

Una estructura curricular para Cálculo Diferencial: alternativa y objeto de estudio

Sandra Evely Parada Rico
Universidad Industrial de Santander
Colombia
sparada@matematicas.uis.edu.co

Resumen: En este documento se presentan algunos resultados de un proyecto de desarrollo e investigación curricular con el cual se están atendiendo las problemáticas que rodean la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial en la Universidad Industrial de Santander (UIS). Dicha estructura se plantea alrededor de tres ejes: i) Diseño y desarrollo de alternativas curriculares; 2) formación de profesores y; 3) atención a estudiantes. De las alternativas diseñadas y puestas en escena han emergido algunos resultados teóricos y metodológicos desde y para cada uno de los ejes, de éstos se reportan aquí algunos avances.

Palabras clave: Estructura curricular, Cálculo Diferencial, procesos matemáticos, formación de profesores, aprendizaje entre pares.

1. Introducción

Las problemáticas relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje del cálculo son amplias y muy diversas, esto lo reportan investigaciones en Educación Matemática a nivel nacional e internacional. A nivel nacional podríamos mencionar a: García, Serrano y Díaz (2002); Castiblanco, Urquina, Acosta y Rodríguez (2004); Camargo y Guzmán (2005); Castro, Godino, y Rivas (2010); Vasco (2003, 2006); Vergel (2013); Villa (2012), Villa & Ruiz (2010); Moreno (2014); entre otros.

A nivel internacional retomamos a Artigue (1995), Dolores (2000), Jiménez (2003), Hitt (2005), Hitt y Páez (2005), Carlson, Jacobs, Coe, Larsen y Hsu (2003); Fischbein (1989); Cuevas y Pluvinage (2009); Tall (2009); Orton (1983); García, Serrano y Díaz (1999); entre otros.

Los reportes de investigación antes citados dan cuenta de diferentes acercamiento para comprender y atender las problemáticas identificadas en instituciones universitarias de diferentes países que manifiestan su preocupación por los altos índices de reprobación del

Recepción: 09 de septiembre 2016 - Aceptación 17 de octubre 2016.

Cálculo Diferencial, especialmente. Algunas alternativas de solución a la problemática de enseñanza y aprendizaje de esta asignatura, como lo menciona Artigue (1995) han consistido en reformas curriculares en las que se quitan o incluyen temas, lo que la autora valora como poco influenciados en la solución de los problemas, pues, se siguen tratando superficialmente las metodologías de estudio, de enseñanza y la formación de profesores.

Así mismo, se han dado otra serie de acercamientos teóricos y metodológicos que han estado orientados básicamente a: i) Problematizar los contenidos del cálculo mediante situaciones contextualizadas; ii) promover debates epistemológicos entre estudiantes para que se introduzcan en la comprensión de diferentes conceptos del cálculo; iii) usar diferentes modelos teóricos para intentar construir rutas de enseñanza y aprendizaje de las nociones del cálculo; iv) construir ideas intuitivas de las nociones de cálculo mediadas por artefactos computacionales, rescatando las potencialidades que tiene la tecnología para favorecer procesos matemáticos alrededor de los objetos de estudio.

Artigue (2003), menciona que la situación es compleja y que una posible justificación a ello es que la transición hacia aproximaciones más formales representa un salto tremendo, tanto conceptual como técnicamente. Situación que implica reflexiones amplias y profundas que van más allá de quitar o agregar contenidos a un curso formal de cálculo para los recién ingresados.

Dicha problemática se ha convertido en un foco de atención no sólo para los académicos del área sino para las autoridades educativas, ya que la alta reprobación en los cursos de cálculo impactan fuertemente en la alta deserción de la Educación Superior, que en Colombia es del 49% aproximadamente según el (MEN, 2010). La universidad Industrial de Santander (UIS) por su parte, realizó un estudio en el que encontró que los cursos de matemáticas son los que mayor dificultad le generan a los estudiantes de nuevo ingreso (UIS, 2011; 2014) lo que ha obligado la apertura de muchos más cursos de Cálculo Diferencial para alumnos repitentes debido al alto porcentaje de reprobación de esta asignatura.

En el año 2013 la Vicerrectoría Académica de la universidad integra los esfuerzos e iniciativas que venían realizando algunas Unidades Académicas y Administrativas. Éstas tenían como objetivo apoyar a los estudiantes en la superación de dificultades y en la consecución eficaz de sus procesos de formación, por ello crea el Sistema de Apoyo a la Excelencia Académica de la UIS – SEA.

Por su parte, la Escuela de Matemáticas como unidad académica de la universidad, convencida de la necesidad de apoyar a los estudiantes en sus procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo diseñado y puesto en marcha de alternativas curriculares para atender a la problemática: por un lado, desde 2009 se creó un plan de estudios unificado;

Una estructura curricular para Cálculo Diferencial: alternativa y objeto de estudio

y por otro, desde 2012 se consolida una propuesta curricular desde dos flancos: preventivo (estudiantes admitidos) y remedial (estudiantes matriculados). Estructura curricular presentada por Parada (2012) que se ha consolidado en un fenómeno y en un objeto de estudio.

2. ¿Qué se plantea en la estructura curricular?

El objetivo de plantear una estructura curricular es definir intenciones, acciones, componentes y fases de una labor educativa con la que favorezcan los procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial en la Universidad; y con este contribuir en la atención de las problemáticas que éstos procesos generan por su epistemología, su didáctica y su uso.

La estructura curricular está organizada en tres ejes; i) Diseño y desarrollo de alternativas curriculares; 2) formación de profesores y; 3) atención a estudiantes. Dicha estructura, está abierta al análisis y discusión continua en la que la investigación paralela a su diseño permita comprender y por ende modificar cualquiera de sus componentes.

En la Figura 1 se muestra un esquema de la propuesta en su totalidad, ésta se empezó a implementar de forma paulatina desde el año 2012 y es precisamente sobre la implementación de este proyecto que se reportan aquí aportes teóricos y prácticos que están permitiendo comprender y conceptualizar alrededor de la enseñanza y aprendizaje del cálculo desde el contexto local.

En los apartados siguientes se dan a conocer las alternativas que se han diseñado e implementado desde cada uno de los ejes.

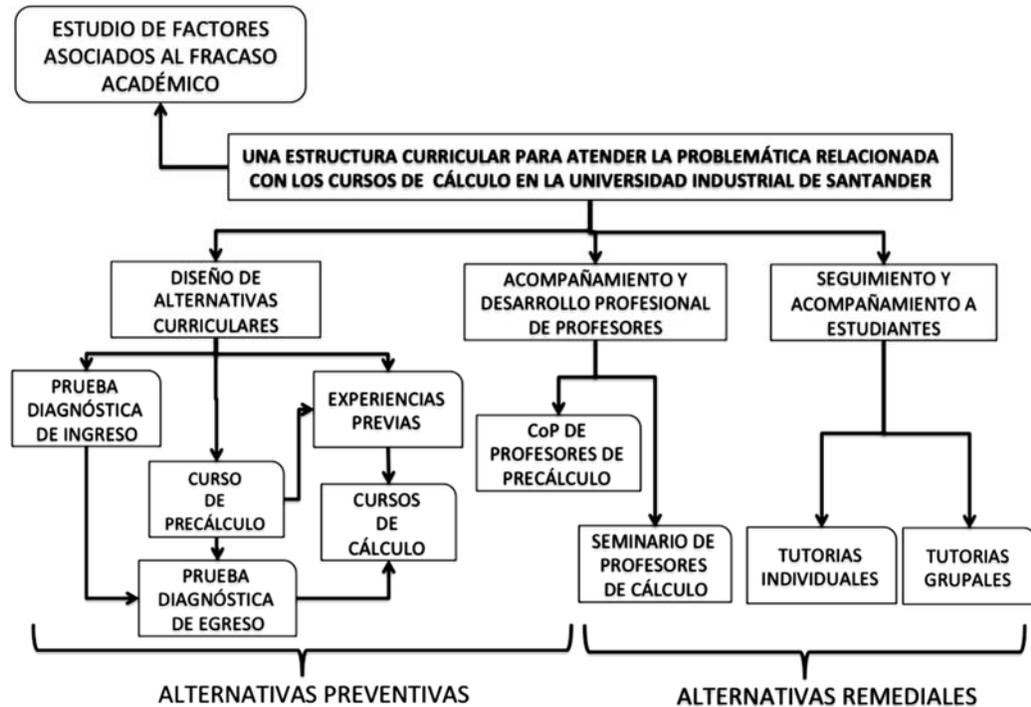


Figura 1 Estructura curricular

Fuente: Parada (2012)

2.1 Diseño de alternativas curriculares

Aquí se concibe la necesidad de diseñar y aplicar instrumentos de evaluación que permita conocer el desempeño de los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad. Además, se pretende identificar dificultades y planear alternativas de apoyo por parte de la universidad como lo son las tutorías individuales.

En el marco del planteamiento de esta propuesta y de la creación del SEA se ha aplicado desde el año 2014 una prueba para evaluar el Pensamiento Variacional de los estudiantes admitidos a los programa de ciencias e ingenierías para conocer sus falencias y fortalezas, y con esto diseñar acciones.

Respondiendo al objetivo que tiene la prueba antes mencionado, debemos aclarar qué entendemos por Pensamiento Variacional. De acuerdo al MEN (1998), este pensamiento es “un campo conceptual que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas” (p. 72). De aquí que los ítems propuestos en la prueba se diseñaron para medir indicadores que den respuesta a los estándares que según el MEN (2006) a definido para el pensamiento variacional; tal como se muestra en la Tabla 1.

Una estructura curricular para Cálculo Diferencial: alternativa y objeto de estudio

Estándar	Indicador
1. Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.	1. Aplica procedimientos aritméticos para resolver problemas que involucran procesos infinitos.
	2. Reconoce características de los procesos infinitos utilizando diversas representaciones: gráficas, tablas o explicaciones verbales.
	3. Utiliza aproximaciones numéricas o gráficas para deducir intuitivamente el límite de una función.
2. Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.	1. Reconoce e interpreta situaciones que implican variación.
	2. Interpreta la derivada como razón de cambio de cantidades variables y funciones en contextos matemáticos o no matemáticos.
	3. Desarrolla o aplica métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
	4. Interpreta la derivada en un punto como la pendiente de la recta tangente a la curva.
3. Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.	1. Relaciona correctamente los diferentes registros de representación de una función en una situación problema.
	2. Modela con propiedad una situación de cambio a través de una función.
	3. Identifica con claridad una función, la relación que existe entre la gráfica y la expresión algebraica.
	4. Reconoce las pendientes de funciones polinómicas o racionales, y las relaciona con el crecimiento o decrecimiento de las mismas.
4. Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.	1. Modela situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas.
	2. Interpreta la derivada como razón de cambio de cantidades variables y funciones trigonométricas en contextos matemáticos o no matemáticos.
	3. Comprende y aplica la definición de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo en la solución de problemas trigonométricos.

Tabla 1 Indicadores propuestos para la prueba de matemáticas de 2014-1

Fuente: Botello y Parada (2015)

La prueba de matemáticas se ha aplicado en tres semestres consecutivos iniciando en el año 2014. Los ítems se han revisado con el modelo Rasch y de esta revisión contamos actualmente con 12 ítems validados. La prueba se aplica mediante una plataforma en la que los estudiantes deben responder a preguntas de selección múltiple con única respuesta y entregan una hoja de procesos que nos ha permitido por ejemplo realizar investigaciones para analizar las habilidades con relación al proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procesos, la cual se reporta en la tesis de Barajas (2015).

De estos primeros resultados se tiene que los estudiantes de recién ingreso llegan con un nivel muy bajo en su Pensamiento Variacional. Actualmente se está diseñando un modelo matemático con el apoyo de investigadores de la Universidad de Valencia usando la lógica difusa (fuzzy logic) para poder hacer la caracterización de las competencias matemáticas de los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad.

En este eje además se contempla un curso de precálculo como una alternativa para aquellos estudiantes que presentan más bajos puntajes en la valoración de Matemáticas de la prueba nacional Saber 11. El propósito principal de este curso es potenciar habilidades del “Pensamiento Variacional” de los estudiantes. El trabajo en el aula de este curso se posibilita mediante un proceso activo de resolución de problemas que involucra el razonamiento, la comunicación, la representación, las conexiones, la elaboración, comparación y ejecución de procedimientos. En dichos procedimientos la tecnología es una herramienta clave para la producción de aprendizajes significativos alrededor del cambio y la variación (Fiallo y Parada, 2014).

El curso-laboratorio de precálculo mediado por un software matemático interactivo en el que se problematizan situaciones alrededor del cambio, variación, aproximación y tendencia. Lo llamo curso-laboratorio porque ha generado un conexto de investigación en el que una comunidad de práctica de educadores matemáticos participa del proyecto de investigación: “Caracterización de las habilidades básicas del Pensamiento Variacional que son necesarias para la comprensión del Cálculo Diferencial”, avalado por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de la Universidad Industrial de Santander, la cual se viene desarrollando desde el 2013. En dicho proyecto se están desarrollando investigaciones conducentes a la conceptualización de habilidades cognitivas sobre los procesos matemáticos definidos por el MEN(2006). Avances de dicha conceptualización se han reportado en algunas contribuciones que referenciaré a continuación.

En Rueda, Parada y Fiallo (2015) se expone que las habilidades cognitivas pueden considerarse como un conjunto de acciones secuenciales coherentes y coordinadas realizadas por un individuo, en la consecución de un objetivo de aprendizaje. Estas acciones están mediadas por los conocimientos previos y pueden desarrollarse mediante la práctica. En Rojas, Suárez y Parada (2014) se plantea la necesidad de que el estudiante comunique ideas relacionadas con el cambio, la variación, la interdependencia, la aproximación y la tendencia para tratar los conceptos de función, límites y derivada. Y definen para el proceso de comunicación las habilidades de interpretación, explicación, justificación y argumentación inherentes al Pensamiento Variacional.

La representación de la variación y el cambio, según Rueda, Parada y Fiallo (2015) se entiende mediante las diferentes expresiones simbólicas (gráficas, verbales, numéricas, algebraicas o gestuales) que le permitan al estudiante apropiarse o comunicar su

comprensión sobre estos objetos de estudio. Como producto de un análisis a priori de las actividades planteadas en el curso de pre-cálculo se han establecido algunas habilidades que pueden asociarse al proceso de representación de fenómenos de variación, mismas que hasta el momento estamos conceptualizando así: i) Reconocer representaciones de los objetos matemáticos en situaciones de variación; ii) Interpretar representaciones de objetos matemáticos en fenómenos de variación; iii) Construir representaciones; y iv) Transformar representaciones de objetos matemáticos en situaciones de cambio y variación.

Otro de los procesos enunciados por los estándares de Matemáticas de Colombia según el MEN (2006) es el de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (ECEP). De éste se realizó en una investigación anexa la cual se centró principalmente en caracterizar algunas dificultades que enfrentan los estudiantes cuando resuelven problemas que implican fenómenos de variación, específicamente desde el proceso matemático de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Es así como Barajas (2015), se expone que el acercarnos a los procedimientos nos lleva, de manera complementaria, a tener una mirada a las ideas, imágenes, representaciones y a los contextos que los estudiantes evocan en la resolución de los distintos problemas de los objetos matemáticos del Cálculo Diferencial. Para la autora el proceso ECEP alrededor de la resolución de problemas que implican fenómenos de variación: implica habilidades de tipo aritmético, métrico, geométrico y analítico.

Las habilidades asociadas al proceso de razonamiento se están conceptualizando tomando como punto de partida el trabajo de Fiallo (2010) quien considera varios tipos de demostración producto de un razonamiento intuitivo, inductivo o empírico, deductivo o abductivo.

Un elemento fundamental, planteado en las alternativas curriculares que aquí se comunican es el uso de un software matemático interactivo dada su potencial para que los estudiantes visualicen el cambio y la variación. La tecnología es un elemento común y unificador de todas las habilidades antes descritas, asumiéndola como una herramienta que nos permite integrar diferentes concepciones de un tema, tener una mayor posibilidad de visualizar, explorar, analizar, plantear conjeturas acerca de las relaciones y propiedades observadas y construir sus demostraciones. Así como ver y manipular diversas representaciones que le permitan establecer conexiones entre las diferentes definiciones, relaciones y propiedades de los conceptos del Cálculo Diferencial.

2.2 Acompañamiento y desarrollo profesional de profesores

Hablar del profesor implica hacerlo desde su conocimiento y su desarrollo profesional. Desde el punto de vista de quien escribe (Parada, 2009, 2011), las creencias juegan un papel importante en todo lo que se relaciona con el profesor y la toma de decisiones en su

ámbito profesional. Por lo que cualquier intento de implementar una estructura curricular requiere: detectar, identificar, analizar e interpretar cuáles son esas concepciones y creencias de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en nuestro caso discutir con los profesores sobre cómo ellos están viendo la problemática de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo I en la universidad. Esta discusión puede ser enriquecedora cuando los profesores conforman comunidades de práctica o grupos de trabajo educativo diseñadas para tal fin.

El desarrollo e implementación de las alternativas que conforman la estructura curricular que aquí presento, han favorecido un espacio académico donde se configuraron comunidades de práctica de educadores matemáticos (CoP). Una que envuelve toda la estructura que está compuesta por investigadores e investigadores en formación; otra que se ha centrado en el diseño y desarrollo de curso de precálculo; y una tercera, entre los formadores de profesores y profesores en formación que apoyan las tutorías a estudiantes (alternativa que se describe en el siguiente subapartado). En las comunidades de práctica se espera el favorecimiento de espacios de discusión para analizar e interpretar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente del Cálculo Diferencial. Se espera que la participación de los profesores en estos espacios transforme su accionar pedagógico y les permitan hacer reflexiones sobre el desempeño de sus clases.

De los procesos de participación y acción de cada una de las comunidades se están realizando algunas investigaciones. Moreno (2015) se propuso caracterizar los significados negociados (para concretar posibles aprendizajes) en la comunidad de práctica de educadores matemáticos que participan en un curso de precálculo, para estudiantes de nuevo ingreso a la universidad. El estudio se sustentó teórica y metodológicamente en una adaptación del modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) de Parada (2011) que permite orientar y analizar los procesos de reflexión de profesores que participan en una comunidad de práctica (desde la perspectiva de Wenger (1998). Dicho modelo permite caracterizar las interpretaciones y acciones de los profesores como posibles significados negociados (aprendizaje), además categorizar los hallazgos en los tres componentes del pensamiento reflexivo de los profesores de matemáticas así: pensamiento matemático-variacional (por tratarse de un curso de precálculo), pensamiento didáctico, y pensamiento orquestal.

Después de reconstruir los significados negociados por la comunidad de práctica en tres versiones del curso se tiene que los profesores mejoraron su comprensión respecto a la variación y cómo el cambio está implícito en ella; la reflexión-sobre-la acción ha posibilitado la negociación de la concepción instrumental de la tecnología digital. El estudio además, permitió evidenciar que la interacción de los integrantes de la CoP promueve la confrontación entre diferentes concepciones propias de los objetos matemáticos del Cálculo Diferencial; así como, que los profesores de la CoP han

negociado su rol protagónico en la clase para darle participación al estudiante durante los espacios de socialización de las actividades; y, los profesores tienen claro que la clase no puede estar sujeta a los potenciales de la tecnología digital pues el profesor es el encargado de orientar los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

En este documento está en curso otra investigación enfocada en la formación inicial de profesores de matemáticas, la cual tiene como objetivo caracterizar el pensamiento reflexivo (en términos de Parada (2011)) posibilitado en profesores de matemáticas en formación que fungen como tutores en programa de Atención, seguimiento y acompañamiento universitario. Esto dando continuidad al trabajo realizado por Botello (20013) en el que se encontró que ésta es una práctica enriquecedora que les permitía enfrentarse a su futura labor docente, aunque no todos se visualizan como profesores de cálculo uno en las universidades, hubo cambio de percepciones consolidando algunos tutores en su labor docente y a por ello el objetivo es ir un poco más allá y analizar el impacto de las práctica temprana en las prácticas profesionales de sus egresados

2.3 Seguimiento y acompañamiento a estudiantes

El acompañamiento es mediador porque es posibilitador para concienciar y personalizar cómo se va construyendo el aprendizaje y desarrollando actitudes y conocimiento científico en el estudiante. El acompañante establece una relación de trabajo para colaborar en el proceso de búsqueda y construcción del saber científico y de la competencia profesional del acompañado (Lobato, 1997). El acompañamiento académico; es un proceso permanente y acumulativo, que busca distinguir fortalezas y debilidades; el cual permite explicar la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, cómo se han interrelacionado entre sí y por qué lo han hecho de ese modo.

Con el propósito de atender las necesidades específicas de los estudiantes de cálculo que presentan bajo rendimiento académico, se institucionaliza en 2012 el programa de Atención, Seguimiento y Acompañamiento a Estudiantes (ASAE), éste contempla la tutorías individuales y las tutorías grupales bajo la premisa del trabajo entre pares dado que éstas son facilitadas por profesores en formación. Esta línea se ha consolidado bajo la coordinación de educadores matemáticos. ASAE se caracteriza porque sus tutores son estudiantes de Licenciatura en Matemáticas (para que de manera mutua y entre pares se enriquezcan las experiencias de docencia y de construcción del conocimiento alrededor del Cálculo Diferencial) y porque es dirigido a estudiantes de primer nivel que ven por primera vez Cálculo I; este proceso ya se ha caracterizado por Botello (2013).

Actualmente se viene desarrollando una investigación que toma como contexto el programa ASAE con la que se busca responder a la pregunta ¿cómo se favorece el desarrollo del Pensamiento Variacional en los estudiantes universitarios beneficiarios de un programa de tutorías personalizadas? En Santamaría & Parada (2015) se reporta un

instrumento con el cual se realiza el seguimiento de los procesos matemáticos promovidos por los tutores en cada una de las sesiones de trabajo, éste diligenciado por los tutores.

3. Consideraciones finales

El curso de precálculo y el proyecto general, se han constituido en espacios de reflexión para la comunidad de profesores-investigadores en educación matemática adscritos al Grupo de Investigación en Educación Matemáticas (Grupo EDUMAT-UIS) de la Escuela de Matemáticas. Quienes actualmente adelantan investigaciones que pretenden estudiar los procesos matemáticos en torno a la resolución de problemas de fenómenos variacionales, con el objetivo de caracterizar las habilidades básicas del Pensamiento Variacional necesarias para la comprensión del Cálculo Diferencial (precisamente los resultados de esta investigación pretende contribuir teórica y empíricamente con dicho estudio).

Al respecto se ha logrado tener una primera caracterización del Pensamiento Matemático-Variacional, sus procesos y habilidades. Así mismo, se ha reflexionado sobre el papel de la tecnología en los procesos actuales de la enseñanza y aprendizaje del cálculo. Al respecto se asume desde el proyecto a la tecnología como un elemento común y unificador de todas las habilidades antes descritas. La concebimos como una herramienta que nos permite integrar diferentes concepciones de un tema, tener una mayor posibilidad de visualizar, explorar, analizar, plantear conjeturas acerca de las relaciones y propiedades observadas y construir sus demostraciones. Del mismo modo, ver y manipular diversas representaciones que le permitan establecer conexiones entre las diferentes definiciones, relaciones y propiedades de los conceptos del Cálculo Diferencial.

Según los principios del NCTM (2003), las calculadoras y los ordenadores, proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y hacen cálculos con eficacia y exactitud. Cuando los estudiantes disponen de estas herramientas tecnológicas, pueden centrar su atención en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas. La capacidad de cálculo de los recursos tecnológicos amplía la serie de problemas asequibles a los estudiantes, y los capacita para ejecutar procedimientos rutinarios con rapidez y seguridad, permitiéndoles así disponer de más tiempo para desarrollar conceptos y para modelar. A través de la tecnología puede potenciarse la implicación de los estudiantes en las ideas matemáticas abstractas, y en su dominio. La tecnología enriquece la gama y calidad de las investigaciones, al proveer medios para visualizar ideas matemáticas desde diversas perspectivas.

Todo lo anterior implica como lo mencionan Sacristán, Parada & Miranda (2011) la necesidad de que se generen espacios donde los maestros exploren las bondades y limitaciones que puede asumir al incorporar las tecnologías digitales en la clase de matemáticas, así mismo, para que se reflexione sobre cuándo y cómo implementarlas,

según los objetivos de aprendizaje previstos. Parada (2011) menciona que la conformación de comunidades de práctica de educadores matemáticos puede ser una posibilidad para fomentar el uso de las tecnologías digitales. Es por ello que desde este proyecto y otros liderados por el grupo de investigación en Educación Matemática de la UIS (Edumat-UIS) se está promoviendo y estudiando sobre la incorporación de las tecnologías digitales en las prácticas docentes para favorecer la actividad matemática esperada por parte de los estudiantes durante la clase.

Por otro lado, salta a la vista la necesidad de recuperar el movimiento inherente a la noción de cambio y variación en los procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial, movimiento al que nos podemos aproximar con el apoyo de los artefactos digitales (en términos de Moreno (2014) con los que hoy se cuenta.

Finalmente, se reconoce que la enseñanza del Cálculo hoy está en crisis, esto sin importar a dónde dirija uno la mirada (país, ciudad, institución); por ello los investigadores del campo debemos mantenernos activos e inquietos en búsqueda de respuestas que coadyuven en la comprensión de los problemas y en la superación de sus dificultades.

4. Reconocimientos

Los resultados de investigación reportados en este artículo emergen del trabajo colaborativo realizado por los miembros del subgrupo de Investigación Enseñanza del Cálculo de Edumat-UIS, por ello expreso mis agradecimientos a todos sus participantes. Así mismo, agradezco a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión (VIE) de la UIS quien financió el proyecto 1341: “*Caracterización de las habilidades básicas del Pensamiento Variacional que son necesarias para la comprensión del Cálculo Diferencial*”.

5. Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática*. (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Artigue, M. (2003). ¿Qué se puede aprender de la investigación educativa en el nivel universitario? *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X(2), 117-133. Recuperado de <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/artigue.pdf>
- Barajas, C. (2015). Dificultades del pensamiento Variacional: una mirada al proceso elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. (Tesis de maestría en evaluación). Centro de investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada-CICATA, México.
- Botello, C. (2013). Procesos de Seguimiento y Acompañamiento Académico a Estudiantes de Cálculo Diferencial: Un Aula Experimental para Profesores de Matemáticas en Formación (Tesis de maestría no publicada). Colombia: Universidad Industrial de Santander.

- Botello, I. & Parada, S. (2015). *Evaluando el Pensamiento Variacional de estudiantes de recién ingreso a la Universidad*. En G. Obando (ed). 16° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Bogotá. CO: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- Camargo, L. y Guzmán, A. (2005). Elementos para una didáctica del pensamiento variacional. Relaciones entre la pendiente y la razón de cambio. Bogotá. Cooperativa Editorial Magisterio.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. y Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), 121-156.
- Castiblanco, A. C., Urquina, H., Acosta, E. y Rodríguez, F. (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Castro, W., Godino, J. & Rivas, M. (2010). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la formación inicial de profesores. *Revista iberoamericana de educación matemática*, 25(1), 73-88.
- Cuevas, C. A. & Pluvínage F. (2009) *Cálculo y Tecnología. El Cálculo y su Enseñanza*. México D.F: DME. Cinvestav-IPN.
- Dolores, C. (2001). El desarrollo del pensamiento variacional con estudiantes universitarios. En G. Beitía (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 14, 345-353. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Fiallo, J. (2010). Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica (Tesis de doctorado no publicada). España: Universitat De València, pp. 10-12, 45-48.
- Fiallo, J. & Parada, S.E.(2014) Curso de pre-cálculo apoyado en el uso de geogebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista Científica*. Universidad Distrital. Bogotá, Colombia. ISSN 0124-2253
- Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. *For Learning of Mathematics* 9, pp. 9– 14.
- García, G., Serrano, C., Díaz, H. (2002). *La aproximación: una noción básica en el cálculo: un estudio en la educación básica*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Hitt, F. (2005). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. En J. C. Cortés y F. Hitt (Eds), *Reflexiones sobre el aprendizaje del cálculo y su enseñanza*. México.
- Hitt, F., y Páez, R. (2005). Dificultades de aprendizaje del concepto de límite y actividades de enseñanza. En J. Cortés, y F. Hitt (Eds.). *Reflexiones sobre el aprendizaje del cálculo y su enseñanza* (pp. 133-156). Morelia: Morevallado Editores.
- Jiménez, J. (2003). Por una visión dinámica y global de los conceptos del cálculo y su enseñanza: el caso de la derivada. Trabajo presentado en el Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior, Morelia.

- Lobato, C. (1997). Pratique d'accompagnement et projet d'étudiant. FEDORA. *Actas da Conferência Internacional A informacao e a Orientacao Escolar e Profissional no Ensino Superior*. Coimbra: Universidade de Coimbra, 210-218
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. [Versión en línea]. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MEN. (2010). Ingreso, permanencia y graduación. Boletín informativo Educación Superior (14). Bogotá: Autor. [Versión en línea]. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-92779_archivo_pdf_Boletin14.pdf
- Moreno, L. (2014). Educación Matemática: del signo al pixel. Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- Moreno, D. (2015). Procesos de interpretación y acción de profesores que participan en una comunidad de práctica en la que se realiza el diseño curricular de un curso de precálculo. Trabajo de grado para optar el título de Magister en educación Matemática. Escuela de Matemáticas. Universidad Industrial de Santander Bucaramanga, Colombia.
- NCTM. (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Traducción de M. Fernández (Traducción de la versión del 2000 del NCTM). SAEM Thales. Sevilla.
- Orton, A. (1983). "Students understanding of Differentiation". *Educational Studies in Mathematics*, 14(3), 235-250.
- Parada, S.E. (2009). *Reflexión sobre la práctica profesional: actividad matemática promovida por el profesor en su salón de clases*. Tesis de maestría. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del IPN, México.
- Parada, S.E. (2011). *Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional*. Tesis de doctorado. Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del IPN, México.
- Parada, S.E. (2012). Una estructura curricular para atender la problemática relacionada con el curso de Cálculo I en la Universidad Industrial de Santander. Documento interno no publicado de la Escuela de Matemáticas de la UIS, Bucaramanga.
- Rojas, S., Suárez, S., & Parada, S.E. (2014) Presaberes matemáticos con los que ingresan estudiantes a la universidad. En LESTÓN, P. (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. 2014, Vol. 27, p. 1169-1176.
- Rueda, N., Parada, S. & Fiallo, J. (2015). Habilidades inherentes al pensamiento variacional de estudiantes de nuevo ingreso a la Universidad. Reporte de investigación presentado en la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática), Mayo 3 al 4 en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Recuperado de: http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/900/375

- Sacristán, A.I.; Parada, S.E. & Miranda, L.(2011). The problem of the digital divide for (math) teachers in developing countries. In M., Joubert; A., Clark-Wilson, & M., McCabe (Eds.) *Enhancing Mathematics Education Through Technology. Proceedings of the Tenth International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (pp.244-248). Portsmouth, UK: University of Portsmouth
- Santamaría, A. & Parada, S.E. (2015). *Evaluando el Pensamiento Variacional de estudiantes de recién ingreso a la Universidad*. En G. Obando (ed). 16° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Bogotá. CO: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- Universidad Industrial de Santander (UIS). (2011). Diagnóstico de las causas de deserción y retención estudiantil en los programas de pregrado presencial de la Universidad Industrial de Santander. Documento interno no publicado de la Vicerrectoría Académica de la UIS. Colombia.
- UIS. (2014). Sistema de Apoyo a la Excelencia Académica, SEA. Colombia. Recuperado de <https://www.uis.edu.co/webUIS/es/estudiantes/excelenciaAcademica/Cartilla%20SEA.pdf>
- Vasco, C. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Anais eletrônicos do CIAEM–Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau.
- Vasco, C. (2006). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. In C. Vasco, *Didáctica de las matemáticas: artículos selectos*. (pp. 134-148). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Vergel, R. (2013). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años). *Revista Científica, Edición especial*, 234-240.
- Villa. J.A. (2012). Razonamiento covariacional en el estudio de funciones cuadráticas. *Revista TED-Tecné, Episteme y Didaxis*, 0(31), 9-25
- Villa, J.A. y Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional. Seres-humanos-con-Geogebra en la visualización de nociones variacionales. *Educação Matemática Pesquisa*, 12 (3), 514-528.