

Modelar figurando

Byron Miranda, José D. Hernández, Carol Arcena, Leonora Díaz.

Universidad de Valparaíso, Chile

jjtremor@gmail.com, jose.2028@gmail.com, carol.aracena.lopez@gmail.com, leonoradm@gmail.com

Resumen

Se reportan resultados de una experiencia de modelación que se obtuvieron para dar respuesta a la pregunta de investigación ¿Cómo un diseño de enseñanza y evaluación para los aprendizajes propicia que figuras de los estudiantes se constituyan en modelo? Desde una perspectiva teórica que entiende a la modelación como la articulación de dos entidades, una entidad es el fenómeno y la otra un modelo. Se exhiben evidencias de los desarrollos de una secuencia de experimentación y modelación realizada por estudiantes de tercer año de enseñanza media, en donde se identifican figuras, seudográficos e histogramas; muestran poca cercanía con el plano cartesiano. Elaboraron una figura con los datos dados por el diseño de enseñanza y otros predichos por ellos en la propia secuencia de experimentación, logrando modelar con su figura un modelo personal, la que les ayudó a dilucidar el comportamiento de la elasticidad del resorte. Con base en el análisis pormenorizado de las producciones de los estudiantes y el contraste con las conjeturas previas, se levanta un rediseño

de una secuencia de modelación para propiciar el desplazamiento de las figuras estudiantiles a la gráfica cartesiana como modelo, incorporando instancias de evaluación auténtica.

Antecedentes

Los currículos chilenos consideran que la modelación debe contemplarse como una de las cuatro estrategias para la enseñanza de las matemáticas en el aula, junto con resolución de problemas, espacio, forma e incertidumbre (MINEDUC, 2013). Citando a González, Rodríguez y Díaz en "Modelando lo cuadrático desde el entorno hacia la escuela" (2014):

"Entiende a la modelación como un proceso en que se emplean y aplican modelos. Se seleccionan, se modifican y se construyen modelos matemáticos con base en identificación de patrones característicos de situaciones, objetos o fenómenos que se desea estudiar o resolver. Finalmente se evalúan (Bases Curriculares 2012, p. 3)."

Como también en diversos trabajos se evidencian el uso de figuraciones no cartesianas por estudiantes y profesorado (Carrasco, 2006; Díaz, 2008; Dolores, Chablé, Canú, Cristy y Crispín,

2009). (Citado en Carrasco, Díaz, Buendía, 2014).

Marco teórico

A inicios de los 2000 los autores Blomhoj y Jensen (2003) afirman que la modelación en el aula de matemáticas es una secuencia ordenada de pasos. A saber, la formulación de un problema, la sistematización, la traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático, el uso de métodos matemáticos, la interpretación de los resultados y la evaluación de la validez del modelo.

Uno de esos autores seis años después, M. Blomhoj (2009) con base en la matriz de Kayser y Sriraman (2006) citado en Blomhoj (2009) distingue para la modelación en educación matemática seis perspectivas, estas son: a) realista; b) contextual; c) educacional; d) epistemológica; e) cognitiva y f) socio crítica; en las que clasifica 15 artículos recibidos por el grupo de estudio temático de modelación en ICME 11 (Monterrey 2008). En su artículo da cuenta del amplio desarrollo que viene presentando la modelación. Por su parte en Brasil Biembengut (2011) categoriza más de ochenta estudios acerca de la modelación en enseñanza secundaria en su país y reporta que ellos responden a tres grandes perspectivas, estas son: a) como método de enseñanza y de investigación; b) como enseñanza alternativa de las matemáticas y c) como ambiente de aprendizaje.

Como mencionan Arrieta y Díaz (2015) en su artículo *"Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología"*, la modelación es una interacción entre dos entes, modelo y lo modelado, donde el primero actúa sobre el segundo. Relaciona con este reporte sobre

una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología que los autores llaman modelación-con-vivencia que en esta situación se da desde un fenómeno real a una interacción con lo matemático.

El análisis toma como base lo planteado en Carrasco, Díaz y Buendía (2014) sobre figuración de lo que varía. El artículo analiza figuras que se construyen o que se interpretan.

Aspectos metodológicos

a) Los participantes.

La exploración se realizó a cuatro grupos de estudiantes (dos de tres y dos de cuatro) de un establecimiento de la comuna de Viña del Mar, quienes cursan el tercer año de enseñanza media.

b) Instrumento de exploración.

La secuencia aplicada en esta investigación toma base en la perspectiva de modelación de los autores Arrieta y Díaz (2015). Específicamente se trata de una secuencia didáctica validada científicamente en la tesis doctoral de Arrieta (2003). Inicia con un experimento narrado al que sigue preguntas que indican actividades de modelación tabular, algebraica y gráfica. Aquí se reporta lo relativo a la modelación figural.

b.1) Reactivos y Conjeturas Previas.

Reportamos algunos de los reactivos usados en la exploración los cuales fueron seleccionados, puesto que el primer reactivo elegido se puede relacionar con la gráfica de una recta y los otros dos reactivos escogidos fueron de la segunda parte de la secuencia, los cuales darán a conocer

su figura y la posibilidad de esta de constituirse en un modelo.

1. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan P gramos? ¿Por qué?

Conjetura. Se espera que estudiantes conjeturen una fórmula general para la variación de los resultados predichos por ellos.

2. Ahora graficaremos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes. Grafique los datos de la tabla.

Conjetura. Se espera que estudiantes figuren los datos de peso y elongaciones con que cuentan desde la primera parte de la secuencia.

3. ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más vertical” que la gráfica de nuestro experimento?

Conjetura. Se espera que los estudiantes identifiquen que a mayores elongaciones y considerando los mismos pesos del experimento inicial figuren una curva más vertical.

Respuestas de los estudiantes

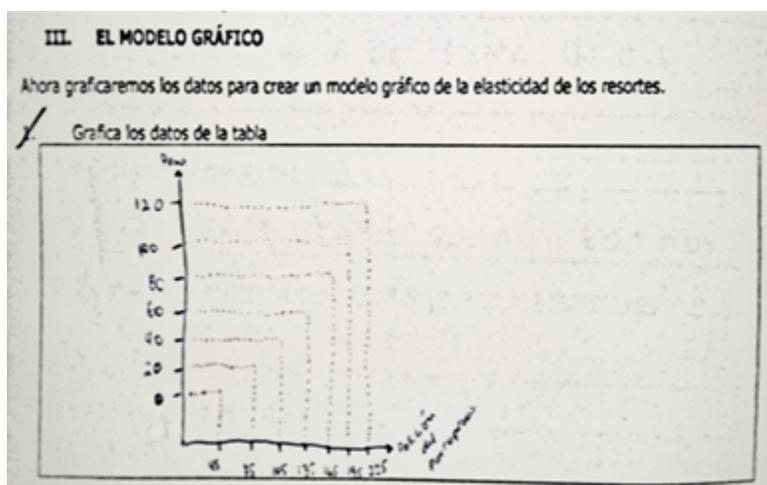
En la tabla siguiente se presentan las respuestas dadas por los estudiantes a cada pregunta.

Tabla 1: Respuestas Estudiantiles.

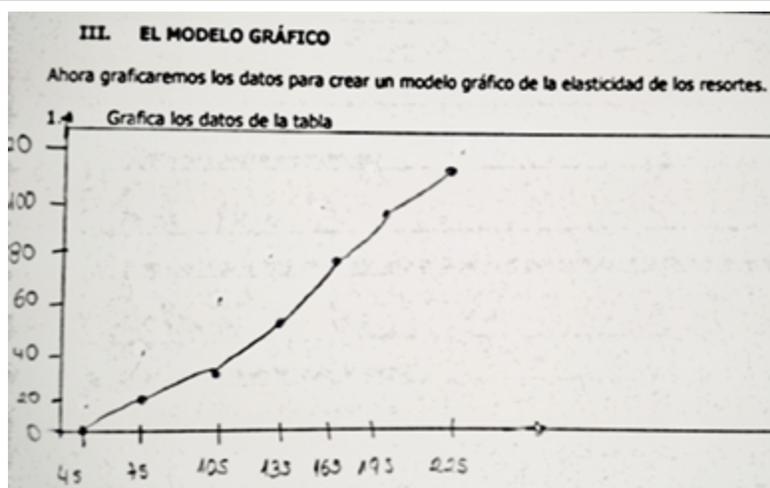
Reactivos	Grupo 1 (G1)	Grupo 2 (G2)	Grupo 3 (G3)	Grupo (G4)
1. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan P gramos? ¿Por qué?	No se sabría, ya que no tenemos el valor de P. $20 \longrightarrow 30$ $P \longrightarrow X$ $P \cdot 30 = P \cdot 20$ 1,5 Porque reemplazamos	El portapesas equivale a (P+30) ya que P no se sabe	$20=p$ $30p=20$ x $30=x \quad 20$ $45+(30p/20)=x$	$\frac{20}{p} = \frac{30}{x}$ $20x = 30p$ $\rightarrow x = \frac{30p}{20} + 45$
2. Ahora graficaremos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes. Grafique los datos de la tabla. (*) ¿Qué grafica es?	- Es una recta - Gráfico lineal	Gráfico de la elasticidad del resorte.	Gráfico de barras.	Gráfico de puntos.

<p>3. ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea "más vertical" que la gráfica de nuestro experimento?</p>	<p>El resorte deberá ser menos elástico</p>	<p>Más rígido</p>	<p>Inconcluso</p>	<p>Inconcluso</p>
--	---	-------------------	-------------------	-------------------

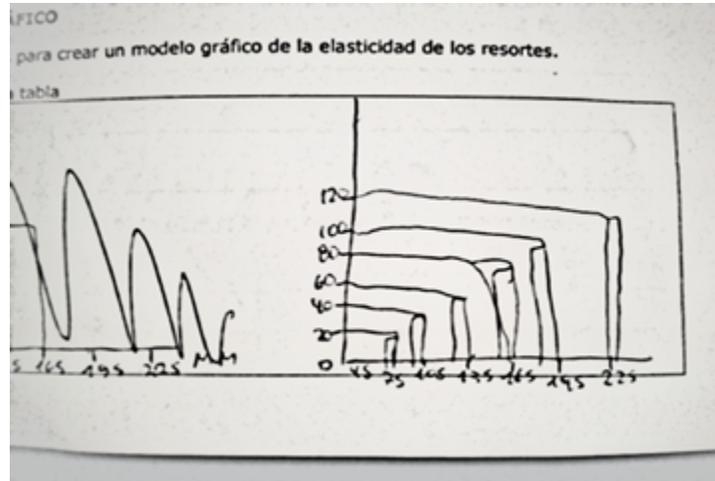
(*)Grupo 1



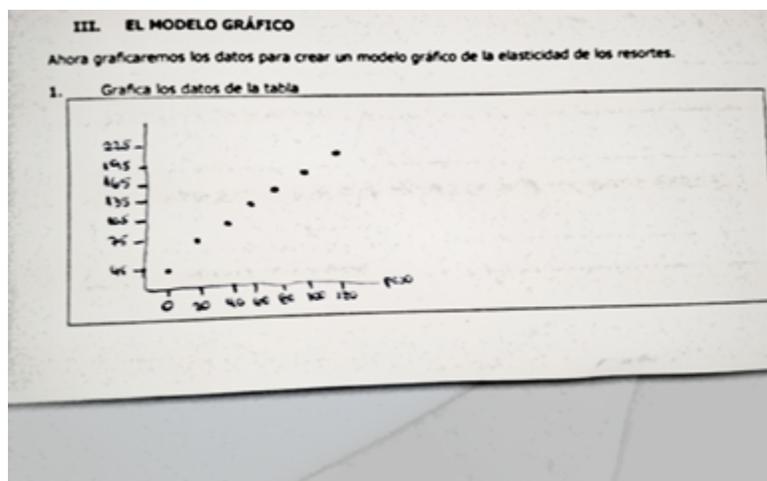
Grupo 2



(*)Grupo 3



Grupo 4



Análisis de Respuestas desde el modelo figural

Reactivo 1

Grupo 1: En primera instancia los estudiantes asumen que no se puede saber la posición de un peso desconocido en este caso "p", luego usan regla de 3 para dar alguna solución, trabajan en los incrementos y encuentran

el valor unitario de los incrementos. Grupo 2: Se observa que al preguntar por "p", los estudiantes asumen que "p" es un valor desconocido y lo asocian con el delta posición, es decir, sin importar el valor de "p" la posición va aumentando de treinta en treinta.

Grupo 3 y 4: Aquí se aprecia que estos grupos lograron conjeturar una expresión algebraica para dar respuesta al reactivo.

Reactivo 2

Grupo 1: El grupo construyó una figura mediante puntos para representar los valores de la tabla, lo identificaron como una recta o un gráfico lineal. Estuvo presente en esa identificación la estrategia cognitiva de Gestalt, la cual se refiere que en un primer momento no nos fijamos en los detalles, pero luego en nuestra mente formamos patrones organizados y con significado. Otro punto que cabe destacar es que al figurar colocaron el eje de pesos en la vertical y el eje de posiciones en la horizontal, como lo mencionan Carrasco, Díaz y Buendía (2014) esto es atribuido a la forma de conocer y actuar que han cimentado en subsistemas biológicos y socioculturales, siendo esenciales en la cimentación de los saberes.

Grupo 2: Este grupo de estudiantes construyeron un pseudográfico lineal mediante unión de puntos para representar las variaciones de los valores de la tabla pese a que intentaron representar la figura en forma lineal, identifica su figura como gráfico de la elasticidad del resorte. Al figurar colocaron el eje de pesos en la vertical y el eje de posiciones en la horizontal, esto atribuido de igual forma a construcciones socioculturales de saberes.

Grupo 3: Este grupo representó los datos de la tabla, mediante un histograma, identificando su figura como un gráfico de barras. De modo análogo a los dos grupos anteriores al figurar colocaron el eje de pesos en la vertical y el eje de posiciones en la horizontal, atribuido construcciones socioculturales de los saberes.

Grupo 4: Este grupo representó su tabla con un pseudográfico de puntos, ubicando de forma correcta las variables de pesos y posiciones. Además, identificaron a su figura como un gráfico de puntos.

Reactivo 3

Grupo 1: Este grupo identifica que para que la recta sea más vertical el resorte deberá ser menos elástico, esta respuesta es debido a que los datos de las posiciones (mm) los ubicaron en la horizontal y los datos de los pesos (gr) en la vertical. Esta respuesta es coherente con su figura por lo que no es considerada como errónea.

Grupo 2: Estos estudiantes dicen que para que la recta quede más vertical el resorte tiene que ser más rígido, esta respuesta es debido a que los datos de las posiciones (mm) los ubicaron en la horizontal y los datos de los pesos (gr) en la vertical. Esta respuesta es coherente con su figura por lo que no es considerada como errónea.

Grupos 3 y 4: Estos dos grupos no dan respuesta al reactivo, ellos levantaron histogramas y estos se utiliza para representar gráficamente los datos de una variable continua que han sido agrupados en intervalos.

Contraste entre respuestas y conjeturas**Reactivo 1**

Se espera que los estudiantes conjeturen una fórmula general para la variación de los resultados predichos por ellos. El grupo 1 primero indica que no se puede determinar el valor de un peso desconocido, luego usando regla de 3 encuentra el valor del incremento; el grupo 2 asocia el p como el delta de posición y sin importar el valor la posición va aumentando de treinta en treinta; los grupos 3 y 4 conjeturaron una expresión algebraica.

Reactivo 2

Se espera que estudiantes figuren los datos de peso y elongaciones con que cuentan hasta el minuto. El grupo 1 construyó una figura conformada por puntos para representar los valores identificando una recta o un gráfico lineal; el grupo 2 construyó un pseudográfico lineal mediante unión de puntos para representar las variaciones de los valores de la tabla e identifican su figura como gráfico de la elasticidad del resorte; el grupo 3 representó los datos de la tabla, mediante un histograma, identificando su figura como un gráfico de barras. Al figurar los grupos 1, 2 y 3 colocaron el eje de pesos en la vertical y el eje de posiciones en la horizontal atribuida a las construcciones socioculturales de los saberes; y por último el grupo 4 representó su tabla con un pseudográfico de puntos, ubicando de forma correcta las variables de pesos y posiciones. Además, identificó a su figura como un gráfico de puntos.

Reactivo 3

Se espera que los estudiantes identifiquen que a mayores elongaciones y considerando los mismos pesos del experimento inicial figuren una curva más vertical. El grupo 1: los estudiantes identifican que para que la recta sea más vertical el resorte debe ser menos elástico; el grupo 2: dicen que para que la recta quede más vertical el resorte tiene que ser más rígido. Estos dos grupos colocaron el eje de pesos en la vertical y el eje de posiciones en la horizontal por lo que sus respuestas concuerdan con sus figuras; los grupos 3 y 4: no dan respuesta al reactivo, ellos levantaron histogramas y estos se utilizan para representar gráficamente los datos de una variable continua que han sido agrupados en intervalos.

Conclusiones

El estudio mostró las dificultades (al realizar tanto en los ejes y gráficas cartesianas, como también para lograr modelar el fenómeno dado a través de la figuración) de la mayoría de los estudiantes a los cuales se les tomó la secuencia de experimentación, dilucidando las falencias en el aprendizaje de los contenidos previos que requerían, como por ejemplo las convenciones sobre las gráficas cartesianas, obteniendo así un obstáculo de comunicación entre el sujeto y el experimento. Esto instó al desarrollo de un rediseño de la secuencia, el cual pretende trabajar la modelación del modelo figural, y que esta funcione como herramienta para visualizar aspectos matemáticos que se están trabajando, potenciando el entendimiento, el sentido y la construcción de significados para los conceptos y herramientas matemáticas. Se espera también que la aplicación de la nueva secuencia desarrolle la habilidad de modelación en los estudiantes utilizando la modelación gráfica con base en herramientas, procedimientos y argumentos. Además tomando en cuenta las bases curriculares chilenas sobre la importancia de la modelación se instó a elaborar una estrategia de evaluación auténtica, la cual está guiada por la ponencia propuesta por Cámara y Nardoni (CIAEM 2011) la cual consta de una ficha de aprendizajes, la cual se elaboró en torno a la incomprensión de algunas dificultades, falencias y obstáculos de los estudiantes al realizar la secuencia de experimentación, esta ficha se compone de tres simples preguntas, con las cuales concluimos esta primera etapa de nuestra investigación, que son: ¿qué aprendí en esta actividad?, ¿cómo me sentí trabajando en esta actividad?, ¿cómo le explicaría a un compañero lo que vi en él?.

Referencias

Arrieta y Díaz (2015). *Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (1), 19-48.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis de Doctorado no publicada. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Biembengut, M. S. (2011). *Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira*. *Cuadernos de investigación y Formación Matemática*. Costa Rica, ano 7, n. 10, p. 195-204, 2012. (Artigo apresentado em forma de conferência na XIII CIAEM, Jun. 2011, Recife.)

Blomhøj, M. y Højgaard Jensen, T. (2003). *Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning*. *Teaching mathematics and its applications*, 22 (3), 123-139.

Cámara, V., y Nardoni, M. (2011). *Evaluación auténtica: el portafolio en Matemática*. XIII Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática, CIAEM XIII. Recife, Brasil.

Carrasco, E., Leonora, D, y Gabriela, B. (2014). *Figuración de lo que varía*. *Revista enseñanza de las ciencias*, 32 (3), 365-384.

Cordero, F., y Suarez, L. (2008). *Modelación-Graficación. Una categoría en cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación de movimiento*. Paper of the Topic Study Group, TSG 16: Research and development in the teaching and learning of calculus. <http://tsg.icme11.org/document/get/672>

Educarchile. (2014). Recuperado el 15 de Julio de 2014, de http://ww2.educarchile.cl/portal.herramientas/sitios_educativos/planificador/sist_evaluacion.htm#kp

Educarchile. (2014). Recuperado el 15 de Julio de 2014, de <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=9765>

González, D., Rodríguez, P., y Díaz, L. (2014). *Modelando lo cuadrático desde el entorno hacia la escuela*. 2. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa 28. Barranquilla, Colombia.

Ministerio de educación. (2014). Recuperado el 14 de Julio de 2014, de <http://mineduc.cl>

RAE. (2014). Recuperado el 15 de Julio de 2014, de <http://www.rae.es>