COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN LOS PRIMEROS CURSOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

Raúl Prada Núñez, César Hernández Suárez, Pastor Ramírez Leal

Universidad Francisco de Paula Santander

Colombia

Resumen. El presente estudio busca evaluar los elementos presentes en la comprensión del concepto de función en los estudiantes al iniciar su proceso de formación de su pregrado. El estudio se basa en el Interaccionismo Simbólico mediante el análisis de los significados que los estudiantes le atribuyen a este objeto matemático al abordar la resolución de problemas. La metodología adoptada es cualitativa y se hace uso de la codificación teórica para analizar los resultados bajo una aplicación de la Teoría Fundamentada con un enfoque estructurado. Se diseñó un instrumento que consta de nueve ítems en dónde se utilizan diversos registros de representación alrededor del concepto de función. La información que genera éste estudio corresponde al primer ítem en dónde se les presentó a los estudiantes dos representaciones gráficas con la intensión de que identificaran cuál de ellas representaba una función y debían argumentar su respuesta. En total se analizan 86 argumentos de los estudiantes alrededor del concepto de función. La profundidad alcanzada en este estudio deriva en la formulación de investigaciones futuras relacionadas con el análisis sistemático y profundo de los registros semánticos y sus respectivas variaciones.

Palabras clave: Función, Relación, Representaciones Semánticas, Variaciones Conceptuales, Registros Semánticos.

1. Introducción

Peiffer citado por Artigue (1995), afirma que en el campo del análisis epistemológico de los conceptos en Matemáticas, existe por parte de los docentes a todo nivel educativo, cierta relativización del rigor matemático, que para muchos docentes el fundamento matemático ésta lejos de ser el principal objetivo en las aulas de clase y que si se aborda en algunos casos se limita a la simple transmisión de conceptos sin hacer énfasis en su entendimiento. En éste mismo documento se cita que Chevallard afirma de la existencia de dos saberes alrededor de los conceptos en Matemáticas: el saber sabio que está asociado con el conocimiento mismo, con toda su fundamentación epistemológica; y el saber enseñado, que comúnmente corresponde al acto pedagógico desarrollado en el aula en dónde el docente realiza una simplificación de las competencias, es decir, internamente hace una división del saber sabio en partes que pueden ser susceptibles de ser enseñadas según las características de sus estudiantes y así mismo el estudiante hace un ejercicio de apropiación en dónde hace una selección de lo que considera importante y que entendió apoyado en sus pre-saberes.

Es en éste campo de la didáctica de la Matemáticas en dónde se ha dedicado gran esfuerzo para proporcionar directrices a los docentes sobre cómo desarrollar de forma eficiente dicho proceso de transposición didáctica entre el saber sabio y el saber enseñado. Vale la pena resaltar lo que Gaston Bachelard en su libro publicado en 1938 y titulado "*La formación del Espíritu Científico*" menciona que es aquí donde aparece la noción de "*obstáculo*" para focalizar la visibilidad de la epistemología en el campo de la didáctica de la Matemática:

> Cuando buscamos las condiciones psicológicas de los progresos científicos, llegamos pronto a la convicción que estos están en términos de los obstáculos que debe plantear el problema del conocimiento científico. Y no se preocupa por considerar los obstáculos externos como la complejidad y la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar la debilidad del sentido y del espíritu humano: es dentro del acto mismo del conocimiento, íntimamente, que aparecen, por una clase de necesidad funcional, las lentitudes y los problemas. Aquí mostraremos las causas de estancamiento e incluso de regresión, descubriremos las causas de la inercia que llamaremos los ***obstáculos epistemológicos***. El conocimiento de lo real es una luz que proyecta siempre algunas sombras. Ella no es inmediata y plena nunca. Las revelaciones de lo real son siempre recurrentes. Lo real no será jamás *aquello que podamos creer* pero esto es aquello que siempre debemos pensar. El pensamiento empírico es claro, sobre todo, cuando el aparato de razones ha estado puesto a punto. En correspondencia con un pasado de errores, encontramos la verdad en un verdadero

> arrepentimiento intelectual. De hecho, conocemos; en contra de un conocimiento anterior, en destrucción de conocimientos mal hechos, en dominación dentro del espíritu mismo, que obstaculiza la espiritualización.

Es Brousseau en 1976 en la conferencia de la CIEAEM quien propone cambiar la noción de obstáculo no como un cúmulo de errores sin fundamento, sino que motiva a indagar y explorar el conocimiento que exhibe el estudiante a través de dicho error mostrado:

> El error y fracaso no tienen el papel simplificado que queremos a veces hacerles jugar. El error no es simplemente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, como lo creemos de acuerdo a las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de ese tipo no son erráticos e imprevisibles, ellos son establecidos como obstáculos. Adicionalmente dentro del funcionamiento del maestro y del estudiante, el error se constituye como el sentido del conocimiento adquirido.

Dentro de la perspectiva que es la base de un aprendizaje por adaptación en un medio problemático, el objeto principal de la didáctica es justamente "*estudiar las condiciones que deben cumplir las situaciones o problemas propuestos al estudiante para favorecer la aparición, el funcionamiento y el resultado de esas concepciones sucesivas*". Esto conduce a la noción de salto de información, solo un salto información suficiente podrá, de hecho, bloquear los mecanismos de adaptación y de acomodación de las concepciones anteriores y llevan consigo la entrega en causa de un conocimiento obstáculo.

En el texto de Brousseau se distinguen tres orígenes fundamentales de los obstáculos que se encuentran en la enseñanza de las Matemáticas:

Un ***origen ontogenético***, correspondiente a los obstáculos unidos a las limitaciones de las capacidades cognitivas de los estudiantes comprometidos dentro del proceso de enseñanza.

Un ***origen didáctico***, para los obstáculos ligados a las opciones del sistema de enseñanza.

Un ***origen epistemológico***, finalmente, para los obstáculos relacionados a la resistencia a un saber mal adaptado, es decir los obstáculos al sentido de Bachelard.

Uno de los fenómenos que se repiten en los distintos cursos de Matemáticas es la reducción de los "aprendizajes" a la realización mecánica de procesos y algoritmos. Es decir, en el aula no se prioriza la comprensión de conceptos matemáticos y de sus significados, generando en los estudiantes muchas concepciones que no son consistentes con las aceptadas en las Matemáticas. Como menciona Artigue (1995), *"… si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma más o menos mecánica algunos cálculos (…) y a resolver algunos problemas estándar, se encuentran grandes dificultades para hacerlos entrar en el campo del Cálculo y para hacerlos alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento..*" En los cursos de Cálculo se desarrollan en torno al estudio de las propiedades y características asociadas al concepto de ***función***, tales como: tipos de funciones, dominio, rango, derivada de una función, operaciones entre funciones, entre otros.

El Cálculo reúne una gran cantidad de subtemas que están íntimamente relacionados, y el manejo pobre de algunos subconceptos impide su desarrollo profundo de los conceptos propios de él, como son: funciones, límite, continuidad, derivada e integral. Los problemas derivados de una concepción pobre del Pre-cálculo, que consiste fundamentalmente en un análisis del comportamiento de las funciones excluyendo los procesos infinitos, se agrandarán a medida que se avanza en el aprendizaje del Cálculo. Ello quiere decir, que además de los problemas para el entendimiento de los procesos infinitos, hay que añadir los problemas producto de un mal aprendizaje del Pre-cálculo.

Uno de esos problemas es el aprendizaje del concepto de ***función***. El problema que tienen los estudiantes y algunos profesores de enseñanza media (ver Hitt, 1996, 1998) para desarrollar un entendimiento profundo del concepto de ***función***, es que generalmente, tanto los estudiantes como algunos profesores, se restringen a una manipulación algebraica relativa al concepto que produce una limitación en su comprensión. En lo general, las tareas de conectar las diferentes representaciones de un concepto[1] (Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, Enero, 2003.), no es considerada por muchos profesores como algo fundamental en la construcción del conocimiento matemático y, en lo particular, las tareas de conversión son minimizadas por parte de los profesores en relación al concepto de *función*. El punto es que las tareas de conversión promoverían un mejor entendimiento de las funciones y permitirían también el desarrollo de procesos de visualización.

Como lo cita Artigue (1995) la enseñanza de los conceptos fundamentales del Cálculo es fuente generadora de problemas, ya que si bien los docentes ofrecen a sus estudiantes herramientas mecánicas para realizar algunos procesos como el determinar si una expresión algebraica es una función, así como hallar un límite al infinito o determinar un máximo relativo a través del proceso de derivación; pero el hecho de que el estudiante realice los procesos mecánicos de forma más o menos correcta, no implica que haya alcanzado una comprensión satisfactoria de dichos conceptos, muy seguramente debido a que la enseñanza universitaria tradicional tiende a favorecer la práctica algorítmica y algebraica del Cálculo, reduciendo los procesos evaluativos no al entendimiento y aplicación de conceptos sino a la replicación mecánica de ciertos protocolos de solución.

En Eisenberg (1991) considera que el concepto de ***función*** es una de las ideas fundamentales de la Matemática Moderna y es uno de los de mayor dificultad para su enseñanza y aprendizaje. Así mismo, afirma que es una fantasía teórica pensar que el estudiante se apropiará de éste concepto

[1] La articulación entre representaciones se logra a través de considerar tareas de conversión entre representaciones, p. e. en el caso de las funciones, la tarea de pasar de una representación gráfica de una función a su representación algebraica y viceversa.

derivado del desarrollo de una clase expositiva tradicional, sugiere que los docentes deben poner al estudiante frente a dos tipos de ejemplos y situaciones: aquellas que representan funciones y aquellos que no lo son; de ésta forma el estudiante depura su razonamiento y mejora el entendimiento.

Farfán y García (2005) afirman que el concepto de ***función*** es uno de los esenciales en el estudio del Cálculo en la Educación Superior. La construcción de este concepto parte de la idea primitiva de relación entre elementos de dos conjuntos y su utilidad para modelar fenómenos naturales y situaciones de la vida cotidiana, incluyendo una amplia variedad de aplicaciones en distintas disciplinas del conocimiento.

En el estudio de las funciones en la mayoría de los casos no se plantean secuencias didácticas dirigidas a la elaboración paulatina de los numerosos conceptos relacionados con ellas y a la articulación de los diversos registros de representación; sino que lo que generalmente se hace, es proporcionar al estudiante un conjunto de técnicas que permitan resolver ejercicios y problemas estandarizados, olvidando una realidad contextualizada, la importancia del modo y el momento de presentar lo que se enseña y las situaciones y otros aspectos que acompañan al carácter global de las experiencias matemáticas. En concreto, la representación de funciones todavía se reduce al trazado de la gráfica de una función dada su expresión algebraica, representación que se hace siguiendo unos pasos previamente determinados como lo son la elaboración de una tabla de valores, luego representar dichos valores en un plano cartesiano asumiendo la continuidad de los valores sin haberlos evaluado; todos ellos con el fin de algoritmizar el paso del registro algebraico al gráfico.

En Janvier (1987) citado por Lasalvia y Piquet (2000) considera que algunos de los errores detectados en la interpretación y construcción de gráficos de funciones, se deben a confusiones entre diferentes representaciones debidas a la transferencia de las características de una representación a otra. En concreto, las confusiones más relevantes son: la confusión *gráfico-dibujo*, la confusión *verbal-gráfica*, la confusión *intervalo-punto*. Distingue también entre las confusiones visuales y las confusiones provocadas por la experiencia personal que ciertamente pueden actuar simultáneamente haciendo más difícil a interpretación y/o construcción del gráfico.

Con lo expuesto hasta el momento se evidencia que el objetivo que persigue éste informe de investigación es el de evaluar los distintos elementos que están presentes en la comprensión del concepto de ***función*** en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Francisco de Paula Santander.

2. Metodología

La investigación se enmarca dentro de las metodologías cualitativas y obedece a un tipo de investigación descriptiva. El estudio puede enmarcarse dentro de los *denominados estudios de caso*, pues se busca evaluar la posición de los estudiantes frente a la evaluación de un concepto fundamental del Cálculo en un contexto específico, específicamente en los estudiantes de los primeros cursos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS). Dentro de los métodos cualitativos adoptados se encuentra la *Teoría Fundamentada* (Glasser & Strauss, 1967; Strauss & Corbin, 2002), la cual se encuentra vinculada al *Interaccionismo Simbólico* de Blummer (1982), en las cuales los participantes le atribuyen significados a los objetos de estudio considerando el contexto y sus interacciones con otros sujetos del entorno.

La investigación se desarrolla con los estudiantes de los grupos A matriculados en la asignatura de Cálculo Diferencial en los programas de Ingeniería de Sistemas (programa con Acreditación de Alta Calidad) e Ingeniería Electromecánica (programa con Registro Calificado) para el primer semestre de 2015; se aplicó un proceso de selección de la muestra de forma no probabilística con técnica de muestreo por conveniencia puesto que la intención era identificar la posible existencia de diferencias académicas entre los estudiantes que ingresan a dos diferentes programas académicos de la Facultad de Ingeniería con condiciones de calidad diferentes; los estudiantes en el curso de Ingeniería de Sistemas fueron 42 y en el curso de Ingeniería Electromecánica fueron 41 estudiantes. Ambos grupos están integrados por estudiantes de ambos sexos con predominio del masculino y edad promedio de 17 años, se destaca que aproximadamente el 95% de ellos se han graduado de la Educación Secundaria en el año 2014 y provienen de familias cuyo estrato socioeconómico corresponde a niveles II y III.

Se diseñó un instrumento que consta de nueve ítems en dónde se utilizan diversos registros de representación alrededor del concepto de *función*. La información objeto de análisis en este informe corresponde al primer ítem en dónde se les presentó a los estudiantes dos representaciones gráficas con la intensión de que identificaran cuál de ellas representaba una función, complementariamente debían argumentar su respuesta (Ver Figura 1)

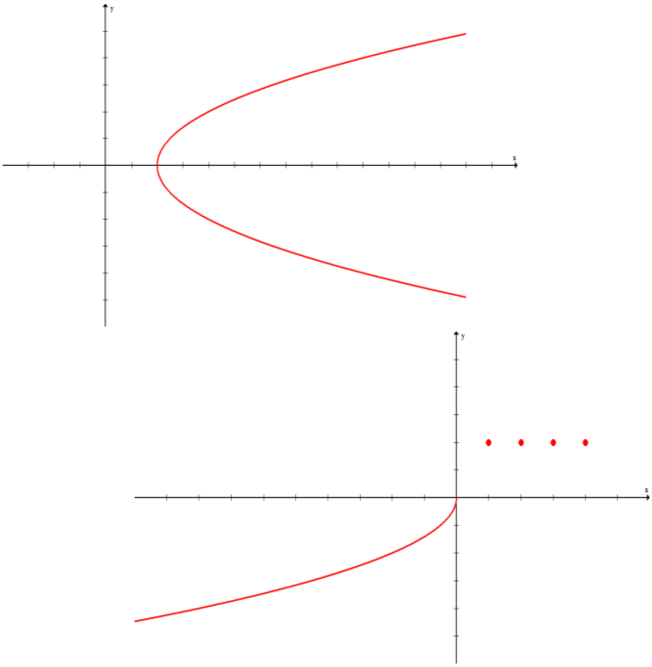

Figura 1: Gráficas presentadas a los estudiantes para identificar funciones

El instrumento se aplicó durante la primera semana de clases al inicio del semestre y sirvió para diagnosticar el nivel de dominio adquirido por lo estudiantes una vez finalizan su ciclo de formación secundaria. La prueba contó con un tiempo aproximado de 120 minutos.

2.1 Procedimiento de datos

Para analizar los datos suministrados por los estudiantes se consideró de forma individual cada respuesta argumentada como un dato, convirtiéndose cada argumento en una *unidad de análisis*, en consecuencia el análisis siguió un proceso de indagación siguiendo la línea de la *inducción analítica*. Cada uno de estos argumentos fueron objeto de la codificación abierta (Strauss y Corbin, 2002), proceso mediante el cual se hace una interpretación teórica o conceptual sobre cada argumento y se relaciona con uno o varios códigos o etiquetas, siguiendo la línea de la codificación teórica, en particular de la codificación abierta (Flick, 2004). Una vez concluido el proceso se obtuvieron 280 unidades de análisis, organizadas en las categorías conceptuales.

La técnica de análisis empleada denominada *codificación teórica* (Flick, 2004) permite el tratamiento de modo sistemático del desarrollo y refinamiento de las interpretaciones de los datos cualitativos (textos, imágenes), comúnmente está técnica es empleada dentro del contexto de la Teoría Fundamentada con el fin de "hacer emerger" teoría y relaciones desde los datos.

El proceso de codificación teórica abarca tres tipos de codificación: abierta, axial y selectiva. La codificación abierta permite identificar los fenómenos y se inicia con la conceptualización que admite: a) reunir acontecimientos, sucesos u objetos similares bajo un encabezamiento que los clasifique basándose en una característica común; b) hacer una abstracción de los datos con el fin de descomponerlos en ideas, acontecimientos, incidentes y actos para luego darles una denominación que los represente o los substituya.

En segundo lugar, la codificación axial cuyo propósito es reagrupar los datos que conforman la categoría y relacionarlos con sus subcategorías con el fin de conseguir explicaciones más precisas y completas sobre los fenómenos; en tercer lugar, la codificación selectiva que se refiere al proceso de integrar y refinar las categorías elegidas; en cuarto lugar, la codificación para el proceso que ocurre al mismo tiempo con la codificación abierta, axial y selectiva.

El proceso de codificación se llevó a cabo a través del software ATLAS/TI, en el cual cada uno de las 280 respuestas dadas por los estudiantes fue sometida al proceso de codificación abierta que se muestra en la Figura 2, se observa que cada segmento representa un argumento en el que se descubre la presencia de un código con un significado de interés para la investigación. El resultado del proceso de codificación teórica es el Sistema de Categorías Emergentes, que representa un listado de códigos con su respectiva categoría a la que pertenece y que constituyen la base del análisis.

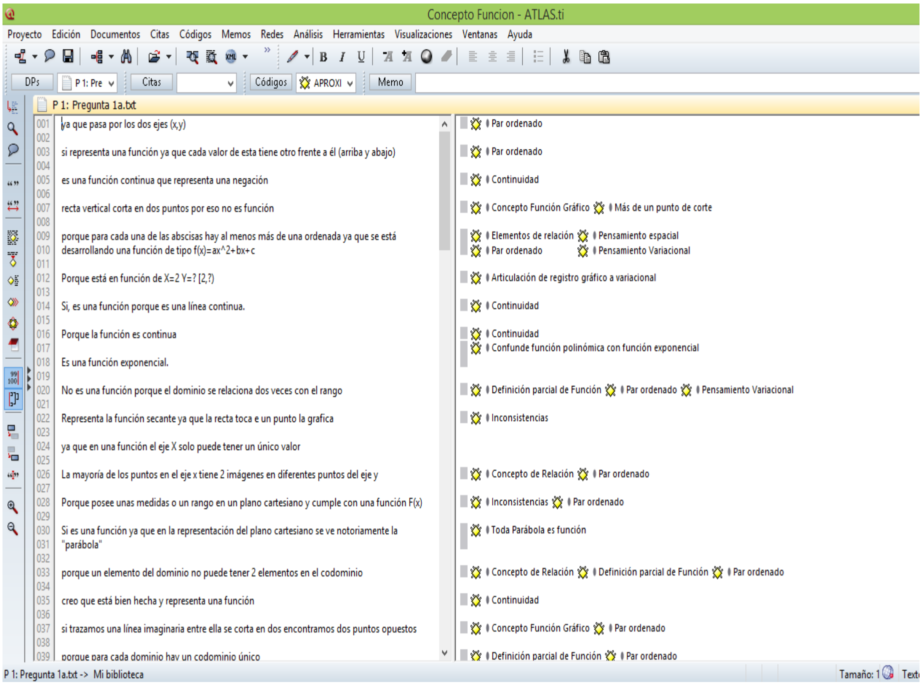

Figura 2: Proceso de codificación abierta con el software Atlas/ti 7.0

La Figura 2 muestra cómo se llevó a cabo el proceso de codificación a través del programa ATLAS/TI, en ella se observa que de acuerdo a los datos presentados en la imagen se selecciona la respuesta del estudiante y se le asignan el respectivo código, la intención de esta operación es registrar todos los códigos y guardar una relación de su presencia en el conjunto. Posterior al proceso de codificación abierta, se realiza la codificación axial que consiste en agrupar los códigos en categorías conceptuales con mayor nivel de abstracción, esto da origen al Sistema de Categorías Emergentes que representa la estructura principal del análisis.

Una vez obtenido el conjunto de datos se procede a realizar el respectivo análisis estadístico descriptivo vaciando la información en una base de datos usando el software estadístico SPSS versión 21.0. Las técnicas de análisis usadas principalmente fueron las tablas de distribución de frecuencias simples y conjuntas (Pardo y Ruiz, 2002).

3. Resultados

A partir de las respuestas y argumentos suministrados por los estudiantes alrededor de las dos situaciones propuestas, se procedió a interpretar el elemento conceptual detrás del argumento, posteriormente los códigos obtenidos se agruparon en cinco sub-categorías conceptuales en las que se encuentran: deficiencias conceptuales, aproximación al concepto, referencias conceptuales, representaciones semánticas y variaciones conceptuales. A continuación se presenta una tabla resumen de las categorías y subcategorías generadas a partir de los datos suministrados por los estudiantes, acompañado de sus indicadores porcentuales.

Categorías	Sub-Categorías	Códigos	%
Manejo de conceptos	Deficiencias conceptuales	Confunde recta vertical con recta horizontal	0,36
		Confunde función polinómica con función exponencial	0,36
		Inconsistencias	3,57
	Subtotal		**4,29**
	Aproximación al concepto	Definición Informal	1,43
		Concepto de Relación	9,29
		Definición Formal de función	2,14
		Definición Parcial de función	2,50
		Elementos de relación	0,36
	Subtotal		**15,71**
	Referencias conceptuales	Intervalos	1,07
		Más de un punto de corte	0,36
		Toda Parábola es función	2,14
	Subtotal		**3,57**
Representa ciones semántica	Registros Semánticos	Articulación de registro gráfico a variacional	0,36
		Pensamiento espacial	0,36
		Pensamiento Variacional	3,21
	Subtotal		**3,93**
	Variaciones conceptuales	Concepto Gráfico Función	24,29
		Continuidad	20,71
		Cónicas	0,71
		Par ordenado	26,79
	Subtotal		**72,50**
Total			**100,00**

Tabla 1: resumen de las categorías y subcategorías generadas

Como se puede observar en la tabla anterior aproximadamente el 73% de las concepciones exhibidas por los estudiantes se ubican dentro de la sub-categoría de las variaciones conceptuales dentro de las que se destacan: el número de parejas ordenadas que comparten la misma abscisa es decir se apoyan en el concepto de par ordenado, el concepto gráfico de funciones en el que está inmerso la continuidad de la misma, luego para el estudiante la parte positiva de la segunda gráfica no es función. Ésta sub-categoría se completa con la concepción de que toda cónica es una función.

La segunda subcategoría con mayor porcentaje corresponde a las aproximaciones al concepto el cual se fundamenta principalmente en el concepto de relación, es decir, los estudiantes evalúan si la gráfica representa una relación y en cuyo caso concluyen que ya no es función. Evidenciando una concepción errática de exclusión de ambos conceptos.

4. Conclusiones

De la realización de ésta actividad investigativa se concluyen los siguientes aspectos:

Los estudiantes no manejan un concepto claro de lo que es una función, así mismo no poseen un concepto único, sino es un concepto asociado a diferentes variaciones conceptuales entre las que se destacan:

> Asociación de función con la de par ordenado, asociación de correspondencia única entre pares de elementos e incluso entre pares de conjuntos.
>
> Necesitan un apoyo visual o gráfico más que analítico para comprender si una expresión dada es una función, debido a la carencia de competencias algebraicas.

> Una gráfica representa una función si es continua, entendida la continuidad como un sinónimo de secuencia o de no interrupción desconociendo las funciones definidas por partes o a tramos.

Las dificultades están principalmente asociadas con la relación del término función a una correspondencia de valor único con una visión reduccionista con la relación de correspondencia única en dónde afirman que cada valor de **x** debe tener un único valor en **y** que no se puede repetir, desconociendo las funciones constantes vistas desde el plano cartesiano pero rechazándola en diagrama sagital.

Las aproximaciones conceptuales siempre evalúan primero si es una relación, luego analizan otros elementos de función y muy pocos llegan a tener una definición formal de función e identificarla o trasladarla.

5. Reconocimientos

El estudio hace parte de una amplia investigación financiada por el fondo de investigación y extensión de la Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta) denominada “Efecto de la implementación de las representaciones semióticas alrededor del concepto de función en estudiantes de primer semestre de la Facultad de la Ingeniería” según contrato 021-2015.

6. Bibliografía, Referencias y Notas

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos cognitivos y didácticos. *Ingeniería didáctica en educación matemática,* 97-140.

Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism: Perspective and method.* Englewood Cliffs, NJ.:Prentice-Hall. [*El interaccionismo simbólico: Perspectiva y método*. Barcelona:Hora, 1982].

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(0), 2.

Douady, R. (1995). La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento. *Ingeniería didáctica en educación matemática*, 61-97.

Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. *Enseñanza de las matemáticas:*

Relación entre saberes, programas y prácticas. Francia. Topiques éditions. Publicación del IREM.

Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento,* Investigaciones en Matemática Educativa II, Université Louis Pasteur de Strasbourg, France. Ed. Hitt F. Editorial Iberoamérica, p. 173-201.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano. *Registros semióticos y aprendizajes*.

Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. In*Advanced mathematical thinking* (pp. 140-152). Springer Netherlands.

Farfán, R. & García, M. (2005). *El concepto de Función: Un breve recorrido epistemológico*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 18.

Flick, U. (2004). *Introducción a la investigación cualitativa*. Editorial Morata: Madrid.

Gómez, P., & Carulla, C. (1998). Concepciones de los estudiantes sobre el dominio de la función cúbica.

Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(1), 123-134.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. In *XI Meeting of Middle-Higher Level Mathematics Teachers, Michoacan University San Nicolás de Hidalgo, Morelia (Mexico)*.

Lasalvia, M. F., & Piquet, J. D. (2000). Construcción de gráficos de funciones: Continuidad y prototipos. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *3*(2), 207-230.

Pardo M., A & Ruiz D, M. A. (2002*). SPSS 11 Guía para el análisis de datos.* Editorial McGraw Hill: Madrid

Requena, A., Carrero, V. & Soriano, R. (2006). *Teoría Fundamentada. La construcción de la teoría a través del análisis interpretacional*. Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.

Serrano, W. (2007). Concepciones de los estudiantes sobre la inyectividad, sobreyectividad de la función cuadrática y sobre la gráfica de h: R (0) R definida por h (x)= Sen x/x. *Sapiens: Revista Universitaria de Investigación*, *8*(2), 169-186.

Serres, Y., & Serrano, W. (2004). Una propuesta de educación matemática crítica para Venezuela. In *Ponencia presentada en el V Congreso Venezolano de Educación Matemática y VII Jornada Centro-occidental de Educación Matemática, Barquisimeto, Venezuela*.

Serrano, W. (2005). La alfabetización matemática. *y otros. Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina. Bolivia-Venezuela: GIDEM-Campo Iris.[Links]*.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, *25*, 23-58.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una empresa docente.

Strauss, A. & Corbin, J. (2002). *Bases de la Investigación cualitativa. Técnicas y procesamientos para desarrollar la teoría fundamentada.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Tall, D. (1990) Inconsistencies in the Learning of Calculus and Analysis. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 12. Pp. 49-64.*

Tall, D. (1991) Advnacer Mathematical Thinking…

Tesch, R. (1990). *Qualitative Research: Analysis Types and Software Tools*. Nueva York: The Falmer Press.

Valles, M.S. (1997). *Técnicas cualitativas de investigación social*. Madrid: Editorial Síntesis.

Vinner, S., Linchevski, L., & Karsenty, R. (1993). How much information should include a geometrical definition. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *25*, 164-170.