

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 101, junio de 2019, páginas 139-150

El tres en raya, ¿es tan sencillo?

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz
(Club Matemático¹)

Resumen Presentamos el Tres en Raya, también conocido como Tic-Tac-Toe, con sus reglas de juego y materiales. Planteamos variantes y aplicaciones en el aula. Exposición de tableros de juego. Juegos como objetos propagandísticos. Tres en raya en el cine y en la literatura. Bibliografía sobre el juego.

Palabras clave Tres en raya y Tic-Tac-Toe. Estudio de estrategias. Variantes para el aula. Bibliografía.

Abstract We present the Three in a row, also known as Tic-Tac-Toe, with its rules of play and materials. We propose variants and applications in the classroom. Exhibition of game boards. Games as propaganda objects. Three in a row in the cinema and in literature. Bibliography about the game.

Keywords Three in a row and Tic-Tac-Toe. Study of strategies. Variants for the classroom. Bibliography.

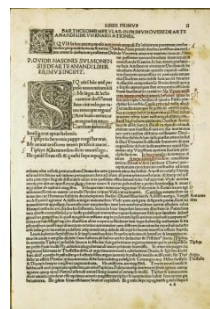
Introducción

El tres en raya, ¿es tan sencillo?

Lo decía *Martin Gardner* en su artículo “Al estilo del tres en raya” de su libro “Ruedas, vidas y otras diversiones matemáticas”: “*El tatetí, o tres en raya, no es en realidad tan sencillo como pensaba Tom Sawyer*”. Juego humilde, muy conocido y estudiado, ha dado lugar a muchísimas variantes. Es difícil encontrar a alguien que desconozca el juego.

Conocido en oriente como “Juego de los tres caminos” ya surge, al parecer, citado por *Ovidio* en su obra “*De Arte Amandi*” y se conoce en otros países latinos con distintos nombres.

Siendo sus estrategias fáciles de analizar, es un juego atractivo para los primeros niveles, hasta que los alumnos caen en la cuenta de que fácilmente se llega a una situación de tablas o empate, lo que les hace perder el interés por el juego. Es por ello que se han introducido variaciones en los tableros, en las reglas o en ambos.



¹ El Club Matemático está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com



El tres en raya, ¿es tan sencillo?

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

Tablero y reglas.

El tablero para el juego del Tres en Raya consiste en un cuadrado cruzado por sus diagonales y medianas. En cada una de las nueve intersecciones que se forman suele trazarse un pequeño círculo, donde se van a colocar las piezas. (Fig. 1)

Un tablero más simple se consigue dibujando en un papel dos segmentos paralelos cruzados por otros dos perpendiculares a los primeros, formando una cruz con un cuadrado central y ocho que lo rodean, con su lado externo abierto, en lo que sería una versión simplificada de un tablero de 3x3 escaques. (Fig. 2). Ambos tableros son muy sencillos de dibujar en diferentes soportes: papel, cartulina o cartón, planchas de madera, en el suelo del patio, etc.

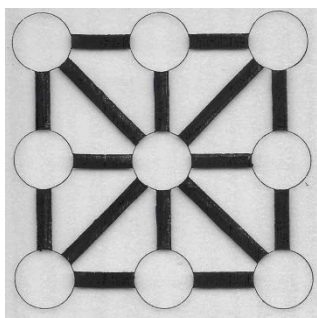


Figura 1

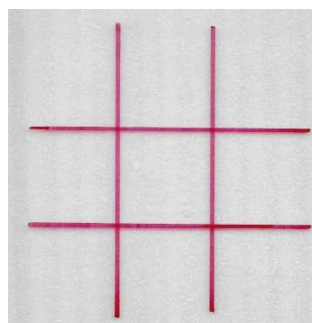


Figura 2

Piezas

El número de jugadores que intervienen es dos y se necesitan tres piezas por jugador: tres monedas, fichas, figuras... de un color y otras tres de otro color o forma, para distinguir las piezas de un jugador de las del otro. Las piezas, al igual que el tablero, son fáciles de conseguir o improvisar.

Reglas

El jugador que comienza el juego coloca su primera pieza en uno de los nueve círculos o intersecciones, según el tipo de tablero; a continuación, el segundo jugador coloca una de sus fichas o piezas en cualquiera de los ocho lugares libres. Se continúa colocando sus dos fichas restantes en turnos alternativos.

Cuando las seis fichas estén colocadas, y si ninguno de los jugadores ha logrado alinear sus tres piezas en una línea: horizontal, vertical o diagonal, el juego continúa moviendo en su turno cada jugador una ficha propia a un lugar adyacente que esté vacío, siguiendo las líneas del tablero, no pudiendo saltar por encima de otra pieza.

Como hemos adelantado, gana el jugador que primero coloca sus tres fichas alineadas.

En nuestra niñez, ésta es la forma de jugar que aprendimos en casa, es el TRES EN RAYA. Más tarde, en la calle, en la escuela y especialmente en el cine, aprendimos otra manera de jugar. Cada jugador posee cinco fichas de su color. Se colocan alternativamente sobre el tablero hasta conseguir alinear tres de ellas o no poder seguir jugando y sin conseguirlo, es el TETETÍ.

Más tarde pudimos verificar que la primera forma de juego es la más popular en España. Nos lo corroboró un libro, magnífico, de Pedro de Frutos titulado “Jugar con juegos” y editado por la editorial PI. O también, otro magnífico libro, mucho más antiguo, de W. M. Gratz, “Enigmas, entretenimientos y curiosidades”, que conseguimos en los puestos de viejo en la Cuesta de Moyano madrileña.

Actividades para el alumno

¿Qué pretendemos al hacer que los alumnos jueguen al tres en raya? Al igual que con otros juegos de tablero, su práctica permite, de manera lúdica, y fuera del “rigor aulae” el que los alumnos sean capaces de aprender y desarrollar técnicas que les faciliten enfrentarse a situaciones problemáticas, analizándolas, elaborando estrategias que permitan su resolución y llevándolas a cabo.

Entretenerse y desarrollar las facultades mentales, ambas cosas al tiempo, constituye un ideal largamente perseguido por enseñantes y pedagogos. Tal y como expresan Meirovitz y Jacobs en su “Desafío a su inteligencia”, muchos juegos permiten desarrollar destrezas mentales importantes como son: lógica deductiva, lógica inductiva, estrategia y pensamiento creativo.

En este caso, el pequeño número de aperturas posibles, la simplicidad de las reglas, las pocas piezas que intervienen y la sencillez y simetrías del tablero, hacen posible que el estudio de las estrategias a desarrollar sea fácil y se pueda llevar a cabo por alumnos del ciclo medio, por ejemplo.

Las actividades que pueden realizar los alumnos son las siguientes:

1.- Jugar un cierto número de partidas con distintos adversarios, fijándose en aspectos estratégicos tales como:

- a) Qué posiciones son más importantes.
- b) Cuáles son las casillas o líneas que conviene controlar.
- c) Si la apertura confiere ventaja o no.
- d) Etc.

2.- Tras esas partidas sería posible contestar a preguntas como las siguientes:

- a) Jugando la primera pieza en la intersección central, ¿es posible ganar siempre?
- b) Se puede forzar tablas (empate).
- c) ¿Cuántas aperturas diferentes hay? Fíjate que hay simetrías a tener en cuenta.
- d) ¿Se puede forzar al contrario a que abandone la casilla central, si está en su poder?
- e) ¿Conoces otros juegos parecidos de los que extraer alguna táctica?
- f) ¿Se te ocurre algún tipo de nomenclatura para poder escribir las jugadas y las partidas?



3.- Modifica las reglas o el tablero y estudia cómo afectan al juego.

Todas estas cuestiones, y alguna más, pueden reflejarse en una ficha que los alumnos deben cumplimentar como única contrapartida al permitirles y animarles a jugar.

Orientaciones para el profesor.

Una vez explicadas las reglas a los pocos desconocedores de ellas, lo mejor es dejar que los alumnos se emparejen y jueguen dos o tres partidas; luego se debe sugerir un cambio de adversario para jugar otras cuantas partidas. La duración de cada encuentro es breve, nunca más de cinco minutos.

Se les debe animar a observar las consecuencias de los cambios que introduzcan en su forma de jugar las partidas, Pude orientárseles a que prueben a jugar den el centro en una esquina o en la posición media de un lateral al iniciar el juego. Que examinen después estas mismas posiciones cuando lo efectúan el primer movimiento. O bien no darles indicaciones y ver cómo actúan, sobre todo si ya tienen experiencia en este juego y otros, y en su análisis.

También se les debe recordar el utilizar un sistema de anotación para poder estudiar a posteriori, luego, las jugadas que han realizado. Esta nomenclatura puede adoptarse y homologarse tras unas pocas partidas, antes de seguir jugando.

El análisis de las posibles jugadas debe hacerse de una manera sistemática, para lo cual puede contribuir un árbol de tableros vacíos que los alumnos van cumplimentando con sus propias experiencias (Fig. 3) y que puede incluirse en la ficha mencionada anteriormente.

Es interesante ver la adaptación y el análisis que hacen M. Meirovitz y P. Jacobs en su “Desafío a su inteligencia”.

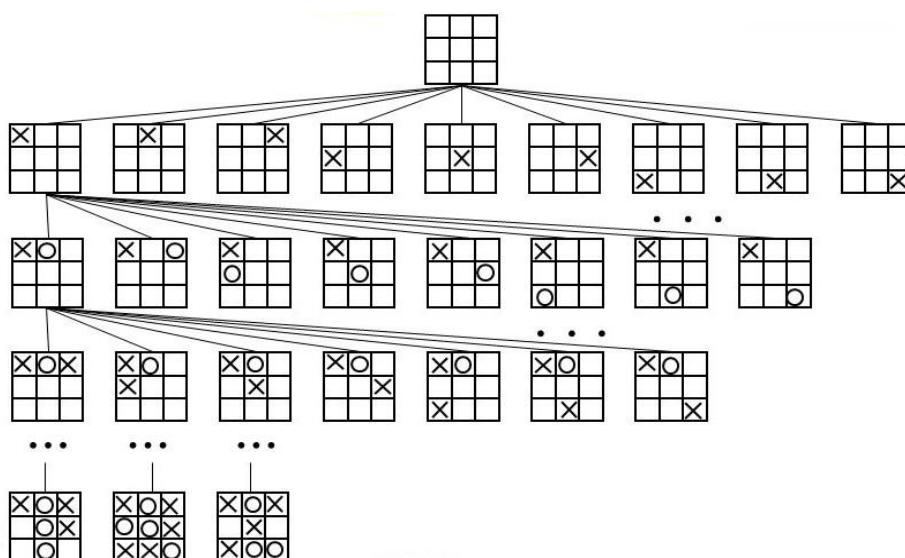


Figura 3

Análisis de las estrategias ganadoras.

Rápidamente se comprende que, colocando la primera ficha en el centro del tablero, se obtiene ventaja. El otro jugador tiene dos lugares donde colocar (no considerando las posiciones simétricas): en una esquina o en la casilla central de un lado.

A partir de aquí se pueden ver las variantes posibles, para lo que resulta útil disponer de una plantilla o planilla como la representada.

Resulta muy curioso indagar sobre los nombres populares que recibe el juego en los distintos países del mundo. El nombre más utilizado es el de **Tres en línea**, o también **Ceros y Cruces**, siendo el más habitual para nosotros el de **Tres en raya** (España, Ecuador y Bolivia), **Michi** (en Perú), **Juego del gato**, **Triqui** (en Colombia), **Cuadritos**, **Gato** (en Chile, Costa Rica y México), **Tatetí** (en Argentina), **Totito** (en Guatemala), **Triqui traka**, **Equis Cero**, **Tic-Tac-Toe** (en Estados Unidos), o **la Vieja** (en Venezuela), o **Filetto**, en Italia.



La comercialización que presentamos en la fotografía es de nuestra colección particular y, si se observa atentamente, podrá verse su origen costarricense.



También nos ha llamado siempre la atención el uso que de los juegos se hace como elemento publicitario. De hecho, una parte de nuestra colección está dedicada a ese tipo de juegos. No cabe duda que, por su sencillez y facilidad de reproducción, el juego del Tres en raya se usa con frecuencia para este menester. Aquí presentamos algunas de ellas.



La casa Riera-Marsá y su familiar Tamatina. O la industria farmacéutica. Amos forman parte de nuestra colección.

También es frecuente encontrar hoy muchas presentaciones del juego con motivos folclóricos regionales.



J
U
E
G
O
S



Distintas presentaciones y variantes

Presentaciones.

El juego se presta a distintos niveles de presentaciones. El tablero puede trazarse, por ejemplo, en un suelo de tierra o de arena, siendo las piezas pequeñas piedras y palitos; o puede dibujarse en el suelo con tizas o con lápiz en un papel o cartón, pero además puede ser un tablero de exótica madera, tallado a mano, y jugarse con valiosas monedas, o piedras semipreciosas o cuentas de cristal. En medio están todos los materiales que la industria juguetera acostumbra emplear: plásticos, cartón, contrachapado, etc.



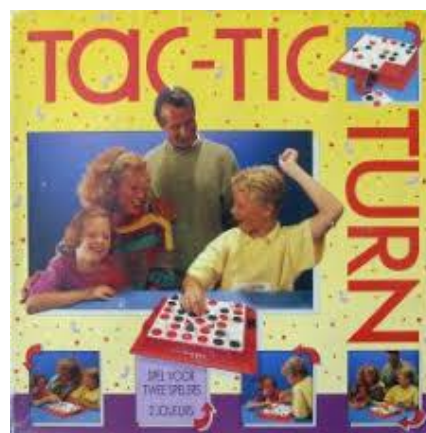
Lo encontramos en libros, como propaganda, en llaveros, comics, Shakespeare o Mark Twain. Pero en bastantes casos comprobaremos que se confunde el Tres en Raya con el “Tateti” o con el “Tic-Tac-Toe”, que se juega sobre el mismo tablero pero con cinco piezas por jugador, de tal manera que no es posible mover una ficha después de colocada en el tablero. Esta versión es conocida como “Noughts and Crosses”. Debe diferenciarse.

A veces se le nombra como el “Ovid’s Game” o el “Nine Men’s Morris”, como evidentes derivados del Alquerque.

Variantes.

Las variantes del Tres en Raya buscan un atractivo suplementario, una dificultad mayor en el juego o, simplemente, la posibilidad de eludir una patente anterior. Podemos clasificarlas en tres apartados:

1. Las que cambian el objetivo del juego.
2. Las que cambian el tablero.
3. Las que cambian las fichas.
4. Las que cambian las reglas.
5. Las que introducen elementos extraños (gravedad, imanes, cartas, etc.).

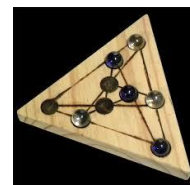


Por lo general no se dan estas situaciones totalmente por separado, sino que en una misma presentación comercial se juntan varias de estas modificaciones, si no todas.

Así que las variantes, aunque parten de los mismos elementos, modifican las reglas para complicar las estrategias ganadoras o modifican los elementos, con la adaptación consiguiente de las reglas o con una variación sustancial de éstas, de tal manera que en tal supuesto se hace difícil ver la similitud de la variante con el juego del Tres en Raya.

En cualquiera de los casos, algunas de estas variantes son juegos con una entidad propia muy relevante.

Hay multitud de ejemplos: Tres en raya libre, Tres en Raya inverso, Wieielec, Tres en Raya Periférico, Tres en Raya de Silverman, Tres en Raya numérico o alfabético, S.O.S.,OXO, Magic Five, Tri-Ex o Tres en raya triangular, Tateti, Tic-Tac-Toe, “Noughts



and Crosses” (Círculos y cruces), Three Men’s Morris, Ta-Te-Tí Loco, Titatá Loco, El Tatetí de Harary, Evitando tres en raya, Cuatro en raya, Cinco en raya, Pente, Buscando cuadrados, Go-moku, Twelve Men’s Morris y tantos y tantos otros que hemos decidido hacer un segundo artículo (ya se ha hecho una costumbre en nosotros) en el que haremos una descripción de la mayor parte de ellos (los más interesantes) y un análisis un poco más profundo de alguno de ellos. Aquí ponemos algunas ilustraciones de esas variantes.



También hemos pensado realizar una exposición temporal de nuestra colección de juegos del Tres en raya y variantes aprovechando el Aula de Juegos que la Sociedad “Isaac Newton” de Profesores de Matemáticas posee en sus instalaciones de la Casa-Museo de la Matemática Educativa en la ciudad de San Cristóbal de La Laguna.

De esa forma, nuestros lectores que vivan en las cercanías podrán ver en vivo todo aquello que exponemos en nuestros artículos.

Incluso hemos pensado que esas exposiciones podrían cambiar de acuerdo con el contenido de nuestros futuros artículos, de manera que siempre haya la posibilidad de ver juegos que, de otra manera, sería casi imposible conocer de primera mano.

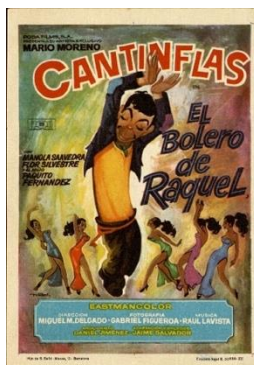


En algunos concursos televisivos podemos encontrar variantes que con más “parafernalia” son, en el fondo, Tres en Raya.

El juego desde otros puntos de vista.

La cultura popular ha utilizado siempre los juegos como elementos de referencia y, a veces, su solo nombre evoca situaciones y experiencias pasadas. En el cine, en la literatura e, incluso, en la gastronomía pueden aparecer referencias al Tres en raya.

El Tres en raya forma parte del argumento de la película “Juegos de guerra”, utilizándose como analogía con la imposibilidad de victoria en un conflicto nuclear global. Con título original: *WarGames* es una película estadounidense de 1983, del género thriller, ciencia ficción, dirigida por John Badham y protagonizada por Matthew Broderick, Ally Sheedy y John Wood en los papeles principales. El guión escrito por Lawrence Lasker y Walter F. Parkes está ambientado en los últimos años de la Guerra fría y cuenta la historia de un joven hacker que intenta infiltrarse en sistemas ajenos por simple curiosidad.



También recordamos la secuencia de una película de Cantinflas donde este personaje juega al gato (Tres en raya) utilizando un tablero dibujado con tiza sobre el techo de un coche. Esta circunstancia sirve para realizar una persecución para tratar de salvar a un pequeño en apuros. Pero no logramos recordar el título de la misma: ¿”El bombero atómico”? o ¿”El bolero de Raquel”? Quizá nuestros lectores tengan mejor memoria que nosotros y nos



El tres en raya, ¿es tan sencillo?

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

puedan ayudar a situar el título correcto del film.

Otra película con referencias al Tres en raya, aunque en otra dimensión diferente es **Tres en raya (1979)**, una comedia española del director Francisco Roma, interpretada por los actores Pep Munné, Mireia Ros, Iñaki Miramón, Miguel Arribas, Francisco Guijar y Héctor Alterio.

Dentro de la literatura, género novela, seguramente habrá muchas en cuyo título figura el nombre del juego o, bien, en su trama hay referencias al mismo. Nosotros aportamos uno, nuestros lectores podrán contribuir a ampliar las referencias.

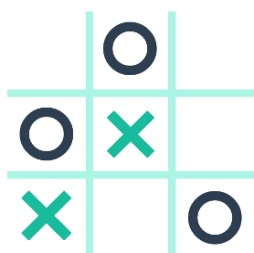
TRES EN RAYA, de Manuel M. Almeida, editor **Createspace Independent Pub**; 2ª Edición, 2 de abril de 2016

Dentro del campo de la gastronomía nos hemos fijado, en concreto, en el ramo de la pastelería. Un pastelero catalán, Marc Rodellas, ha diseñado y fabricado una mona de Pascua en 2019, a la que ha denominado “Huevo en raya”. El pastel incluye las instrucciones del juego.

1. El objetivo es conseguir hacer una raya con las fichas escogidas (horizontal, vertical o diagonal).
2. El ahijado/a escoge el color y empieza la jugada.
3. El padrino/a sigue el juego.
4. Quien gana la partida puede romper la mona.
5. Si gana el padrino/a, la tirada será anulada y el ahijado/a podrá volver a reiniciar la partida.
6. El ahijado siempre, siempre, siempre se come la mona.
- 7.

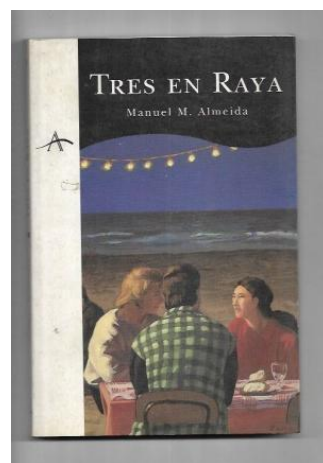
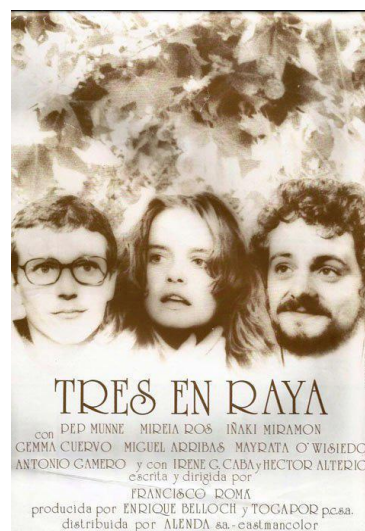
También resultan curiosas las apariciones en prensa, sección de pasatiempos, del juego de Tres en raya. Éste es un ejemplo tomado de El Pequeño País.

TRES EN RAYA. Problema



Como podrás comprobar a simple vista, estás ante una partida de tres en raya, pero, si miras más detenidamente, incluso podrás adivinar cuál de los dos jugadores, X u O, ha comenzado la partida. Piensa un poco.

Solución: Una cosa está clara y es que no empezó el jugador X, porque en ese caso la segunda jugada de O trataría de cubrir el ángulo superior derecho. ¿O no? Es cuestión de ojo.



Con un enfoque didáctico y matemático.

Los niños, con seis o siete años, ya pueden jugar al Tres en Raya y, normalmente, aparecen tres etapas:

1.- Cuando juega las primeras partidas el niño intenta siempre alinear sus tres fichas, como único objetivo, sin preocuparse de lo que hace e contrario. Su análisis se reduce a pensar en su próxima jugada. Si logra colocar dos de sus fichas con un tercer lugar vacío alineado, fijará su vista en esta casilla vacía y deseando que su oponente no la ocupe. Con niños con un mismo nivel de juego, con semejante experiencia, y ya que cada uno se preocupa de su propio juego y no por el que desarrolla el contrincante, ganará el jugador que sale.

2.- Tras estas primeras partidas, el segundo jugador se percata que ha de evitar que su contrario haga tres en raya, más que de lograr alinear él sus tres piezas. Esta fase se reduce a un entorpecimiento de las jugadas del oponente.

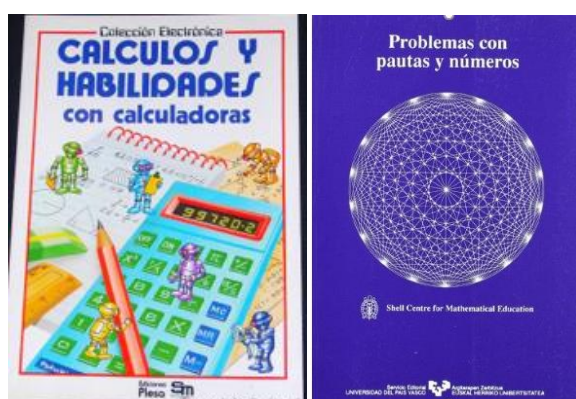
3.- La tercera fase que tiene lugar, en el aprendizaje de este juego, combina las dos anteriores.

En clase resultan muy útiles algunas aplicaciones de los juegos de Tres en raya para utilizar con la clase al completo en actividades de afianzamiento del cálculo mental y, sobre todo, de la estimación de dichos cálculos antes de realizar los mismos por medio de la calculadora.

La calculadora es manejada por alguien neutral (puede ser un alumno), que se limita a verificar el cálculo exacto seleccionado. La clase, mientras tanto, se divide en dos grupos que deciden cada una de las jugadas de mutuo acuerdo.

Los alumnos para conseguir un cuatro en raya deberán esforzarse en colocar sus resultados en las casillas que le interesen, para lo cual deberá hacer buenas estimaciones mentales del cálculo requerido para conseguirlo.

Los que aquí presentamos están extraídos de documentos de trabajo del Shell Center y de los libros de la editorial PLESA y autor Nigel Langdon.



El tres en raya, ¿es tan sencillo?

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

Cuatro en raya con divisiones (decimales)

Es un juego para dos jugadores o equipos. Por turno, se deben elegir dos números de la tabla 3 x 3 y dividirlos.

Luego se tapa la respuesta en el tablero 6 x 6 con una ficha (un color para cada jugador o equipo). El ganador es el primero en tapar cuatro números en una línea (horizontal, vertical o diagonal).

5	8	10
20	0,4	0,2
1,6	6,4	2,5

2,56	0,32	2,5	0,05	3,125	6,25
0,08	12,5	0,02	1,28	0,64	0,025
0,125	25	1,6	0,8	16	0,625
0,25	0,4	2	4	40	0,16
0,312	50	5	8	0,5	1,25
0,04	20	3,2	0,2	100	0,01

Cuatro en línea con multiplicaciones (enteros)

Este juego es para dos o más jugadores. Por turno se deben elegir dos números de la tabla 3 x 3 y multiplicarlos.

Luego cubre la respuesta con una ficha de color (un color para cada jugador) en el tablero 6 x 6. El ganador es el primero en cubrir cuatro números en una línea.

8	31	12
20	5	71
51	63	22

1122	440	568	315	1020	60
176	3621	852	2201	248	255
355	408	1581	682	96	1953
620	612	4473	100	1386	160
110	1420	155	504	3213	372
40	756	1260	264	240	1562

Triada (fracciones y aproximación decimal)

Este es un juego para que lo hagas con un amigo.

Necesitas un trozo de papel y dos bolígrafos o lápices de distinto color.

Dibuja una línea en el papel y divídela en diez partes. Numera los extremos con un 0 y un 1 y

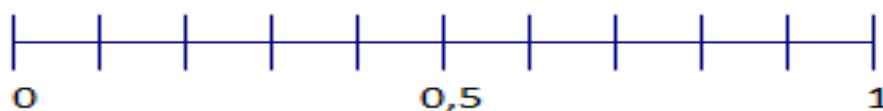
El punto central con 0,5.

Para jugar cada jugador escoge por turno dos números de la tabla 3 x 4 para formar una fracción y después transformarla en decimal y marcar su lugar en la línea.

El objetivo del juego es conseguir tres marcas en línea sin ninguna de las marcas de tu amigo en medio.

Si el decimal es superior a 1 te sales de la línea y pierdes un turno.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12



Resulta interesante el hecho de que el juego se puede renovar continuamente sin más que cambiar los números de la tabla y sus características, así como la operación que se desea que los alumnos practiquen. Se eligen los números y se colocan desordenados en la tabla pequeña. Se realizan todas las operaciones posibles con ellos y sus resultados se colocan, también desordenados, en la tabla grande.

Jugar en línea

Podemos utilizar la Tablet, el ordenador, el móvil o la pizarra digital para jugar y explorar las estrategias en los juegos de alineamiento. Conviene siempre probarlos primero o buscar alguno más reciente. (junio 2019)

http://www.calculatorcat.com/games/tic_tac_toe.phtml

<http://www.goriya.com/flash/tictactoe.shtml>

http://newton.proyectodescartes.org/juegosdidacticos/index.php?option=com_k2&view=item&id=1320:super-tres-en-rama&Itemid=609&lang=es

Bibliografía

No hemos encontrado en español libros que traten exclusivamente de los juegos de alineamiento. Pero sí hay algunos que ofrecen un capítulo completo sobre los mismos. Aquí les presentamos algunos de ellos, los que más nos gustan, pero hay muchos más y, sobre todo, artículos en revistas.

Robbie Bell y Michael Cornelius – “Juegos con tablero y fichas” – Labor
Brian Bolt – “Aún más actividades matemáticas” – Labor
Berlekamp, Conway, Guy – “Winning Ways” (versión primitiva) – Academic



El tres en raya, ¿es tan sencillo?

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

Press

Berlekamp, Conway, Guy – “Winning Ways”- A K Peters/CRC Press

Luis Ferrero – “El juego y la matemática” – La Muralla

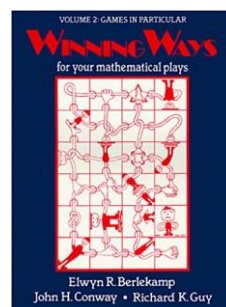
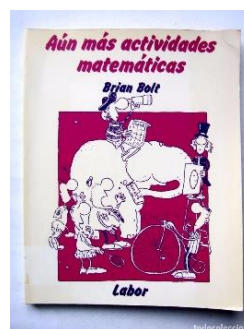
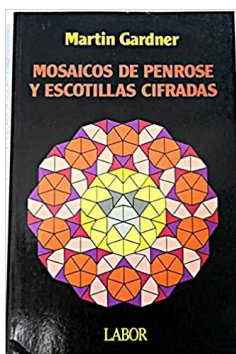
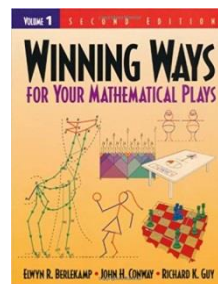
Martín Gardner – “Ruedas, vida y otras diversiones matemáticas” – Labor

Martin Gardner – “Diversiones matemáticas” – Selector

Martin Gardner – “Mosaicos de Penrose y escotillas cifradas” – Labor

También (junio 2019):

http://www.grupoalquerque.es/mate_cerca/pdf/08-Tres_en_raya_2006.pdf



Ramón B. Zubillaga Berazaín (COMBIOMED, Tecnología Médica Digital, Cuba) y Dariel Zubillaga Ochoa (La Habana, Cuba) han remitido un interesante artículo que esperamos ver publicado en breve, sobre el cubo de Lola y sus soluciones. Al parecer han aplicado un algoritmo capaz de encontrar todas las posibles soluciones, algoritmo que no publican lo que nos hace imposible comprobar los resultados. Sería interesante conocer cómo actúa el algoritmo programado para otro cubo de la colección: el Cubo de Rupe.

Y de nuevo les recordamos que en el próximo artículo seguiremos prestando atención a este juego “no tan simple” y sus variantes, que es el Tres en Raya.

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

Club Matemático