

La enseñanza de la geometría vista por Grace Chisholm Young

Adela Salvador Alcaide.

(Universidad Politécnica de Madrid. España)

María Molero Aparicio.

(Catedrática de Secundaria. España)

1. Introducción

En los años 1991 y 1992, en los volúmenes 21 y 22 de la Revista Números, publicamos los artículos “Mujeres y Matemáticas: Un Estudio Diferencial” y “Mujeres y Matemáticas: Propuesta para una acción compensatoria” en los que se reflexionaba sobre las acciones para mejorar la enseñanza de las Matemáticas dirigida a todo el alumnado pero especialmente a las alumnas. Entre las propuestas incluidas estaba, dedicar una especial atención a la enseñanza de la Geometría en el aula e incluir anécdotas, biografías y aportaciones de mujeres matemáticas. La enseñanza de la Geometría ha sido objeto de numerosos estudios, ha generado variadas experiencias, pero sigue siendo una asignatura pendiente. En este artículo se comenta la biografía de Grace Crishom Young y sus propuestas para la enseñanza de la Geometría. Consta el artículo de cuatro partes, la primera trata sobre la biografía de esta mujer matemática, de sus dificultades y de sus logros, y en la segunda se comentan situaciones similares de otras mujeres matemáticas. En la tercera se recogen párrafos de su obra, *Primer libro de Geometría*, donde comenta los obstáculos que encuentra la enseñanza de la geometría en dimensión tres e invita, a pesar de ello, a su enseñanza. Por último, en la cuarta parte, siguiendo sus consejos, se sugieren actividades adecuadas para el aula.

2. Breve biografía de Grace Chisholm Young

Grace Chisholm Young nació en 1868, en Inglaterra, durante el reinado de la reina Victoria. En 1892 Grace obtuvo su diploma en Cambridge, pero allí todavía una mujer no podía doctorarse. Para proseguir su carrera como matemática debió abandonar su país e ir a Göttingen (la ciudad universitaria alemana donde se habían doctorado Sonya Kovalevskaya y Emmy Noether). Grace había elegido el lugar adecuado en el momento oportuno. Bajo la supervisión de Félix Klein obtuvo su doctorado en 1895. El título de su memoria de doctorado es “*Grupos algebraicos y trigonometría esférica*”. Por lo tanto se puede considerar a Grace como la primera mujer que consiguió su doctorado en Matemáticas de una forma “normal”. Su tesis fue reproducida y enviada a las personas que podían estar interesadas. Una de ellas, William Young, su futuro esposo. Entre 1897 y 1908 tuvo seis hijos y una familia tan numerosa no le permitía desarrollar muchas actividades fuera del hogar.

Como ella trabajó a menudo en colaboración con su marido es difícil distinguir su contribución en las obras en las que trabajaron juntos. Cuando ella estudiaba en Cambridge era considerada una matemática brillante. Por otro lado, William era considerado un buen profesor pero no hizo ninguna investigación original antes de trabajar con ella. Después de su matrimonio colaboraron en muchas



ocasiones y William, de repente, a la edad de 35 años, se convirtió en un matemático creativo. En las ausencias de su marido, cuando él iba a trabajar fuera, a pesar de sus seis hijos, ella encontraba su energía productiva y se ponía a trabajar, y fue durante una de esas ausencias, mientras William estuvo en la India en la Universidad de Calcuta, cuando ella elaboró una serie de textos sobre los fundamentos del cálculo diferencial e integral. No podía producir a su lado. *“Cuando William estaba en casa monopolizaba completamente la vida de Grace. Él sabía que sus demandas eran excesivas, pero...”* (Grattan-Guinness; 1972, 117). Desgraciadamente muchas de sus obras y los más de 200 artículos que publicaron juntos llevan impresa la autoría exclusiva de su marido.

3. Logros y dificultades de otras mujeres matemáticas

Las barreras que tuvieron que superar las mujeres matemáticas para acceder a la Ciencia son muchas y muy variadas pero tienen ciertos elementos comunes que queremos resaltar, ya que son la base para explicar por qué se conocen tan pocos nombres de mujeres matemáticas.

La **educación**, la formación, es importante. Para que una persona pueda saber Matemáticas debe haber tenido acceso a una formación. Hasta hace poco más de un siglo, a la mayoría de las mujeres se les ha vetado el derecho a la educación. De esta situación sólo se salvaron algunas por su posición social, pero, en general, se pretendía orientarlas hacia el arte, la literatura y por supuesto hacia todas las habilidades domésticas y sólo en casos excepcionales recibieron una instrucción orientada al conocimiento científico

A pesar de ello en todas las épocas han existido mujeres que han escrito su nombre en la historia de las Matemáticas. Por supuesto estas mujeres habían recibido una esmerada educación, así Emilia Breteuil, marquesa de Châtelet (1706-1749) y Ada Byron, condesa de Lovelace (1815-1852), eran aristócratas y tuvieron a su servicio buenos profesores de matemáticas. Hipatia (370-415), María Gaetana Agnesi (1718-1799) y Emmy Noether (1882-1935) eran hijas de matemáticos, crecieron en un ambiente donde las Matemáticas eran conocidas y apreciadas, y su talento reconocido. El acceso a los libros fue también un factor de importancia ya que no existían las bibliotecas públicas y sólo algunas como Sophie Germain (1776-1831) y Sonya Kovalevskaya (1850-1891) pudieron encontrarlos en las bibliotecas de sus familias. Sin embargo muchas de ellas tuvieron que compartir sus estudios matemáticos con las tareas domésticas, cuidar de niños, enfermos y demás funciones que la sociedad les tenía asignadas. Es el caso de María Gaetana Agnesi que a los veintiún años se encontró sin madre y con veinte hermanos pequeños a su cargo, o de Carolina Herchel (1750-1848) que después de estar durante veinticuatro años como ayudante de su hermano William, a la vez que se encargaba de las tareas domésticas, a los cincuenta y ocho años tuvo que cuidar de su hermano Dietrich durante cuatro años.

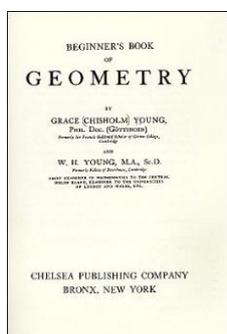
Estas mujeres tuvieron, en general, grandes dificultades para ganarse la vida con su trabajo profesional, así como para poder acceder a las distintas instituciones científicas y obtener un merecido reconocimiento por su trabajo. Hay otros elementos que impidieron o al menos obstaculizaron **su reconocimiento como autoras**. Algunas tuvieron que ocultarse bajo un seudónimo o unas siglas, otras vincularon su trabajo a la sombra de una figura masculina y sólo fueron reconocidas cuando sobrevivieron a su compañero, sin olvidar a las que han sido maltratadas por la Historia y al cabo del tiempo son más recordadas por una anécdota de su vida, sin importancia, que por su trabajo matemático. Otro problema es la utilización del nombre. Si las mujeres cambian de nombre al casarse, como Mary Somerville, se dificulta mucho conocer su autoría. Mary se casó con Samuel Greig y con William Somerville, por lo que tuvo tres apellidos diferentes a lo largo de su vida.

4. Primer libro de Geometría

Este libro, *Primer libro de Geometría (First Book of Geometry)*, se publicó en 1905 en Londres, traducido al alemán en Leipzig en 1908 bajo el título “*Der Kleine Geometer*”, al hebreo en Dreden en 1921 y ha sido reeditado en 1970 bajo el título “*Beginner’s Book of Geometry*”, edición prácticamente igual a la original, causando sorpresa por lo *moderno* que aún hoy resulta.

En su introducción, Grace escribió que el estudio de la Geometría en primaria y en secundaria padece considerablemente por el hecho de que los escolares no han adquirido previamente el hábito de la observación geométrica, no se les ha animado a la práctica natural del pensamiento en dimensión tres, que recibe mucha menos atención que la geometría del plano. Opinaba que esto no debía ser así porque “*en cierto sentido la geometría plana es más abstracta que la tridimensional*”, (Young; 1970, Introduction), y consideraba que la geometría tridimensional era más natural.

Una de las razones por las que la geometría plana ha mantenido esta situación privilegiada durante cientos de años y se estudia en los cursos preliminares es, probablemente, debido al valor didáctico del dibujo de los diagramas planos en papel o en la pizarra. Tienen las siguientes ventajas:



- 1.- No requieren un equipamiento especial.
- 2.- Es fácil de enseñar y comprender, y sólo requiere cuidado y práctica.
- 3.- Los diagramas pueden reproducirse tan a menudo como sea necesario.

Pero admitía, sin embargo, muy difícil representar figuras tridimensionales en una superficie bidimensional como es una página de un libro, y consideraba que ésta era la razón por la que no se trabajaba (y actualmente tampoco se trabaja) adecuadamente.

“El obstáculo en el camino del propio desarrollo de las ideas geométricas ha sido la carencia de un método que ocupe el lugar del dibujo de la geometría plana. El dibujo de los cuerpos sólidos es demasiado difícil. Los modelos, la mayor parte de cartón, tienen el mismo defecto... relativamente caros y requieren constante supervisión”.

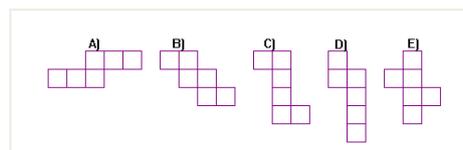
Grace opinaba que el alumnado debía construir figuras espaciales, utilizando *papel, lápiz, alfileres, tijeras, cosas que cualquier niño pequeño debe y puede tener*, por lo que incluyó en su libro muchos diagramas de figuras tridimensionales para ser recortados y contruidos. “*Los métodos adoptados en el presente libro requieren pocos utensilios, sólo papel, ocasionalmente unos pocos alfileres, un lápiz y un par de tijeras*”. Opinaba que esa era la forma en que el alumnado debía familiarizarse con las propiedades de estas figuras y que utilizándolas, con su ayuda, podía visualizar los teoremas de la geometría tridimensional.

5. Actividades

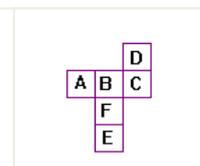
A modo de breve ejemplo añadimos algunas actividades posibles:

5.1. Del plano al espacio

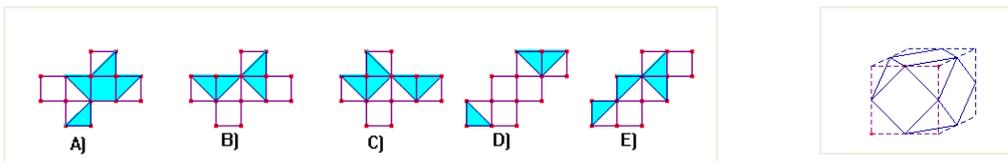
Actividad a): ¿Cuál de las siguientes figuras no representa el desarrollo de un cubo?



Actividad b): Al formar un cubo con el desarrollo de la figura, ¿cuál será la letra opuesta a F?

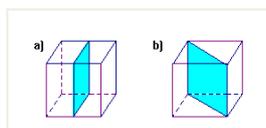


Actividad c): A partir de uno de estos desarrollos bicolors, se puede fabricar un cubo, de forma que los colores sean los mismos en las dos partes de cada una de las aristas. ¿Cuál de ellos lo verifica?



5.2. Del espacio al plano

Actividad d): Haz el desarrollo del cuerpo siguiente:



Actividad e): Es posible cortar un cubo en dos cuerpos geométricos iguales, de muchas formas, como por ejemplo, mediante un plano que pase por dos aristas y dos diagonales de las caras, tal y como se observa en la ilustración. Haz el desarrollo plano de esa sección del cubo, y construye dos de esos cuerpos. Descríbelos. Piensa otros ejemplos de secciones del cubo en dos cuerpos geométricos iguales, confecciona su desarrollo plano y construye dichas secciones.

6. Conclusiones

Conviene no descuidar la **enseñanza de la Geometría en la clase de Matemáticas**. No dejar los trabajos de Geometría "para casa" sino dar un tiempo y un lugar para hacerlos en el aula. Es conveniente poder dotar de intuiciones geométricas apoyándonos en materiales de aula adecuados según la edad del alumnado. Si no proporcionamos este trabajo en el aula, desmerecerá el aprendizaje de todos, pero en particular de aquellas chicas que, por el tipo de juegos de su infancia, han desarrollado poco la visión espacial.

Bibliografía

Alic, M. (1991): *El legado de Hipatia. Historia de las mujeres desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX*. Madrid. Siglo veintiuno editores.

Figueiras, L.; Molero, M.; Salvador, A.; Zuasti, N. (1997): Dificultades y logros de una mujer matemática: Mary Somerville. *Revista SUMA. Revista sobre la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*.

Figueiras, L.; Molero, M.; Salvador, A.; Zuasti, N. (1998): *Género y Matemáticas*. Madrid. Editorial Síntesis.

Figueiras, L.; Molero, M.; Salvador, A.; Zuasti, N. (1998): *El juego de Ada. Matemáticas en las Matemáticas*. Granada Proyecto Sur de Ediciones, S. L.

Grattan-Guinness, I. (1972): A Mathematical Union: William Henry and Grace Chisholm Young. *Annals of Science*, 29.

Tee, G. J. (1983): The pioneering Women Mathematicians. *The Mathematical Intelligencer*. Vol 5. nº 4.

Young, G. (1970): *Beginners Book of Geometry*. Chelsea Publishing. New York.

Adela Salvador Alcaide. Profesora Titular de Universidad Politécnica de Madrid (jubilada) en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos de Madrid desde 1990, catedrático de instituto desde 1971, socia fundadora del Grupo Cero de Valencia, adela.salvador@upm.es. Ha escrito muchos libros (84), artículos (más de 100), organizado congresos, impartido cursos y conferencias... especialmente de didáctica de las matemáticas, lógica borrosa y sistemas dinámicos y caos. Continúa siendo miembro de distintas asociaciones.

María Molero Aparicio. Catedrática de Secundaria (jubilada). Licenciada en Matemáticas (1976), Licenciada en Psicología (1987), Máster en Informática (1990), Doctora en Matemáticas (1993). Ha escrito libros y artículos e impartido cursos y conferencias sobre matemáticas, lógica borrosa, didáctica de las matemáticas, historia de mujeres matemáticas e informática.

