El dominó como medio para articular los registros de representación semiótica en contenidos de Cálculo

Nahina Dehesa De Gyves Instituto Tecnológico del Istmo México ndehesa@hotmail.com

Resumen. La "clase" en el aula escolar tradicionalmente gira en torno a prácticas discursivas en un formato de exposición sobre temas académicos. Por otra parte, en las últimas reformas curriculares se solicita dejar de centrar el papel protagónico en el del docente, en su lugar es ahora el alumno quien cobra el papel principal: fomentar el aprendizaje de su conocimiento procedimental, actitudinal y conceptual en una mayor armonía. Así, no basta sólo con ver lo que hace el docente en su exposición para reproducirlo casi inmediatamente después. Las prácticas discursivas tendrían que ver más con una interacción dialógica que rompa el automatismo ya tan arraigado en el aprendizaje matemático y que bajo el enfoque de la propuesta debería encontrarse más relacionado con el empleo de herramientas que permita adaptarse a un ritmo de aprendizaje más personal. El empleo del dominó permitirá reflexionar sobre los términos actitudinal, procedimental y conceptual, de cuándo se encuentran presentes y de cómo se relacionan para fomentar el aprendizaje en el alumno.

Palabras Clave: Aprendizaje colaborativo, Prácticas discursivas, Representación Semiótica, Declaraciones actuantes, Recurso deítico.

1. Introducción

Los planes y programas de estudio en los niveles medios superior y superior en los últimos tiempos proponen como base de su organización curricular incorporar contenidos de carácter conceptual, procedimental y actitudinal vigentes, pertinentes y oportunos, coherentemente amalgamados. Sin embargo, no es tarea fácil contrarrestar la tradición de nuestro sistema educativo en cuanto a proporcionar información principalmente de carácter conceptual y casi exclusivamente de forma expositiva.

El propósito de este documento es proponer formas alternativas de aprender matemáticas mediante juegos didácticos. Se busca nuevas formas de aprender complementando la atención exclusiva y permanente del estudiante acerca de lo que dice el docente. Esto es debido a que lo que dice el docente y lo que habla el alumno pertenecen a dos mundos distintos que corresponden a prácticas discursivas también distintas entre sí.

Recepción: 25 de octubre 2016 - Aceptación 28 de noviembre 2016.

ISSN: 2007-4107

Jugar un dominó matemático puede proporcionar un escenario en la que el estudiante articule acciones manuales (posicionar piezas del dominó) al mismo tiempo de escuchar recomendaciones ya sea por parte del docente o de sus compañeros. La tesis principal de este documento es consistente con otros trabajos de la autora: realizar una interacción dialógica entre la palabra y acción, puede tener repercusiones importantes en su aprendizaje de las matemáticas.

Encontramos en la teoría de los registros de representación semiótica propuesta por Raymond Duval un marco de explicación acerca de cómo se pueden desarrollar los componentes conceptual y procedimental propuestas por los sistemas educativos ya mencionados. Se discutirá si la componente conceptual se refiere a una adquisición de notación matemática que Duval identifica como actividad de Formación. En matemáticas, no basta con adquirir la sintaxis y reglas de conformidad de ciertas representaciones matemáticas en un sentido de confirmar si se encuentra bien escrito o no. Lo anterior es requisito indispensable para que el aprendiz desarrolle una serie de deducciones o procedimientos de una forma metódica, y discutiremos si la actividad de Tratamiento propuesta por Duval se relaciona con dicha serie de acciones. Intentaremos en las siguientes líneas, argumentar que fomentar dicha actividad se relaciona con aprender la componente procedimental mencionada en las disposiciones oficiales.

La componente actitudinal se relaciona con el trabajo colaborativo del equipo que prepara al alumno en su disposición por resolver acertijos y problemas. Para ello, realizar un juego de mesa puede preparar dicha disposición debido a que es frecuente su uso en situaciones extra clase y se conocen las reglas de juego. En su lugar el dominó que acá fomentamos tiene que ver con contenidos escolares. En resumen, las tres componentes conceptual, procedimental y actitudinal se encuentran íntimamente ligadas y lo que resta por hacer como docentes es proporcionar el escenario en el que desarrollen en algún grado.

Entrando a la parte de implementación de la propuesta también identificamos tres momentos. El antes de la implementación tiene que ver con administrar las sesiones en que se explica el juego de dominó, el número y grado de dificultad del juego y la ponderación de la participación del estudiante en la realización del juego en términos de un porcentaje de su calificación final. Durante la implementación del juego de dominó aunado a la actividad de jugar por parte del alumno, se encuentra la evaluación por parte del docente. En esta parte, el alumno se encuentra consciente que existe una ponderación de la actividad que realiza y que no sólo es una actividad recreativa. La importancia de convertir un juego de dominó en un instrumento de evaluación formativa es que permite identificar, a través de las piezas concatenadas, los aciertos y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Por último, en el después de la implementación se retoma un registro por escrito de la actividad realizada por el alumno con los juegos de dominó para su evaluación sumativa.

11

2. Los Registros semióticos de Representación

En el contexto matemático, Oviedo *et al.* (2012) menciona que encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, etc. Cada una de las actividades anteriores constituye una forma semiótica diferente y se requiere de cierta intencionalidad para accionar los signos de un determinado registro de representación para activar operaciones cognitivas básicas relacionadas con la comprensión.

En el mismo sentido, Duval (1999) distingue entre representaciones mentales y representaciones semióticas. Menciona que las representaciones mentales son aquel conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquellos que le está asociado. Por otra parte, las representaciones semióticas son el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros; y cuando se hacen visibles aparecen los signos y sus convenciones desencadenándose un proceso denominado semiosis.

La noción de representación semiótica presupone pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro. Duval (1999) distingue como formación (para "expresar" una representación mental o bien para "evocar" un objeto real), tratamiento (cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro) y conversión (cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial) a las actividades cognitivas de representación fundamentales de la semiosis.

2.1 La Formación

Menciona Duval (1999) que los actos más elementales de formación se refieren a la designación nominal de objetos, la reproducción de su contorno percibido, la codificación de relaciones o de algunas propiedades de un movimiento. Es importante que la formación de representaciones respete las reglas propias al sistema empleado; nos referiremos a ellas como reglas de conformidad.

Las reglas de conformidad son las que definen un sistema de representación y, en consecuencia, los tipos de unidades constitutivas de todas las representaciones posibles en un registro. La determinación de unidades elementales en la asignatura de Cálculo lo podemos ejemplificar en la Tabla 1. El concepto de Desigualdad matemática es tema oficial de un programa de Cálculo Diferencial de nivel superior. Una regla de conformidad es:

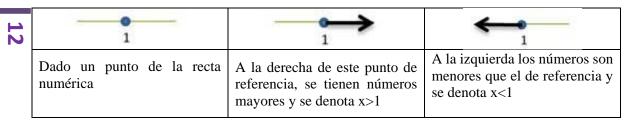


Tabla 1: Unidades elementales en la asignatura de Cálculo

2.2 El Tratamiento

En términos generales la actividad de tratamiento identificada por Duval (1999) es una transformación de la representación al interior de un registro de representación o de un sistema. Así, se puede decir que el tratamiento de una representación semiótica corresponde a su expansión informacional. Las reglas de expansión de una representación son reglas cuya aplicación produce una representación en el mismo registro que la representación inicial de partida; veamos con otro ejemplo:

$\int 9 x^{23} dx =$ $9 \int x^{23} dx =$	La constante "9" multiplica a la integral, por lo tanto puede salir del símbolo de la integral.
$9\left(\frac{x^{23+1}}{23+1}\right) + C =$	Identificamos la regla de integración (el caso n = 23): $\int x^n dx = \left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right) + c$
$\frac{9}{24}x^{24} + C$	Simplificamos las operaciones aritméticas y obtenemos el resultado, lo cual permite verificar que se ha resuelto la integral al derivar y obtener el integrando 9x ²³ .

Tabla 2: Actividad de tratamiento

Al cursar los niveles superiores de educación confirmamos que la formación de la notación matemática llega a ser insuficiente y se requiere de la operatividad de ellas, de desarrollar reglas de tratamiento más exhaustivas debido a que la resolución de problemas exigirá una mayor implicación por parte del estudiante.

Recordar las reglas de conformidad y de tratamiento es importante pero aún es más conveniente enfrentar al alumno a preguntas cuya respuesta no es inmediata en su entrenamiento para resolver problemas.

2.3 La Conversión

En términos de Duval (1999), la *conversión* es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. La *conversión* es pues una transformación externa relativa al registro de representación de partida. En la conversión se le exige al estudiante, no solo saber una regla de tratamiento, requiere de identificar la(s) regla(s) que no se encuentran de forma explícita a partir de los datos dados. Ejemplifiquemos con un concepto de área bajo la curva mediante los siguientes ejemplos:

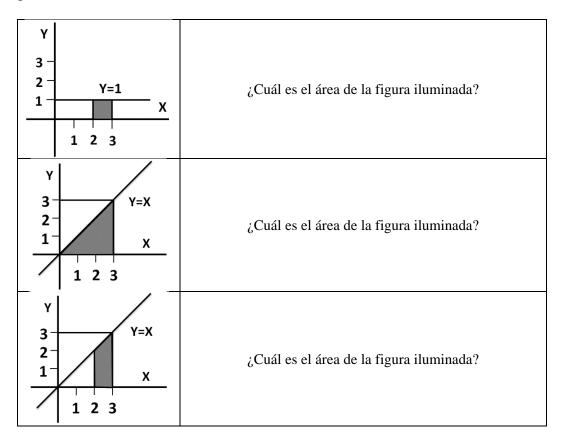


Tabla 3: La conversión

En el anterior ejemplo, no basta con saber una fórmula, se requiere de visualizar el área en términos de magnitudes numéricas tanto de la base como de la altura de la figura sombreada. La regla de tratamiento de base por altura sobre dos, se debe aplicar.

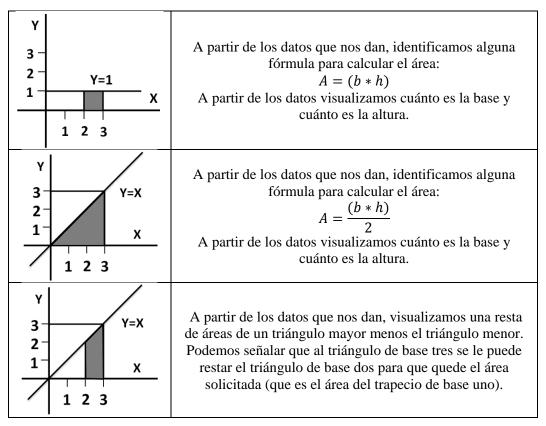


Tabla 4: El tratamiento

En Dehesa (2006) se estudia el papel de las practicas discursivas en el registro analítico y geométrico. Se menciona que en el registro geométrico se requiere de empleo de declaraciones que hacen uso de señalamientos manuales como un recurso adicional a las representaciones semióticas (recurso deítico). Así, operatividad se refiere no sólo al tratamiento de signos matemáticos, también se requiere de operatividad manual por ejemplo para señalar con el dedo índice la base y la altura de los triángulos de la anterior tabla.

Otro factor importante de la propuesta y que favorece principalmente a la actividad de conversión es romper con la tradición de tener que repetir lo que hace el profesor, ahora se trata que sea el alumno quien actúe sin "previo aviso".

3. El Dominó

De Guzmán (1984) sugiere la selección de juegos adecuados con claras ventajas de tipo psicológico y motivacional con respecto a los contenidos propiamente matemáticos. Para este autor las ventajas del empleo de juegos no requieren introducciones largas, complicadas ni tediosas. En el juego se busca la diversión y la posibilidad de entrar en acción rápidamente; muchos problemas matemáticos, incluso algunos muy profundos, permiten también una introducción sencilla y una posibilidad de acción con instrumentos bien ingenuos.

Cuevas y Pluvinage (2013) denominan herramienta cognitiva a la adquisición de conocimiento matemático mediado por la acción de una herramienta material y/o simbólica. En el mismo sentido un dominó pueda ser una herramienta para el docente.

Todos los dominós que describiremos a continuación constan de 28 piezas. Cada pieza está dividida en dos partes. A diferencia del juego convencional del dominó en que el objetivo al juntar una pieza del domino con otra es válido siempre y cuando se encuentren piezas iguales, en este caso las piezas tienen que representar un mismo concepto matemático. En las siguientes líneas definiremos con mayor detalle a lo que nos referimos.

Cada pieza de este dominó consta de dos partes, la primera que representa un tipo de representación semiótica (aritmética, algebraica, geométrica) y en la segunda parte se encuentra otra representación semiótica pero que da cuenta del mismo concepto:

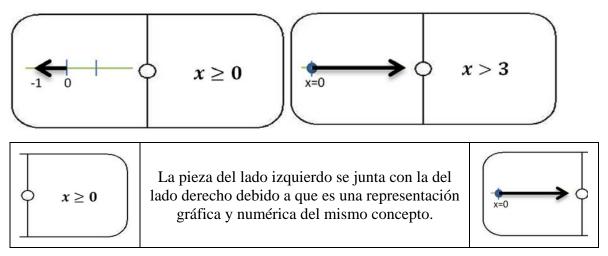


Tabla 5: Piezas

Como podemos ver la "equivalencia" entre las dos piezas no es inmediata. Las representaciones requieren de ser transformadas en varios sentidos, mediante ciertas reglas de conformidad (actividad de formación) pero no sólo eso, también exige la aplicación de una serie de pasos para llegar a un resultado (actividad de tratamiento). Por último, poner una ficha y se tenga que deducir la fórmula que se aplique a partir de los datos que se proporcionen es más parecido a resolver un problema (actividad de conversión). Las piezas del dominó propuestas para desarrollar las actividades de formación, tratamiento y conversión se presentarán a continuación en la siguiente Tabla 6:

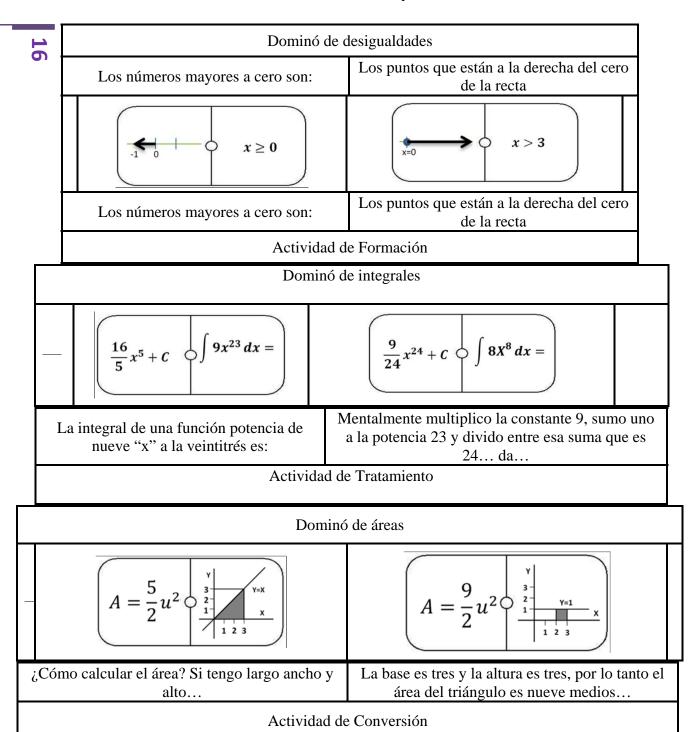


Tabla 6: Actividades de formación, tratamiento y conversión

La importancia de mover piezas de un dominó en contraposición de sólo realizarlo mentalmente se destaca en algunos estudios relacionados con el funcionamiento del cerebro. Hannaford (2008) destaca el empleo de las manos para activar ciertos circuitos neuronales

El dominó como medio para articular los registros de representación semiótica en contenidos de Cálculo

que permiten facilitar el aprendizaje. La autora recomienda un ambiente sensorial donde haya abundancia de estímulos naturales para el oído, el tacto, el olfato y la vista (Hannaford 2011). En el mismo sentido Gardner (2003) señala la necesidad de ampliar el concepto de inteligencia al de "inteligencias múltiples". Así, el empleo de una dinámica de juego de mesa rompe con la forma fundamental de aprendizaje de estar presente viendo y oyendo las presentaciones y explicaciones del docente. En la estrategia propuesta, en cambio se busca que el alumno lleve a cabo diversas acciones mediante el uso de un juego de mesa. Con frecuencia las explicaciones del profesor para sus alumnos se concentran en lograr que el alumno sienta que entiende lo presentado sin que la clase ofrezca la oportunidad para que este sentimiento se ponga a prueba. En resumen, clasificamos los dominós por el tipo de actividad cognitiva en la siguiente Tabla 7:

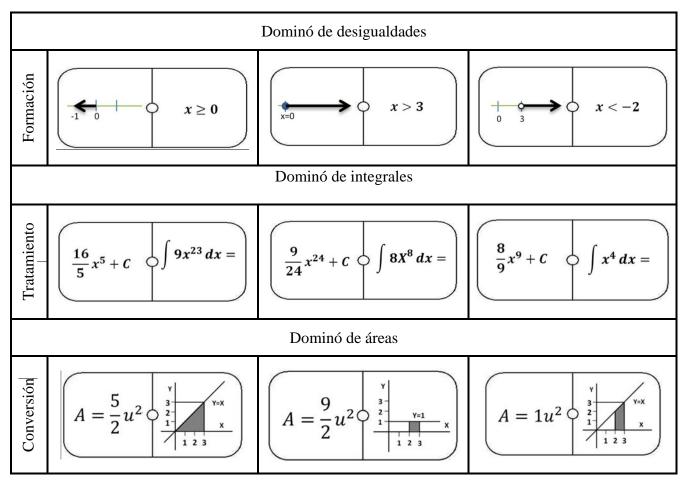


Tabla 7: Tipo de actividad cognitiva

Ahora consideremos un espacio aúlico en el que se pueden desarrollar las anteriores ideas en el estudiante. Para ello nos apoyaremos de una experiencia realizada en el segundo semestre del 2014.

4. La implementación del dominó en el aula

Nahina Dehesa De Gyves

Coincidimos con Cuevas y Pluvinage (2013) acerca de que usualmente los cursos de cálculo inician con las definiciones formales de: números reales, desigualdades, función, límite, derivada, etc., siguen los teoremas y demostraciones formales; y si el tiempo lo permite, se muestran las aplicaciones.

Una forma alternativa que proponen Cuevas y Pluvinage (2013) y que coincidimos debido a que lo experimentamos como docentes en el aula, es en un orden inverso: utilizar el conocimiento matemático del cálculo diferencial, descubrirlo (por parte del estudiante) explorarlo y desarrollarlo y sólo si se requiere establecer la definición formal del mismo. Así, para un curso de cálculo diferencial, proponemos una vía de acción práctica por medio de herramientas cognitivas en el aprendizaje.

Emplearemos la terminología de Cuevas y Pluvinage (2013) de denominar herramienta cognitiva a la adquisición de conocimiento matemático mediado por la acción de una herramienta material y/o simbólica. En la propuesta se distinguen los "juegos de dominós" el material diseñado para el mismo fin.

Como se ha descrito, los contenidos de las piezas del dominó corresponden a temas de cálculo y el movimiento de sus piezas puede simbolizar la articulación de las representaciones semióticas que se representan en cada pieza.

También el juego de dominó permite la formación de equipos con el objetivo de fomentar el aprendizaje cooperativo. Gardner (2003) sostiene que el conocimiento requerido para ejecutar una tarea determinada no reside completamente en la mente de un solo individuo. Dicho conocimiento puede estar «distribuido»: es decir, los buenos resultados en la ejecución de una tarea pueden depender de un equipo de individuos. Así, muy posiblemente ninguno de ellos posea toda la experiencia necesaria, pero todos, trabajando juntos, serán capaces de llevar a cabo la tarea de forma segura.

En el juego del dominó el objetivo puede plantearse en términos de lograr que las veintiocho piezas queden correctamente yuxtapuestas en un tiempo determinado. Gardner (2003) resalta la relevancia de contar con «detonadores» humanos y físicos adecuados que muestre el conocimiento en cuestión y que es invisible ante por ejemplo el examen escrito tradicional.



Figura 1. El dominó como detonador

Así, regresando a la dinámica del juego del dominó, ella no consiste en embonar piezas exactamente iguales como en el dominó tradicional, sino en juntar piezas que representan todo un tratamiento al interior de un registro de representación. Al igual que diversos autores como Oviedo *et al.* (2012), pretendemos incursionar al estudio del rol que juegan los distintos registros semióticos de representación en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática para que el estudiante construya conceptos importantes del cálculo diferencial e integral.

4.1 Antes de la implementación

En el período lectivo de junio a diciembre de 2014 se contó con un área lúdica denominada Taller de Ciencias Básicas ubicada en el Instituto Tecnológico del Istmo. Los grupos que se atendieron fueron de aproximadamente sesenta alumnos de primer semestre en diversas ingenierías: sistemas, civil y electromecánica. Cada grupo se dividió en equipos de cuatro personas y se les proporcionó un juego de dominó de un catálogo de 15 juegos en total. El catálogo de los juegos también incluye temas de aritmética, algebra, trigonometría.

El objetivo fue que cada equipo realizara por lo menos 12 de los quince juegos. Se iniciaron con juegos de menor dificultad (actividad de formación) para luego irlos graduando con juegos de mayor complejidad (actividad de tratamiento y conversión). Se disponía de una hora de clases a la semana para realizarlos y también de un horario extra clase. También se contó con un equipo de colaboración de alumnos que verificaban si estaban bien resueltos los dominós para registrarlos y contabilizarlos en una hoja de registro por equipo e individual.

En la hoja de registro se incluían el catálogo de dominós, fecha en que se realizó el juego, y o nombres de participantes del equipo conformado que lo realizaron.

4.1 Durante la implementación

Que los alumnos realicen las actividades de formación, tratamiento y conversión en el salón de clases no es tarea menor. Documenta Duval (2006) algunos de los problemas específicos que se tienen al respecto. En el aula intervienen algunas de las creencias implícitas por parte del docente en cuanto al aprendizaje de los alumnos, por ejemplo pensar a la conversión como si fuera una actividad natural o adquirida desde los primeros años de las enseñanza por todos los alumnos; sin embargo, la mayoría de las veces la actividad de conversión es menos inmediata y menos simple de lo que se tiene tendencia a creer. En la búsqueda de respuestas, hemos desglosado la actividad aparentemente inmediata de poner una ficha de dominó en términos de por lo menos tres categorías de análisis: formación, tratamiento y conversión. Y hemos comprobado que ni una de ellas es inmediata, se requiere de un apoyo adicional acerca de las reglas implicadas que puede ser prevista por el docente.

Menciona Duval (2006) que la mayoría de los profesores están de acuerdo en que es importante que los estudiantes usen tanto símbolos como figuras, representen modelos espaciales y numéricos, e identifiquen el mismo patrón en diferentes representaciones y contextos. Pero el tema principal es saber cuáles son los tipos de tareas y actividades para lograr este propósito. La postura del presente trabajo es que la implementación del dominó permite que diversos estudiantes se adapten simultáneamente a diferentes grados de participación (Gardner, 2014). El dominó puede presentarse en un ambiente no competitivo si se fomenta el trabajo colaborativo entre los miembros del equipo de tal forma que los mismos estudiantes intenten contestar sus dudas como mecanismo de adaptación sin que se requiera la atención permanente del docente y en forma individualizada.

4.2 Después de la implementación

Los dominós que se implementaron en el taller tuvieron algunas ventajas y complicaciones en el aspecto actitudinal del alumno. Como ventajas podemos mencionar que realizar el juego en equipos cuyos participantes eran seleccionados por ellos mismos permitió trabajaran colaborativamente. Casi no fue necesaria la instrucción por parte del docente de que los más diestros apoyaron a los menos, se daba de forma natural debido a que los equipos se formaron por consenso de ellos mismos. Como desventajas podemos mencionar que los alumnos pueden tender a delegar la participación a alguno o algunos cuantos y es necesario que el docente enfatice que todos los participantes deben tirar sin necesariamente esperar retroalimentación de sus compañeros en todo momento antes de hacerlo, en este sentido si se justifica el seguimiento cercano por parte del equipo evaluador.

El dominó como medio para articular los registros de representación semiótica en contenidos de Cálculo

Coincidimos con Jiménez y Barojas (2014) acerca de diseñar de instrumentos de evaluación con un enfoque lúdico, de hecho, dichos autores documentan la aplicación de un 'laberinto conceptual' como instrumento de evaluación a través de la técnica de resolución de problemas. En el mismo sentido, el dominó puede emplearse como medio para realizar una evaluación formativa. Si se crea un clima de confianza, las dudas pueden surgir de forma más natural y la retroalimentación se puede dar en el mismo tono no solamente en términos de lo que diga el docente sino con sus mismos compañeros de juego y de equipo.

Por último, la hoja de registro sirvió como instrumento para la evaluación sumativa en términos de asignar cierta puntuación a la calificación parcial del alumno. Como se ha mencionado, contar con detonadores humanos como los compañeros de un equipo y contar con detonadores físicos como un dominó, permite evidenciar el conocimiento que se está aprendiendo en tiempo real y no es necesario esperarse ante un examen escrito tradicional. Registrar un juego realizado por equipo no equivale a equiparar si un individuo determinado posee o no posee un conocimiento requerido. Más bien el sentido es declarar que existe evidencia que el alumno ha sido expuesto a situaciones de aprendizaje con mayor o menor grado (dependiendo de los juegos realizados).

5. Conclusiones

Jugar un dominó es un medio por el cual se crea significado matemático a partir de lo que se ve y se toca al poner las fichas que resuelven el juego de manera correcta. Para ello, como se ha descrito se requiere de accionar una serie de actividades cognitivas dentro de las que se encuentran las de formación, tratamiento y conversión de las representaciones matemáticas, pero no son las únicas. La actividad cognitiva no es más importante que la actividad actitudinal y por ello se ha considerado el trabajo colaborativo del equipo jugador para impulsar la iniciativa del estudiante a mover las fichas antes o no de verificar si su tirada es correcta. Así, hemos mostrado una experiencia cuyo objetivo se mantuvo en su desarrollo: integrar las componentes actitudinal, conceptual y procedimental del aprendizaje del cálculo.

6. Agradecimientos

Agradezco el apoyo brindado por el Centro Virtual de Investigaciones y Desarrollos en Educación (CVIDE) que sin su interés y motivación no hubiera sido posible la elaboración del presente trabajo.

7. Bibliografía

Cuevas, C. P. (2013). (Cinvestav-IPN, Ed.) Obtenido de http://mattec.matedu.cinvestav.mx/el_calculo/data/docs/Cuevas.28eba474498783e48d3ff0c 5b5942054.pdf

De Guzmán, M. (1984). *Juegos Matemáticos en la enseñanza*. Universidad Complutense de Madrid.

- Dehesa, N. (2006). Discursos en los registros algebraico y geométrico de las ecuaciones diferenciales. *Educación Matemática*., 123-147.
- Duval, R. (1999). *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006). "Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación". En: Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambi*ar. La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española.
- Gardner, H. (2013). Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica. Paidós.
- Gardner, H. (2014). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica*. Buenos Aires, Argentina: Paidós Educador.
- Hannaford, C. (2008). Aprender moviendo el cuerpo: no todo el aprendizaje depende del cerebro. México: Pax México.
- Hannaford, C. (2008). Aprender moviendo el cuerpo: no todo el aprendizaje depende del cerebro. Pax México.
- Hannaford, C. (2011). Cómo aprende tu cerebro. Pax México.
- Hernández, S. y Jacobo, H. (28 de Marzo de 2012). *Investigación Educativa*. Obtenido de: http://redie.uabc.mx/vol11no1/contenido-hdezjacobo.html
- Jiménez, E., y Barojas, J. (2014). "Laberinto conceptual como instrumento de evaluación en Física". En: Jiménez, E. y Barojas, J. (2014). "Laberinto conceptual". *Latin American Journal of ScienceEducation*.
- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., y Benzaquen, M. (2011). *Biblioteca Virtual*. Obtenido de: http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Aula