

## Las 608 soluciones del cubo de Lola

Ramón B. Zubillaga Berazaín (COMBIOMED, Tecnología Médica Digital, Cuba)

Dariel Zubillaga Ochoa (La Habana, Cuba)

---

<b>Resumen</b>	Se explica un algoritmo para encontrar el número total de soluciones que el cubo de Lola posee. Se muestran otros cubos de disección que tienen un número conocido de soluciones.
<b>Palabras clave</b>	Disección de cubos. Cubo de Lola. Cuarteta de Coffin. Cubo de Mikusinski. Cubo de Gribonval. Cubo Soma.

---

<b>Title</b>	<b>The 608 solutions of Lola's cube</b>
<b>Abstract</b>	An algorithm is explained to find the total number of solutions that Lola's cube possesses. Other dissection cubes are shown that have a known number of solutions.
<b>Keywords</b>	Dissection of cubes. Lola Cube. Coffin Quartet. Mikusinski Cube. Gribonval Cube. Soma Cube.

---

### 1. El cubo de Lola

El cubo de Lola se describió por primera vez en marzo de 2010 (Rupérez J. A. y García M., 2010, pp. 103-114) y surgió como homenaje de sus creadores, Muñoz y Hans, a su amiga Dolores de la Coba. Se trata de un puzle de disección donde, a partir de un conjunto de piezas (figura 1), debe formarse un cubo.

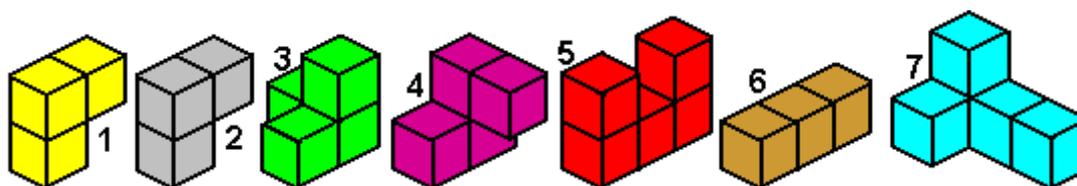


Figura 1. Piezas del cubo de Lola.

Con posterioridad a su presentación, han sido tratados algunos aspectos relacionados con este cubo en la revista *Números* en marzo de 2015 (Rupérez J. A. y García M., 2015, pp. 141-157) y en julio de ese propio año (Rupérez J. A. y García M., 2015, pp. 169-176).

No obstante lo anterior, nunca se ha tratado el tema de encontrar el número total de soluciones que posee el cubo de Lola, aspecto que se aborda en este trabajo y que deseamos sea considerado como un pequeño aporte; que se adiciona, con calor del Caribe, al homenaje realizado a la profesora Dolores de la Coba.



## 2. Algunos puzles de disección de cubos

Existe una gran cantidad de puzles de disección formados por policubos con los que se puede formar un cubo y, en algunos casos, otras figuras adicionales. Los cubos conocidos como cuarteta de Coffin, cubo de Mikusinski y cubo de Gribonval (figura 2) poseen una, dos y tres soluciones respectivamente. Debe aclararse que no se toman en cuenta soluciones que se obtienen a partir de la rotación o simetría de alguna otra solución. La poca cantidad de soluciones que estos cubos poseen, los hace ideales para probar algoritmos computacionales que intenten resolver este tipo de puzle.



Figura 2. Cubos de Coffin, Mikusinski y Gribonval.

Los autores utilizaron también, en las pruebas del algoritmo computacional, el denominado Cubo Soma (figura 3) que posee un total de 240 soluciones (Gardner, M., 1986, pp. 28-43), que al igual que el cubo de Lola está formado por siete policubos. Este resulta ser el puzle de disección de cubo más conocido y posee variadas versiones comerciales. Con las piezas de este puzle pueden formarse, además del cubo, una gran variedad de figuras.

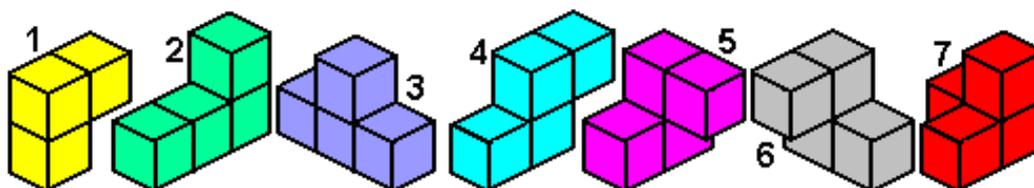


Figura 3. Piezas del cubo Soma.

## 3. Breve descripción del algoritmo seguido para la búsqueda del número de soluciones del cubo de Lola

El algoritmo seguido para encontrar las soluciones del cubo de Lola parte de considerar la pieza número 7 en cuatro posiciones posibles (figura 4) y a partir de cada una de estas, colocar las piezas restantes.

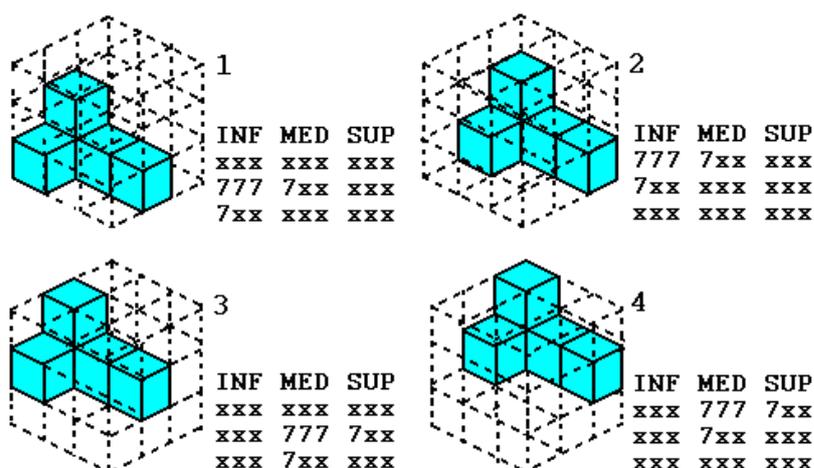


Figura 4. Posiciones de la pieza 7 dentro del cubo.

Queda claro que entre las soluciones que se obtengan, ninguna puede ser simétrica u obtenerse por alguna rotación de otra. La figura 4 muestra, también, la disposición por pisos que tienen las soluciones en cada caso. La tabla 1 resume información relacionada con cada variante.

Variante	No. de soluciones	Una de las soluciones		
		INF	MED	SUP
1	134	666	311	332
		777	741	322
		744	545	555
2	301	777	744	224
		711	331	234
		666	535	555
3	52	446	435	335
		146	777	735
		116	725	225
4	121	116	777	732
		416	732	332
		446	545	555

Tabla 1. Variantes, cantidad de soluciones y una de estas

Resulta fácil comprobar la existencia de un total de 608 soluciones. En estas soluciones no se tienen en cuenta el intercambio de las piezas 1 y 2 (de permitirse este intercambio se duplicaría el número de soluciones). Es interesante notar que en el caso 2, donde la pieza 7 se encuentra en la esquina inferior izquierda del cubo (que permite un mejor “acomodo” de las piezas restantes), el número de soluciones es casi la mitad del total.

La figura 5 muestra como armar el cubo de Lola a partir de la distribución espacial por pisos correspondiente a la solución escogida como ejemplo de la primera variante.



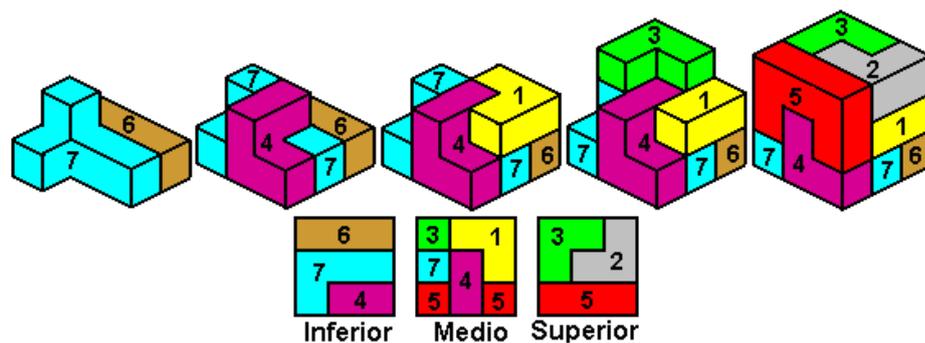


Figura 5. Una de las 608 soluciones.

#### 4. Conclusiones

Resultó de gran ayuda en las pruebas del algoritmo la utilización de algunos cubos de disección para los que se conocía la cantidad de soluciones que poseían. Y, aunque el algoritmo requirió de una particularización, tanto para el cubo Soma como para el cubo de Lola, resultaron determinantes las pruebas realizadas a los tres cubos que poseían una o pocas soluciones (figura 2).

Una vez más aquello de “divide y vencerás” permitió llevar a feliz término la búsqueda de un resultado. En efecto, el hecho de considerar por separado cada una de las variantes permitió, de manera relativamente sencilla, encontrar el total de soluciones para el cubo de Lola.

#### Bibliografía

- Rupérez, J. A. y García, M. (2010). Disecciones de cubos, juegos de persecución y otros problemas. *Números* [en línea], 73. Recuperado el 10 de enero de 2018, de <http://www.sinewton.org/numeros>
- Rupérez, J. A. y García, M. (2015). Algunas cosas más sobre el Cubo de Lola. *Números* [en línea], 88. Recuperado el 10 de enero de 2018, de <http://www.sinewton.org/numeros>
- Rupérez, J. A. y García, M. (2015). Más soluciones del Cubo de Lola, más pentaminós y el Quadryx. *Números* [en línea], 89. Recuperado el 10 de enero de 2018, de <http://www.sinewton.org/numeros>
- Gadner, M. (1986). *Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments*. New York: W. H. Freeman.

**Ramón B. Zubillaga Berazaín.** Trabaja en Combiomed Tecnología Médica Digital, La Habana, Cuba. Lic. en Matemáticas de la Universidad de La Habana (1971) y MSc. en Sistemas Digitales, ISPJAE (1976). Es autor de los libros *Algo + que Acertijos Matemáticos* (2011); *+ curiosidades y acertijos matemáticos* (2015) y *101 acertijos matemáticos* (2017) publicados por la Editorial Científico-Técnica y de *Cuadrados mágicos y otras deidades matemáticas* (2018) publicado por la Editorial Academia.