

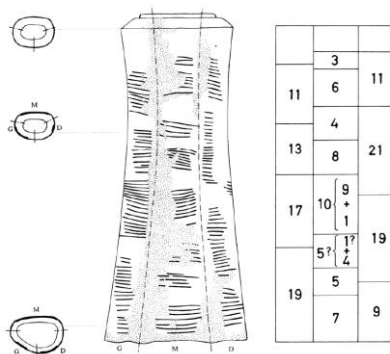
## Algunos ejemplos de reflexiones sobre la docencia extraídos de textos matemáticos antiguos

Antonio M. Oller-Marcén

(Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza. España)

### 1. Introducción

Que las matemáticas forman parte inseparable de cualquier cultura humana (Bishop, 1991) es actualmente una idea relativamente aceptada. Este hecho parece quedar apuntalado por la existencia de objetos, como el Hueso de Lebombo o el Hueso de Ishango, que muestran que en tiempos muy antiguos ya se llevaban a cabo acciones que implicaban una cierta actividad matemática (Figura 1).



**Figura 1.** Análisis de las muescas del Hueso de Ishango. Fuente: Real Instituto Belga de Ciencias Naturales

Si bien el concepto de cultura resulta difícil de definir de manera precisa y unívoca (Kroeber y Kluckhohn, 1952), la enseñanza y la educación juegan un papel crucial en su transmisión (Siegel, 1996). Así pues, como para cualquier elemento cultural de una sociedad, la necesidad de enseñar matemáticas debió aparecer de forma muy temprana. De hecho, el Papiro de Rhind (Chace, 1979) puede verse en cierto modo como el documento dedicado explícitamente a la enseñanza de las matemáticas más antiguo que se conserva. El propio escriba Ahmes pone de manifiesto la intención didáctica del texto al describir la obra que copia como “la entrada al conocimiento de todas las cosas que existen” (Chace, 1979, p. 27).

Desde el mismo momento en que se da una situación de enseñanza y aprendizaje, aparece necesariamente la necesidad de aquel que enseña de reflexionar sobre aspectos tales como la selección y secuenciación de contenidos, las dificultades de los potenciales alumnos, los posibles modos de solventar estas dificultades, etc. Todas estas preocupaciones, que son familiares a cualquier profesor de matemáticas actual, fueron ya afrontadas con total seguridad por nuestros colegas en el pasado.

En este breve trabajo presentamos algunos fragmentos provenientes de textos matemáticos españoles antiguos en los que se pone de manifiesto lo que acabamos de exponer y que muestran que ciertas situaciones a las que se enfrentan los docentes actualmente no son ni mucho menos novedosas.



### 2. Algunas reflexiones de autores antiguos

Comenzamos con un breve fragmento extraído de la *Arithmetica Practica* (Yciar, 1549) escrita por el calígrafo y vizcaíno Juan de Yciar (Alzugarai, 1988) y publicada en Zaragoza el año 1549. Los contenidos matemáticos de esta obra, que ocupa 56 folios, no presentan novedades con respecto a otras obras similares publicadas en su época (Salavert, 1990). Desde un punto de vista didáctico, el lector interesado puede encontrar un análisis del texto en Maz-Machado, López y Sierra (2013).



Tornando pues al contar también se enseña indifferentemente de cómo yo lo he visto en muchas partes a muy grandes contadores/ porque enseñan los enteros sin quebrados/ y con dar les esta regla que yo aquí pongo se despiden. Y he yo visto saber un discípulo reglas de falsas posiciones y no saber sumar por quebrados/ y a la verdad no puede uno ser contador: sin que sepa las quatro reglas por quebrados/ y a esta causa no he visto tan grandes escribanos en esta tierra

**Figura 2.** Juan de Yciar a la edad de 25 años (izquierda) y fragmento comentado (derecha)

Hacia el final de la obra, leemos lo siguiente (fo. 50v): “Tornando pues al contar, también se enseña indiferentemente de cómo yo lo he visto en muchas partes a muy grandes contadores. Porque enseñan los enteros sin quebrados y con darles esta regla se despiden. Y he yo visto saber un discípulo reglas de falsas posiciones y no saber sumar por quebrados y a la verdad no puede uno ser contador sin que sepa las cuatro reglas por quebrados y a esta causa no he visto tan grandes escribanos en esta tierra”.

Con estas palabras el autor expone su opinión acerca del perjuicio que puede causar sobre el aprendizaje de los alumnos una mala labor del maestro. Yciar considera imprescindible el trabajo con las fracciones y se asombra de que haya alumnos que saben aplicar la regla de falsa posición sin un dominio de las mismas debido a que sus maestros únicamente les enseñaron a operar con números naturales.

A continuación, presentaremos un fragmento extraído de la *Formación de potencias y extracción de raíces de cantidades numéricas y literales* (Ávila, s.f.). Este breve texto en forma de diálogo fue compuesto por Ventura de Ávila en una fecha indeterminada entre 1764 y 1774 y forma parte de una colección de 108 diálogos dedicados a la enseñanza de la aritmética y del álgebra. En Oller-Marcén (2018) se puede encontrar un pequeño estudio sobre los aspectos didácticos de la obra de este autor.

En la introducción de esta obra podemos leer lo siguiente: “Que son muy pocos los que saben la Matemática, al paso que todos alaban esta ciencia, es notorio. Vivo en el concepto, que uno de los dos principales motivos porque nosotros experimentamos este lastimoso efecto es, porque en llegando al Cálculo Literal, formación de Potencias y extracción de Raíces, como por una parte no rastrean a que se dirigen las operaciones de estas materias, y por otra no encuentran complacencia en aprenderlas, lo abandonan luego, y pasan a registrar otros Tratados, que es imposible comprender sin el conocimiento de aquellos”.

En estas interesantes líneas Ávila indica que, para él, el aprendizaje del lenguaje algebraico supone un obstáculo para el avance los alumnos. Trata además de explicarlo observando que los estudiantes no encuentran sentido a lo que hacen y que tampoco les resulta agradable. El resultado, que se avanza en el estudio de conceptos más avanzados con lagunas en el aprendizaje.



**Figura 3.** Grabado que abre la obra de Ulloa (izquierda) y portada del libro de Ávila (derecha)

Por último, presentamos un fragmento de la dedicatoria de los *Elementos Mathematicos* (Ulloa, 1706), obra en dos tomos escrita por el jesuita Pedro de Ulloa y que fue publicada en Madrid en 1706. Este texto es interesante pues se considera como el primer libro español que menciona la geometría analítica de Descartes (Dou, 1990).

Como decíamos, en un momento de la dedicatoria que el autor realiza al Conde de Luna leemos: “Como ni la Naturaleza, ni la convención de los Ingenios, ha determinado lo que se ha de considerar en cada cosa, nunca los *Elementos Mathematicos* me parece pueden quedar suficientemente determinados a gusto de todos. Según la diversidad de consideraciones, a unos les parecerá sobran muchas proposiciones Elementares, a otros que faltan”.

En este breve comentario Ulloa señala la dificultad que supone para el docente el diseño de un curso de matemáticas en cuanto a la selección de los contenidos y también respecto al carácter elemental o no de los mismos. Además, pone de manifiesto que es el maestro, y sólo él, quién ha de llevar a cabo dicha selección.

### 3. Conclusiones y comentarios finales

Hemos presentado tres fragmentos provenientes de obras de muy distintas características, que están acordes a la época en que se escribieron y al público objetivo al que se dirigen. El texto de Juan de Yciar es de carácter elemental y posee un marcado carácter didáctico. Por su parte, la obra de Ventura de Ávila comparte este carácter didáctico pero sus contenidos son más avanzados y está concebida explícitamente para el autoaprendizaje. Finalmente, los *Elementos* de Pedro de Ulloa son una obra de un alto nivel matemático y tiene una cierta vocación enciclopédica.

En consonancia con lo anterior, cada uno de los tres fragmentos hace mención especial a una de las tres aristas del triángulo didáctico (Houssaye, 1988): la interacción entre el docente y sus alumnos, la interacción entre los alumnos y el saber y la interacción entre el profesor y el saber. Así, Yciar comenta que algunos profesores no enseñan todo lo que deberían, con el perjuicio que ello causa a sus discípulos. Por su parte, Ávila trata de comprender por qué algunos alumnos arrastran dificultades con el lenguaje algebraico. Por último, Ulloa pone de manifiesto la dificultad de elegir los contenidos de un curso de matemáticas.

Como podemos apreciar, todas estas consideraciones o preocupaciones son plenamente actuales. Esto pone de manifiesto que la labor del docente de matemáticas es compleja y requiere de



una reflexión detenida y profunda por parte de los que la ejercen. Pensamos que la lectura de textos antiguos y el trabajo con fuentes documentales originales no sólo pueden contribuir al desarrollo de las competencias profesionales de los profesores (Mosvold, Jakobsen y Jankvist, 2014), sino que también puede fomentar de forma significativa una reflexión sobre su profesión. Animamos al profesorado en ejercicio a leer textos antiguos y a los formadores de profesores a diseñar e implementar actividades utilizando fuentes originales. Además, recomendamos que las lecturas vayan más allá de lo meramente matemático y se centren en aquellas secciones (prólogos, dedicatorias, etc.) en las que puede salir a la luz el lado más humano y personal de los autores.

### Bibliografía

- Alzugarai, J.J. (1988). *Vascos universales del siglo XVI*. Madrid: Encuentro.
- Ávila, V. de (s.f.). *Formación de potencias, y extracción de raíces de cantidades numéricas, y literales, distribuida en quince breves Diálogos, por cuyo medio en otros tantos días puede instruirse por sí mismo el que se halle impuesto en los setenta y dos Diálogos, que tiene dados a luz el Autor*. Barcelona: Francisco Surià y Burgada.
- Bishop, A.J. (1991). *Mathematical enculturation*. Dordrecht: Kluwer.
- Chace, A. B. (1979). *The Rhind mathematical papyrus*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics
- Dou, A. (1990). Las matemáticas en la España de los Austrias. En Español, L. (coord.) *Estudios sobre Julio Rey Pastor (1888-1962)*, 151-172. Instituto de Estudios Riojanos: Logroño.
- Houssaye, J. (1988). *Le triangle pédagogique*. Berna: Peter Lang.
- Kroeber, A.L. y Kluckhohn, C. (1952). *Culture. A critical review of concepts and definitions*. Cambridge, MA: Peabody Museum of American Archaeology and Ethnology.
- Maz-Machado, A., López, C. y Sierra, M. (2013). Fenomenología y representaciones en la Arithmetica Practica de Juan de Yciar. En Rico, L., Cañadas, M. C., Gutiérrez, J., Molina, M. y Segovia, I. (eds.) *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje Encarnación Castro*, 77-84. Editorial Comares: Granada.
- Mosvold, R., Jakobsen, A. y Jankvist, U.T. (2014). How mathematical knowledge for teaching may profit from the study of history of mathematics. *Science & Education*, 23, 47–60.
- Oller-Marcén, A. M. (2018). Aspectos didácticos de las obras matemáticas del ilustrado Ventura de Ávila. En Rodríguez-Muñiz, L.J., Muñiz-Rodríguez, L., Aguilar-González, A., Alonso, García García, P.F.J. y Bruno, A. (eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII*, 417-426. SEIEM: Gijón.
- Siegel, H. (1996) Education and cultural transmission/transformation. Philosophical reflections on the historian's task. *Paedagogica Historica*, 32 (1), 25-46.
- Yciar, J. de (1549). *Libro intitulado Arithmetica practica muy util y provechoso para toda persona que quiere exercitarse en aprender a contar agora nuevamente hecho por Juan de Yciar Vizcaino*. Zaragoza: Casa de Pedro Bernuz.

**Antonio M. OllerMarcén**. Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza. Nacido en Zaragoza en 1981, Licenciado en Matemáticas (2004) por la Universidad de Zaragoza y Doctor por la Universidad de Valladolid (2012). Ha sido profesor en la Facultad de Ciencias Sociales y Humanas de Teruel (2008-2011) y actualmente es profesor contratado doctor en el Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza. Autor de unos 100 trabajos tanto en matemática pura, como en historia y didáctica de las matemáticas. Email: oller@unizar.es.