como se muestra en la figura 3. Esta opción es la que los actores eligen debido a las características de la gráfica respecto a los datos experimentales.

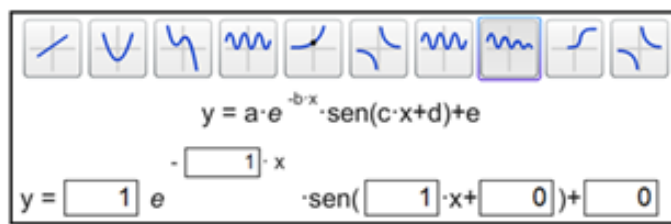
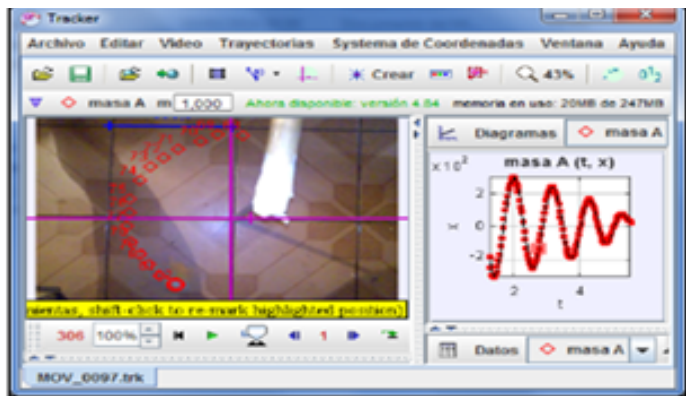


Figura 3: Senosoidal modulada por exponencial.

Se varían los parámetros de la expresión analítica de la función que representa el modelo, e identifican patrones del comportamiento de la gráfica. Luego montan la nube de datos, lo que se aprecia en la figura 4.



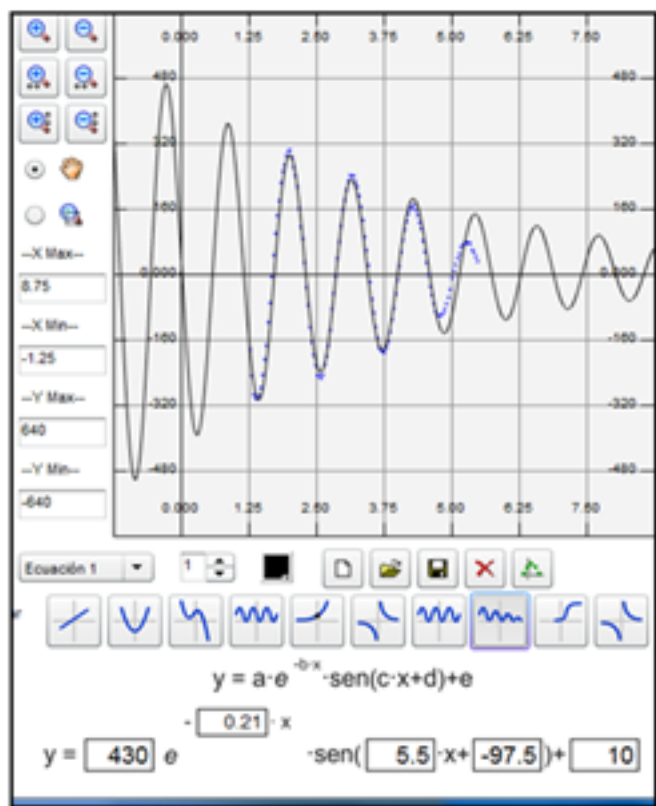


Figura 4: Curva ajustada a datos experimentales.

5. La resignificación: Se realiza sobre la base de las conclusiones obtenidas de los estudiantes en torno a la situación didáctica. Se responden preguntas respecto de los cambios que experimentaría el modelo obtenido si varían las características físicas de los elementos utilizados (tamaño de la masa, longitud de la cuerda) en la realización del fenómeno.

Análisis posteriori

La situación didáctica presentada al estudiante es lo que sustenta la modulación de la amplitud de modelos senosoidales, en este caso por un modelo exponencial. Se identifica que los

estudiantes lograron:

- Interactuar con el software y explorar con las alternativas de visualización que este ofrece.
- Identificar un comportamiento repetitivo de forma oscilante en torno a la posición de la masa a medida que pasa el tiempo.
- Relacionar aspectos de la situación de movimiento mediante la significación y las gráficas obtenidas a partir de la grabación.
- Dar explicaciones de lo que sucede con la situación: identificaron que el parámetro "a" corresponde a la amplitud de la onda inicial, el parámetro "b" se relaciona con la exponencial, definiendo si se va amortiguando o no la onda (dependiendo del signo), además lo relacionan con la velocidad de amortiguamiento; el parámetro "c" determina la frecuencia de la onda, mientras el parámetro "d" corresponde al desplazamiento horizontal del modelo; y que el parámetro "e" al desplazamiento vertical de modelo.
- Articular los parámetros del modelo analítico con los parámetros del modelo gráfico. La articulación de los parámetros del modelo con los del fenómeno se realiza mediante la discusión de predicción acerca de cómo sería el fenómeno si se modifican los parámetros del modelo y viceversa.
- Generar significados de una apreciación cualitativa y cuantitativa de la velocidad durante el recorrido a partir de la gráfica de la posición respecto al tiempo, mediante la comparación entre instantes donde se tiene menor o mayor velocidad.

- Argumentar sus conclusiones, mediante las regularidades que encontraron en el desarrollo de la situación didáctica.
- Resignificar el conocimiento obtenido, identificando posibles cambios en la gráfica y los modelos al modificar las características físicas de los elementos involucrados en el fenómeno.

Conclusiones

La interacción con datos, gráficas y fórmulas que modelen fenómenos, es de fundamental importancia, pues permite la construcción de argumentos para interactuar con los demás estudiantes y el docente.

El proceso de modelación promovió la investigación y la reflexión crítica por parte de los estudiantes, además de la realización de conjeturas, y la confrontación de distintas perspectivas. Lograron establecer el modelo final, identificando como se modula la amplitud del modelo senoidal con un modelo exponencial.

Se concluye que el diseño de situaciones de aprendizaje que involucren a la modelación como práctica social, considera la realización de múltiples realizaciones, lo que constituye un sistema dinámico. Se recomienda realizar prácticas de este tipo, con el objetivo de conectar la matemática con fenómenos de la vida cotidiana.

Referencias

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de la modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doc-

toral no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Cantoral, R y Farfán, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. México: Thomson.

Cordero, F. (2003). *Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol. 16, Tomo1, (pp. 73-78).

López, C. (2005). *El laboratorio Didáctico de Matemáticas (LDM): Un software elaborado para la construcción del conocimiento matemático en el aula*. Tesis de Licenciatura, Instituto Tecnológico de Acapulco, México.

Montiel, G (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis doctoral. Instituto Politécnico Nacional, CICATA-IPN.

Suárez, L. & Cordero, F. (2005). *Modelación en Matemática Educativa*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18 (1), 639-644.

Suárez, L. & Cordero, F. (2008). *Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico*. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 3(1), 51-58.