

Un campamento estratégico

Xaro Nomdedeu Moreno

(Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española. España)

Era un día de campamento.

Héctor y Emma jugaban en la cocinita y las mayores hablaban en el cuarto de sus asuntos. Las medianas jugaban con Yoel al escondite y Paula se aburría.

-Weli, me aburro, ¿juegas conmigo?

-Estoy cansada- dije.

Pero rápidamente pensé que esa no era la mejor respuesta a la demanda de Paula.

- ¿Jugamos al tres en raya? -le pregunté.

- ¿Cómo se juega? -dijo. Y procedí a dibujar el tablero en una hoja de papel. Luego le di a escoger entre los tres gatos y los tres ratones de cerámica que hay en la estantería de los pequeños recuerdos. Paula escogió los tres gatos. Negrísimos y en posición de ataque, parecían los ganadores. Yo me quedé con los ratoncillos grises que parecían asustados, como agazapados para pasar desapercibidos a la atenta mirada de aquellos gatos feroces.

Le expliqué las reglas del juego. Tiene seis años y ya empieza a comprender que son necesarias. Me escuchaba atentamente. Le costó poco aprender la parte de las reglas de ejecución del juego: teníamos que poner ficha alternativamente y para ganar tenía que poner sus tres gatos alineados, en diagonal, en el medio o en uno de los lados. Además de intentar hacer línea ella, tenía que impedir que mis ratones consiguieran ponerse en fila.

Jugamos unas pocas partidas, hasta que comprendió las reglas. Le dije que era importante prestar atención a su jugada presente y a las posibilidades de mi jugada futura.

Es pequeña. La dejaba salir a ella en cada partida. Le advertía cuando su concentración en ganar le impedía ver las jugadas defensivas. Poco a poco fue ganando autonomía y así se hizo la hora de la cena.

Cuando recogieron la mesa y se organizaron para dormir, Paula dijo que ya era mayor y quería dormir en el salón con la gente mediana: Yoel, Raquel, Marta y Lucía. Las mayores seguían con sus debates sobre las bondades y maldades de las redes sociales. Todas ellas, Shan, Sara, Mar y Lucía la



mayor¹, habían tenido algún pequeño tropezón que las hacía conscientes de la necesidad de clarificar sus criterios a la hora de hacer uso de dichas RRSS².

No habían transcurrido más que 2 o 3 minutos cuando Paula se vino a mi cama y por toda explicación dijo:

- ¡El cuento, Weli!

Se atravesó a los pies de mi cama para no molestar a Emma que dormía ya a pierna suelta. Yo comencé:

“Había una vez una niña no muy pequeña ni muy mayor, que quería ser la mejor jugadora de tres en raya. Así que le pidió a su prima Lucía que fuese su compañera de juego para practicar. Lucía accedió con una pícaro alegría. Ella había aprendido hacía mucho tiempo, por lo menos un año, pues ya tenía siete. Jugaron mucho rato, porque, aunque Lucía jugaba sus ratones con agilidad, Paula se tomaba tiempo para pensar las jugadas. Que Paula ponía su gato en una esquina, Lucía ponía su ratón en el centro. Que Paula ponía su gato en mitad de un lado, rápidamente Lucía ponía un ratón en mitad del lado opuesto, para impedir que Paula completara la línea media. Y así, así, fueron jugando, sin que ninguna ganara o perdiera.” – La repetición de jugadas muy parecidas, y el cansancio de todo un día de campamento, la venció y se quedó dormida.

Al día siguiente, cuando se despertaron, y durante el desayuno, mientras planificaban las actividades del día y comentaban lo más interesante del día anterior, ocurrió algo insólito: Paula y Lucía descubrían que ambas habían soñado lo mismo, que estaban jugando juntas al tres en raya, y que al despertarse, ¡la configuración del tablero de cada una de ellas era la misma! Todo el mundo estuvo de acuerdo en que aquello era, si no mágico, por lo menos muy extraño.

Pasamos un día muy divertido jugando abajo, en el jardín. Cuando llegó la hora de ir a dormir, le ofrecí a Paula contarle un cuento y Paula me respondió:

- *No Weli, esta noche no quiero que me cuentes un cuento.* – Lucía y yo hemos quedado en irnos a dormir pronto para continuar la partida.

.....

Y pasaron muchos campamentos, y así, durmiendo y en sueños, Lucía y Paula se hicieron expertas en jugar al tres en raya. Ese juego que nació hace muchos, muchísimos años, casi mil, en un país muy lejano llamado Irán, donde vivía un hada que, con toda seguridad, había tocado con su varita mágica los sueños de Paula y Lucía. Hada Mirzakhani se llamaba.

Las niñas, en sus sueños, descubrieron que, si ambas jugaban bien, ninguna ganaba. Así que decidieron centrarse en no perder, en estar muy atentas para evitar despistes perdedores.

Una vez despiertas, mientras yo preparaba el desayuno, iban anotando sus experiencias en unos papeles que separaron en tres montoncitos.

¹En el campamento, había dos Lucía, las distinguían llamando a la mayor de ellas “Lucía la mayor”.

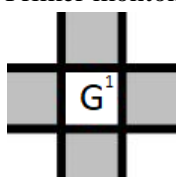
² Redes Sociales

En el primero pusieron los papelitos de las jugadas que se producían cuando la primera en salir ponía su figurita en el centro: el primer gato de Paula. Lucía siempre la dejaba empezar.

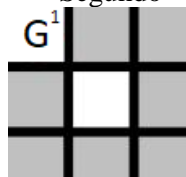
El segundo montoncito contenía las jugadas iniciadas con el gato en una esquina

Y, en el tercer montoncito pusieron los papelitos correspondientes a las jugadas que empezaban en un lateral:

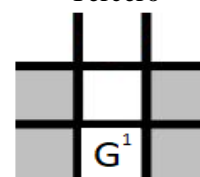
Primer montoncito



Segundo



Tercero



Las zonas grises son zonas prohibidas para la segunda jugadora, Lucía, pues si se despista y pone su ratón en una de ellas, su prima le ganará irremediabilmente. Claro que esta conclusión apareció después de aplicar muchísimas veces la estrategia básica que les había enseñado la Weli: “*estad atentas, no solo a hacer línea, sino también a impedir que en la jugada siguiente haga línea tu prima*”

Después de tener en cuenta las zonas prohibidas en la segunda jugada, el resto del juego consiste, de nuevo, en vigilar, como siempre, no sólo la posibilidad de hacer línea sino de impedir que la haga la siguiente jugadora.

En el primer montoncito estaban ordenados los papelitos de la serie de jugadas que había empezado con el gato de Paula en el centro. Se les ocurrió una estupenda notación que les ahorra tiempo y daba claridad a sus notas: decidieron que las cifras rojas representarían a los gatos y las cifras negras a los ratones. Así, las cifras podrían indicar el número de orden de cada movimiento.

<p>En la segunda jugada, Lucía respondía correctamente poniendo su ratoncito en la esquina. El mejor movimiento para Paula era entonces la esquina opuesta, porque los demás movimientos llevaban a tablas si movía su gato a una casilla verde, y si movía a las casillas azules, perdía.</p>	
<p>En la tercera jugada, si Paula colocaba su gato en la esquina opuesta, tal como le recomendaba el razonamiento anterior, se volvían a generar 4 casillas prohibidas para los ratones de Lucía.</p>	
<p>Y, por último, en la cuarta jugada, si Lucía colocaba su ratón en cualquiera de las dos esquinas, se llegaba a tablas.</p>	



Nos sentamos a desayunar y, durante el desayuno, les pregunté a las medianas, a Yoel y a las mayores, si se atrevían a adivinar cómo eran los papelitos de los montones restantes.

Un grupo aceptó el reto. Las restantes me pidieron algún juego parecido, pero de más nivel porque, claro, son mayores. A un grupo le propuse hacer dos equipos y jugar al juego de sumar quince, con la condición de que lo analizaran y descubrieran la estrategia ganadora, si la tenía. Yoel dijo que quería un juego solitario y le propuse construir el cuadrado mágico del 15.

Naima acababa de llegar, quería desayunar con nosotras y pasar un rato en el campamento. Vio el panorama y dijo: “*Eso de los juegos de estrategia ganadora me suena al funcionamiento social en donde unos pocos conocen la estrategia ganadora y el resto de la población va perdida, porque no la conoce. ¿Te gustaría que hiciera un trabajo sobre ese tema?*”– Fue estupendo. Naima hace trabajos magníficos y originales relacionando cuestiones de la vida cotidiana con textos de autores clásicos.

Se presentaba un final de campamento interesante. La puesta en común de todo lo que había ahora sobre el tablero de juego iba a sorprenderles.

Les mostré que el juego de suma 15 coincide con un tres en raya si las cifras elegidas las vamos llevando sobre el tablero del cuadrado mágico que Yoel había completado con éxito:

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Elegir tres cifras de éstas, alternativamente, y ganar la primera vez que se obtenga la suma 15, equivale a ocupar una columna, una fila o una diagonal en el cuadrado mágico de Yoel.

Las jugadoras del juego de la suma 15 lo vieron muy claro.

Por lo tanto, también aquí, dos jugadoras ideales llegarán siempre a tablas, y no existe estrategia ganadora propiamente dicha. Algunos textos incluyen en las estrategias ganadoras a las no perdedoras. Ese sería nuestro caso.

Naima me había pedido un juego con estrategia ganadora propiamente dicha, no demasiado complicado, para analizarlo y compararlo con la idea que se le había ocurrido. Le proporcioné un juego de Nim muy famoso: el juego del cien. Sus padres lo habían jugado e incluso implementado en un programa en lenguaje LOGO, gracias a la existencia del algoritmo que encierra la estrategia.

Naima no nos defraudaría, yo estaba segura. Si era capaz de realizar una comparación excelente entre Star Trek y el evangelio según Mateo, esto le iba a resultar pan comido. Todos tomamos asiento en la gran alfombra granate del salón y formamos un corro en torno a ella. Comenzó su exposición:

“Las minorías en el poder estudian muy bien sus movimientos y desarrollan estrategias complicadísimas que quedan ocultas a la población en general. Bien en el terreno económico mediante contratos con letra pequeña que dejan indefensos a los ciudadanos

(no es que no la hayan leído, sino que es tan enrevesada que les cuesta entenderla), ni disponen de una red de ingeniería legal que les advierta de los riesgos; en el terreno financiero mediante complicados algoritmos informatizados que solo son posibles si se puede implementar la o las fórmulas de la estrategia ganadora; en el orden territorial la política geoestratégica, es de los secretos más bien guardados

De igual modo, cuando una persona conoce la estrategia ganadora y no se la comunica a su contrincante, el juego es más bien un abuso de poder. En caso contrario, el juego pierde interés, porque al empezar ya se sabe cómo va a acabar, carece de intriga. Opino -continuó Naima- que los juegos que se salvarán de estas dificultades serán los juegos cooperativos, como el “Gano Ganas” que enseñamos a los monitores de la Cruz Roja para que dispongan de herramientas lúdicas para la mediación, en los grupos humanos con quienes trabajan. Un ejemplo famoso es “El dilema del prisionero”

Acordamos abordar los juegos cooperativos en el siguiente campamento. Los dos apuntados por Naima eran los primeros de nuestra nueva lista de juegos.

Raquel, Marta y Lucía, la mayor, pidieron poner la tele mientras esperaban que sus padres vinieran a buscarlas. Era sólo un ratito y accedí con la condición de elegir yo el primer programa. Conecté con un divertido vídeo de Eduardo Sáez de Cabezón:

Mar, Sara y Shan volvieron rápidamente a sus móviles, momento que aproveché para darles la dirección del Blog de Clara Grima “Mati y sus mateaventuras”. Entre *whatsapp*s sus pandillas respectivas y persecuciones intermitentes al conejo blanco, se hizo la hora de la despedida. Antes de marcharse me comentaron que ahora ya entendían lo que había querido decir Naima con el tema de las estrategias ganadoras, pero que les había resultado divertidísimo ir descubriendo la del juego de Wythoff³

Mientras tanto, Héctor y Emma estuvieron jugando con fichas del parchís, bajo mi vigilancia, a la versión más sencilla del tres en raya. Con tres añitos escasos, entender las reglas del juego ya era todo un reto. Lo de ganar era lo de menos, ni lo entendían ni tenía interés alguno, como bien les había desvelado Eduardo a las tres medianas⁴. Pero el proceso de construcción mental tiene mucho de modelización. Y el modelo para los pequeños, campamento a campamento, partía de contagiarse de lo que hacían sus primos y primas mayores. Por eso siempre, año tras año, querían repetir los campamentos y los juegos de la Weli.

³ Eso me demostró que sí que habían leído “Mati y sus mateaventuras”, donde Clara Grima expone de forma inmejorable el proceso de descubrimiento de la estrategia ganadora del juego de Wythoff.

⁴ Recomiendo que se visionen el vídeo de Eduardo , forma parte del cuento, pero las restricciones de espacio no permiten exponerlo en el texto: https://www.youtube.com/watch?v=2mMiw4rLjFE&t=398s&list=PL65J0fj_JwcOM_ifRxq4Vivee1DIAUV9P&index=56



Xaro Nomdedeu Moreno. Jubilada, residente y nacida en Castellón, en 1948, catedrática de matemáticas de Enseñanzas Medias. Ha publicado: Libro de texto sobre Didáctica de las Matemáticas, para el Grado de Educación Primaria de la Universidad Internacional Valenciana. 2011, Mujeres, manzanas y matemáticas: entretejidas. Editorial Nivola. Madrid, 2004, Ritmos: matemáticas e imágenes. Coautora junto a Eliseo Borrás, Pilar Moreno Gómez, Antoni Albalat Salanova. Editorial Nivola. Madrid, 2002, Sofía: la lucha por saber de una mujer rusa. Editorial Nivola. Madrid, 2000, Buenas ideas para la clase de matemáticas. Reflexiones y materiales para unas matemáticas coeducativas. Coautora junto a María Jesús Luelmo, M.C. Rodríguez, F. Velázquez. MEC. Madrid, 1997, etc.