UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Marzo de 2008, Número 13, páginas 19 - 22
ISSN: 1815-0640

Un *tangram* dorado

Carlos Cortínez T. y Fernando Castro G.

Resumen

En este trabajo se muestran dos ejemplos -extraídos del Tangram de Brügner- de lo que podríamos llamar disección áurea de áreas. La iteración de la segunda disección da origen a un fractal muy simple pero muy rico en relaciones algebraicas. Finalmente se presentan algunos indicios de la presencia del número áureo como razón entre áreas en algunos diseños planos.

El tangram de Brügner

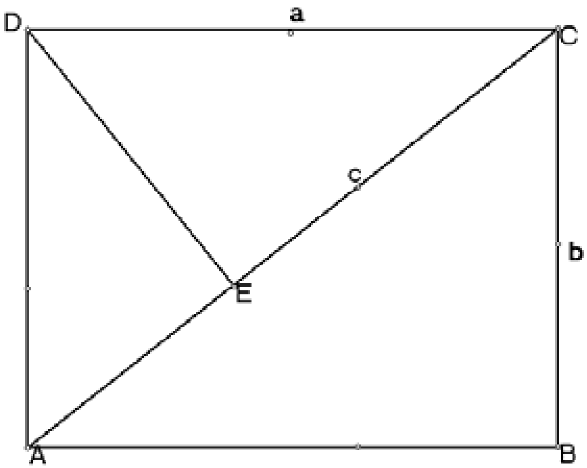


Fig. 1

En 1984 el matemático alemán Georg Brügner creó –a partir de un rectángulo– un interesante Tangram de tres piezas. El mencionado matemático buscaba la proporción necesaria de modo que el diseño logrado permitiera optimizar el número de figuras convexas que se pudieran formar.

Brügner impuso la condición $b = c$ y esto lo llevó a un diseño que permite hallar 16 figuras convexas (Brügner, 1984). Es interesante notar que con las siete piezas del Tangram chino sólo es posible formar 13 figuras convexas (Grupo Azarquiel, 1988). A partir del desarrollo algebraico que presenta Brügner se concluye que $\frac{a^2}{b^2} = \Phi$, donde Φ representa el número áureo: $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. Esto significa entonces que el cuadrado construido sobre la diagonal del tangram puede ser diseccionado –en sección áurea– en dos cuadrados de lados *a* y *b*, donde $a = b\sqrt{\Phi}$. Al rectángulo cuyos lados estén en la razón $\sqrt{\Phi}$ lo llamaremos rectángulo de Brügner.

Un examen más minucioso revela múltiples vínculos del número áureo y de su raíz cuadrada –a la que denotaremos por φ– con este Tangram que está formado por tres triángulos semejantes. Si ordenamos sus áreas en orden creciente se forma una progresión geométrica de razón Φ.

Veamos como construir el Tangram: consideremos el segmento AC. Hay un punto E en AC que divide a este segmento en razón áurea. La circunferencia de diámetro AC determina el punto D en la recta perpendicular a AC, trazada por E.

Una construcción aproximada del Tangram puede lograrse rápidamente haciendo pliegues sobre una página tamaño carta –esto es, de 216 por 279 milímetros– ya que la razón entre largo y ancho está próxima a la raíz del número áureo. También podemos construirlo tomando un rectángulo semejante al formato de la versión impresa de la revista *SUMA.*

Una disección fecunda

Si agregamos tres cortes al Tangram, como se señala en la Fig. 2, es posible formar dos réplicas reducidas del original. Como las réplicas mayor y menor tienen áreas $b^2 \cdot \varphi^{-1}$ y $b^2 \cdot \varphi^{-3}$ respectivamente, podemos decir que hemos logrado una ***disección áurea*** del Tangram, puesto que el área del todo es al área de la parte mayor como ésta es al área de la parte menor.

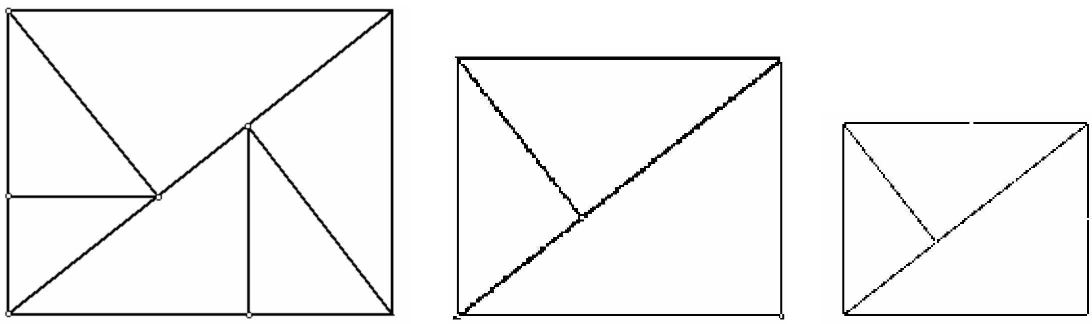


Fig. 2

La iteración de este proceso permite construir, vía disecciones, una familia de rectángulos de Brügner, de modo tal que la generación de rango n poseerá 2^n rectángulos, que se agrupan en n+1 clases, cada clase reúne $\binom{n}{k}$ rectángulos de área igual a:

$b^2 \cdot \varphi^{-(2n+(2k-1))}$ donde k = 0, 1, 2…., n.

En cada generación la suma de las áreas es:

$$b^2 \cdot \varphi^{-(2n-1)} \cdot (1+\varphi^{-2})^n$$

y esta expresión es igual al área del Tangram original, esto es: $b^2 \cdot \varphi$.

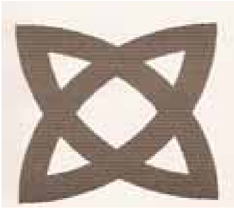
La razón áurea entre áreas

La presencia de la razón áurea entre medidas de segmentos –como patrón de belleza y armonía– ha sido ampliamente estudiada por matemáticos y artistas en la arquitectura, la pintura, la anatomía y la naturaleza.

Queremos saber si es posible hallar manifestaciones de la razón áurea –entre áreas de regiones planas de dos colores o dos texturas diferenciadas– en un diseño plano.

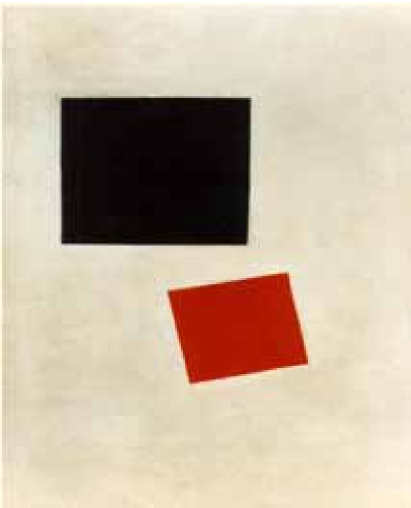
Se trata de una búsqueda con un horizonte muy amplio que abarca creaciones artísticas y diseños utilitarios. En este apartado sólo pretendemos mostrar algunos temas donde se asoma la presencia de la razón áurea: impresos, imágenes de celosías y algunas obras pictóricas.

Revisando algunas revistas y libros relacionados con la Matemática y su enseñanza encontramos que en la versión impresa de la revista *Números* del año 2003 la razón entre el área de la página y el área ocupada por el contenido esta muy próxima al número áureo. También ocurrió así con la *Historia Universal de las Cifras* de Ifrah (1998) y *Geometry from Africa* de Gerdes (1999).



Examinando imágenes de celosías en la obra de Luís Balbuena (2001) hallamos una de ellas donde la razón entre el área que deja pasar la luz y el área opaca se aproxima al número áureo.

Finalmente una mirada numérica a dos obras del pintor Kasimir Malevich nos muestra la presencia del número áureo como razón entre áreas.



También podemos rastrear la presencia de Φ en el dinámico campo del diseño gráfico, donde nuestros estudiantes son muy hábiles interpretando y descifrando códigos visuales.

La búsqueda puede extenderse también a muchos productos artesanales de diversas regiones del mundo, como la cestería y las alfombras que incluyen el llamado "cuadrado dentado", los calados canarios, los empedrados andaluces…

Bibliografía

- Balbuena, L (2000). Las Celosías. Una Geometría Alcanzable. Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias: La Laguna.
- Brügner, G (1984). Three –Triangle– Tangram. Bit Vol. 24. pp 380–382
- Gerdes, P (1999) Geometry from Africa. MAA: Washington.
- Grupo Azarquiel (1988). El Tangram. Revista Suma. Año I pp. 49–52
- Ifrah, G (1998). Historia Universal de las Cifras. Editorial Alianza: Madrid.

Carlos Cortínez Torres. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Experimental libertador. Maturín, Venezuela.
cacorto@cantv.net

Fernando Castro Gutiérrez. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Experimental libertador. Maturín, Venezuela.
fercasgu@hotmail.com