

## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

**Pablo Aparicio** (Consejería Educación del Gobierno de Canarias. España)  
**Isabel Marrero y Matías Camacho** (Universidad de La Laguna. España)

### Resumen

La enseñanza busca dar significado a los conceptos matemáticos contextualizándolos en situaciones reales, a fin de resolver problemas. El humor gráfico aparece en los medios de comunicación presentando situaciones reales en las que, a menudo, se utilizan matemáticas. Así, las viñetas humorísticas tienen interés en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sobre todo a través de la función cognitiva del humor. El propósito de este trabajo es explotar ese interés aplicando dichas viñetas al diseño y propuesta de recursos didácticos para ser utilizados en el aula de Matemáticas, conforme a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato (12-18 años) actualmente vigentes.

### Palabras clave

Humor gráfico, viñeta, enseñanza, aprendizaje, Matemáticas, innovación educativa.

### Title

**The graphic humor as a didactic resource in the Mathematics classroom: a proposal adapted to the LOMCE curricula for the ESO and Baccalaureate levels**

### Abstract

Teaching seeks to give meaning to mathematical concepts by contextualizing them in real situations, in order to solve problems. Graphic humor appears in the media presenting real situations where mathematics are usually involved. Thus, humorous cartoons do have an interest in the teaching and learning of mathematics, mainly through the cognitive function of humor. The purpose of this work is to exploit the didactic interest of humorous cartoons by applying them to design and propose mathematics materials for classroom use, according to the LOMCE curricula for the ESO and Baccalaureate levels (ages 12-18) currently in force.

### Keywords

Graphic humor, cartoon, teaching, learning, Mathematics, educational innovation.

## 1. Introducción

La teoría socio-constructivista postula que el aprendizaje se produce por construcción y reconstrucción de significados; de ahí que, en ocasiones, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el profesorado procure presentar a los estudiantes situaciones matemáticas que favorezcan la aparición de desequilibrios cognitivos. Esto suele ocurrir cuando el alumnado se enfrenta a tareas matemáticas no rutinarias que obligan a un pensamiento divergente (Menezes y Flores, 2017). El humor permite que se den estas condiciones para el aprendizaje de las matemáticas por cuanto, de una parte, facilita la comunicación en el aula al crear un clima distendido y agradable y, de otra, crea el conflicto cognitivo al presentar situaciones inesperadas y creativas (Guitart y Flores, 2003).

Las situaciones humorísticas que surgen en los medios, en revistas y también en internet, frecuentemente en la forma de tiras cómicas, hacen uso a veces, de las matemáticas; en algunos casos



se recurre a éstas para resolver una situación presentada previamente, y en otros se hace humor con los propios conceptos matemáticos que forman parte de la cultura del público objetivo; en múltiples ocasiones, la propia enseñanza-aprendizaje de las matemáticas –disciplina muy marcada socialmente– es objeto del sarcasmo de los humoristas. Todas estas propuestas humorísticas pueden ayudarnos a comprender las situaciones en que se emplean los conceptos matemáticos, a percibir la forma en que las matemáticas son contempladas por la sociedad, a observar qué aspectos de los contenidos matemáticos son vistos de forma jocosa, y a identificar qué interpretaciones erróneas se hace de ellos (Menezes y Flores, 2017).

Nos parece, por tanto, que el humor con y sobre las matemáticas puede constituir un recurso didáctico útil e interesante para el aula, y que merece la pena reflexionar sobre el papel del humor gráfico en la enseñanza-aprendizaje de nuestra disciplina. El trabajo de Aparicio (2018), del que deriva el presente artículo, es fruto de esta reflexión. Dicho trabajo proporciona de forma sistemática algunas secuencias de aprendizaje susceptibles de ser integradas en el currículo LOMCE de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO, 12-16 años) y el Bachillerato (16-18 años). En su trabajo, Aparicio (2018) se propone, a modo de objetivos generales:

- Mostrar que las matemáticas no están desligadas de lo lúdico, y que el humor puede ayudar a dar sentido a una amplia variedad de conceptos matemáticos.
- Fomentar el uso del humor gráfico como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en general, y en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en particular.
- Aprovechar el humor gráfico, y particularmente los *memes* de internet como código frecuente del alumnado en su lenguaje/comunicaciones, para motivar y para crear rupturas cognitivas que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas.

Para lo cual, desarrolla el siguiente proceso:

- Recopilar viñetas de humor gráfico relacionadas con las matemáticas, susceptibles de ser utilizadas como material curricular en ESO y Bachillerato.
- Diseñar un conjunto de actividades, contextualizadas en el nivel de ESO y Bachillerato, que estén inspiradas en viñetas humorísticas, con la finalidad de aprovechar la predisposición del alumno a captar las lógicas presentadas en el chiste, profundizar en ellas e inducirle a estudiar propiedades y conceptos matemáticos sugeridos por la situación que ilustran.
- Elaborar un catálogo de secuencias de enseñanza como material curricular preparado para ser incorporado a distintas situaciones de aprendizaje e integrado en el currículo LOMCE de Matemáticas de ESO y Bachillerato.

Este artículo recoge un extracto del trabajo de Aparicio (2018) en el que se muestran las diversas componentes, teóricas y prácticas, que guiaron su realización. Primeramente, se presenta la fundamentación teórica del trabajo, para, a continuación, desarrollar en detalle cinco actividades con las que se ejemplifica el proceso de selección, diseño y adaptación curricular, las cuales forman parte de los resultados del trabajo de innovación realizado. Tales ejemplos han de ser entendidos como meras sugerencias, que el docente interesado debe adaptar a su propia programación didáctica.

Las viñetas de humor gráfico relacionadas con las matemáticas pueden ser extraídas de la prensa diaria, donde comparecen con mayor frecuencia de la que cabría suponer; no obstante, existen numerosos sitios web que las recopilan, y al final del artículo se referencian algunos de ellos. De hecho, en el momento en el que escribimos estas líneas, la búsqueda en Google de la expresión “humor gráfico matemático” devuelve en torno a 9.120.000 entradas.

## 2. Fundamentación teórica

A través de los epígrafes siguientes desarrollaremos el marco teórico sobre el cual fundamentaremos la consecución de los objetivos propuestos. En primer lugar, se clarifican las diferentes interpretaciones del término “humor” desde distintos puntos de vista, al objeto de establecer lo que vamos a considerar en este trabajo como humor gráfico y delimitar sus funciones para el aula de matemáticas. Seguidamente, se describirá la adaptación del Diseño Instruccional de Merrill que constituye el soporte teórico para la organización de las diferentes actividades elaboradas.

### 2.1. Consideraciones generales sobre el concepto de “humor”

Siendo fieles al *espíritu matemático*, vamos a comenzar tratando de definir el concepto de “humor”. Desde un punto de vista etimológico e histórico cabe señalar que la palabra *humor* procede del latín *humor, humoris*, cuyo significado es “líquido, humedad”. Ésta, a su vez, está adaptada del vocablo griego *χυμός*, ya en la Antigua Grecia, según la medicina hipocrática, se consideraba que el cuerpo del ser humano estaba formado por cuatro humores o líquidos: sangre, bilis amarilla, bilis negra y agua, que se relacionaban, respectivamente, con los cuatro elementos de la naturaleza: aire, fuego, tierra y agua (Castilla, 1997). Así, el predominio de ciertos fluidos con respecto a otros orientará directamente a la persona hacia una afectividad (temperamento o carácter) positiva o negativa, vinculando este hecho de una manera directa con la salud o la enfermedad. Tales creencias fueron mantenidas en épocas posteriores, como el Imperio Romano o la Edad Media. A partir de estas antiguas teorías sobre los humores, en la Francia del siglo XVII comenzó el uso del término *humeur* para referirse a la manera de ser de las personas bromistas. Posteriormente, dicha palabra pasó al idioma inglés como *humour* con el mismo significado, aunque en poco tiempo se usó con un matiz semántico algo diferente, como una forma (hoy diríamos *bien humorada*) de ver el mundo y las cosas. Se acuñó así la expresión *sense of humor* (“sentido del humor”) para referirse a la capacidad de un individuo de percibir lo ridículo, lo alegre o lo gracioso de las cosas y de las situaciones, y de expresarlo en forma jocosa. Una búsqueda digital en la web de la Real Academia Española de la Lengua arroja distintas acepciones, incluyendo la primitiva –“cada uno de los líquidos de un organismo vivo”–, pero no la que coloquialmente podríamos vincular a *humor*, salvo con sus adjetivaciones de *buen* o *mal humor*. La definición coloquial de este término queda mejor reflejada por la del vocablo *humorismo*, que según la Real Academia Española significa “modo de presentar, enjuiciar o comentar la realidad, resaltando el lado cómico, risueño o ridículo de las cosas”, o bien “actividad profesional que busca la diversión del público mediante chistes, imitaciones, parodias u otros medios”.

No profundizaremos en el debate, toda vez que el propósito de este artículo no es precisar la definición de humor. Empeño éste que, por otra parte, seguramente resultaría infructuoso, pues ya el escritor y dramaturgo Jardiel Poncela (citado en Acevedo, 1972, p. 26) aseveró que “intentar definir el humorismo es como pretender atravesar una mariposa usando, a manera de alfiler, un poste telegráfico”.

Existen numerosas teorías que intentan explicar las motivaciones individuales del humor, entre las que podríamos destacar la de la ignorancia de Platón, la mimesis de Aristóteles o la del juego de Santo Tomás de Aquino, entre otros. Lynch (2002) las agrupa en tres:

1. *La teoría de la superioridad*. Es posiblemente la más antigua y puede rastrearse hasta los escritos de Platón y Aristóteles. Bajo esta teoría, el humor nos permite sentirnos superiores frente los demás o frente a nosotros mismos. Explica la enorme cantidad de chistes, bromas y burlas sobre personas con defectos, que cometen errores o sufren accidentes.



2. *La teoría del alivio de tensiones.* Considera dos aspectos: el aspecto físico y el aspecto psicológico. Desde el punto de vista físico, varios estudios médicos señalan las virtudes saludables que tiene el acto de la risa para el cuerpo humano, aliviando tensiones musculares, limpiando la ventilación, etc. Desde el punto de vista psicológico, se puede ver al humor como una forma de aliviar tensiones emocionales y sociales; sería un mecanismo de defensa que nos ayuda a combatir las dificultades y que provoca la ausencia de situaciones negativas.
3. *La teoría de la interpretación de incongruencias,* según la cual el humor es la forma que tenemos de lidiar con aquello que no encaja con la lógica racional, busca explicar el fenómeno del humor desde lo cognitivo. Nos puede hacer gracia lo que percibimos como irracional, paradójico, incoherente, falaz o inapropiado.

Estas tres teorías no necesariamente se contradicen: un mismo chiste puede ser explicado desde los tres puntos de vista. Así ocurre, por ejemplo, con la célebre frase de Groucho Marx “No querría unirme a ningún club que me tuviese a mí como miembro”: desde la teoría de la superioridad, en tanto que supone una burla hacia los clubes exclusivos y excluyentes, o hacia sí mismo; desde la teoría del alivio de tensiones, pues disminuye el estrés que genera el rechazo de esos clubes; y desde la teoría de la interpretación de incongruencias, toda vez que la frase es una paradoja.

### El humor gráfico

El humor gráfico puede presentarse como una sola viñeta (figs. 1, 2) o un grupo de viñetas denominado *tira* (fig. 3). En torno a la polémica de concretar lo que es este tipo de humor encontramos distintas posturas. Padilla y Gironzetti (2012) equiparan “viñeta cómica”, “historieta”, “tira humorística” y “chiste gráfico”, mientras que Álvarez (2009) sitúa la diferencia en la intención, distinguiendo el “*cartoon*” –que tiene como meta la sátira social o política– del “chiste” –cuyo propósito es, simplemente, hacer reír, sin necesidad de una referencia a personajes de actualidad–. A estas diferencias interpretativas y/o falta de consenso se suman autores como Chamorro (2005), Tejeiro y León (2009) o Tubau (1987). Desde el punto de vista del contenido, podríamos efectuar una distinción entre las viñetas o tiras cuya única finalidad básica es humorística (el humor por el humor: contenido social, cultural o simplemente de entretenimiento, fig. 4), y aquellas otras que conllevan siempre una interpretación de la realidad o “editorial gráfico” (el chiste supone una crítica, un toque de atención o, incluso, una denuncia ante una determinada situación, fig. 5).



Figura 1. Montt.



Figura 2. Forges.



Figura 3. Quino.



Figura 4. Nik.



Figura 5. J. Morgan.

### El humor gráfico en el siglo XXI: redes sociales

El siglo XXI viene caracterizado, entre otras cosas, por el *boom* de las redes sociales y la mensajería instantánea, todo ello aupado por la tecnología actual; un mundo que no se concibe sin el acceso a internet en todo lugar y momento mediante nuestros teléfonos inteligentes o *smartphones*. No entraremos aquí en la adecuación o no del uso de las redes sociales y la mensajería móvil por parte de menores de edad, pero disfrazaríamos la realidad si obviáramos que éstos constituyen un sector muy amplio de sus millones de usuarios. Y tanto en las redes sociales como en la mensajería instantánea ha surgido un fenómeno cultural a nivel mundial: los llamados *memes de internet*.

El término *meme* fue acuñado por el biólogo Richard Dawkins (Dawkins, 1976) para definir aquellas frases, conductas o melodías populares que existían en cada cultura y que se propagan a través de la imitación. *Meme* viene de la palabra griega *mimema*, que significa “algo imitado” y representa un medio para que la gente intercambie memorias sociales e ideas culturales entre sí. *Meme de internet* es un término utilizado en el mundo de la red de redes para describir una idea o un símbolo que se transmite de forma explosiva a través de sus propios medios (*email*, red social, blog, noticias y otros servicios). Es aquí donde interviene un nuevo concepto en internet, lo *viral*: estos memes se comportan como un virus, en el sentido de que pasan de persona a persona de forma rápida, replicando la idea que representan. Y, aunque los memes también pueden llevar un mensaje serio y profundo, los que más circulan por internet son los humorísticos. De las múltiples descripciones de un meme de internet humorístico recogeremos la que aparece en Bauchhage (2011):

Los memes de internet son porciones o trozos de contenido que ganan popularidad o notoriedad rápidamente en la web. Se transmiten a través de



## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

emails, foros, blogs o redes sociales y suelen consistir en noticias extravagantes, frases cortadas, imágenes o videoclips. Generalmente, los memes de internet evolucionan con el tiempo a medida que son comentados, re-contextualizados o parodiados. Dicho de forma sencilla, son chistes privados o partes de la cultura popular de las que mucha gente está al día.

En particular, los memes son parte del *lenguaje* del adolescente actual; son una realidad cotidiana para millones de usuarios jóvenes en la red, que los crean, los consumen y los reproducen constantemente. Además, su crecimiento es cada vez mayor, debido a que cada vez son más las herramientas libres para que cada cual cree sus propios memes mediante una sencilla combinación de imágenes populares con nuevos textos que tratan de cambiar el significado y el concepto original. De esta *democratización* pasamos a lo que podríamos interpretar como el *humor gráfico en el siglo XXI*.

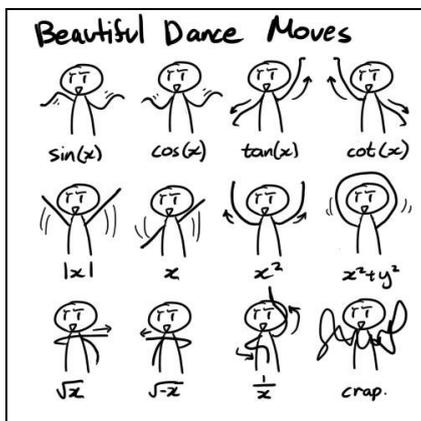


Figura 6. Meme de internet: *Baile de funciones*.

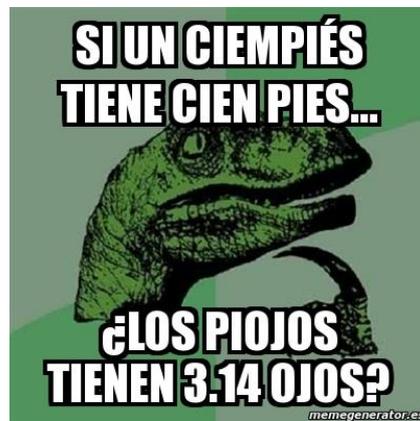


Figura 7. Meme de internet: *El filoraptor*.

En un mundo globalizado y conectado los humoristas, potenciales o *de facto*, y los *consumidores* de ese humor constituyen un sector de la población muy amplio, que incluye a los estudiantes de Secundaria. Los jóvenes tienen interiorizado el humor gráfico en su *versión* del siglo XXI, por lo que con su empleo en las aulas obtenemos, entre otros, el beneficio de usar su lenguaje: un lenguaje contextualizado en su día a día y enfocado a buenos recuerdos o situaciones positivas, que es uno de los objetivos perseguidos al incorporar este tipo de humor (figs. 6, 7).

### El humor en el aula

El humor puede emplearse en la enseñanza como recurso para amenizar y distender, pero también puede tener otros usos (Francia y Fernández, 1995). De este modo y habitualmente, el docente utiliza elementos humorísticos en su clase buscando con ello hacerla más amena. Pero, a la vez, el empleo del humor en clase debería conllevar una intencionalidad cognitiva, incluyendo la emotividad y la motivación. Así, Fernández nos introduce en el por qué y para qué del sentido del humor en la educación. Respecto a la primera cuestión, señala:

1. Porque es necesario dar una respuesta afirmativa ante la sociedad pesimista, desencantada y apática.
2. Porque es un elemento de comprensión de la realidad.
3. Porque genera un estilo de enseñanza-aprendizaje.
4. Porque nos ayuda a pensar y estimula la creatividad. (Fernández, 2003, pp. 144-145).

Respecto a la segunda, qué se desea conseguir al incluir el sentido del humor en la educación, este autor se centra en los dos elementos básicos del proceso de enseñanza-aprendizaje: el educador y el educando.

En relación con el *educador*:

1. Autoconcepto. Facilita al educador un mejor conocimiento de sí mismo (nivel cognitivo).
2. Autoestima. Favorece la conformidad consigo mismo (nivel afectivo).
3. Autocomportamiento. Posibilita el control de uno mismo. Invita a desarrollar nuevas e imaginativas acciones (nivel conductual). (Fernández, 2003, p. 145).

En relación con los *educandos*:

1. Enseña a los alumnos a ser más humildes frente a la arrogancia o el despecho incontrolado.
2. Fomenta en las personas la autoaceptación y el anti-perfeccionismo.
3. Relativiza la realidad. Ayuda a modificar la perspectiva de un problema. Sirve como herramienta para solucionar conflictos.
4. Restablece las verdaderas dimensiones de lo humano. (Fernández, 2003, pp. 145-146).

La importancia del humor y el auge de su inclusión en las aulas quedan constatados gracias a asociaciones como la *International Society for Humor Studies* (ISHS) que, además, dispone de una publicación asociada: *Humor: International Journal of Humor Research*<sup>1</sup>. También debemos remarcar que el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), en la revista *Mathematics Teaching in the Middle School*<sup>2</sup>, dedica un lugar a las viñetas humorísticas y propone cuestiones para emplearlas en clase, además de haber editado un cuadernillo (Azzolino, Silvey y Hughes, 1978) sobre esta temática.

### **Funciones del humor**

El sentido del humor aplicado a la educación desempeña una serie de funciones de un incalculable valor didáctico: motivadora, social o transformadora de la realidad, generadora de distensión, generadora de diversión, agresiva, defensiva, terapéutica, creativa, intelectual, afectiva y pedagógica (Fernández, 2002, p. 97). Además de suponer un importante recurso didáctico, el humor estimula y enriquece los procesos de enseñanza-aprendizaje introduciendo variables innovadoras, tanto en la elaboración de materiales nuevos y creativos –en nuestro caso, a través de las viñetas y las actividades relacionadas– como en la transmisión de la información (Fernández, 2003). En particular, el humor gráfico combina un cierto potencial lúdico con la cognición del lector que interpreta el mensaje que se ha querido transmitir. Nos suministra situaciones reales susceptibles de ser analizadas con herramientas matemáticas, con lo que pueden utilizarse en la enseñanza para dar significatividad o convertirse en manifestaciones de los contenidos matemáticos. Esto permite desarrollar la creatividad de los alumnos y facilita su relación con los conceptos matemáticos (Suárez, 2016).

<sup>1</sup> <https://www.degruyter.com/view/j/humr>.

<sup>2</sup> <https://www.nctm.org/publications/mathematics-teaching-in-the-middle-school/>.



### *El humor en el aula de Matemáticas*

Por su interés en el aula de Matemáticas, en este epígrafe analizaremos con mayor profundidad tres de las funciones del humor: la intelectual, la afectiva y la pedagógica.

**Función intelectual.** El humor gráfico posee una función intelectual, que queda reflejada al permitir, de un modo relajado o no forzado, poner en contacto una lógica natural con otros argumentos inesperados. Tal como indicamos anteriormente, la teoría de la interpretación de incongruencias se basa precisamente en eso: en la forma que tenemos de lidiar con aquello que no encaja con la lógica racional, que “busca explicar el fenómeno del humor desde lo cognitivo. Nos puede hacer gracia lo que percibimos como irracional, paradójico, incoherente, falaz o inapropiado”. Una de las características de las viñetas que usaremos como material didáctico es que el chiste que encierran se basa en su argumentación jocosa, culminando en varias lógicas contrastadas (incluyendo conceptos matemáticos). Este contraste conllevará un debate acerca de cuestiones relacionadas con las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje, y contribuirá a la consolidación de ciertos conceptos matemáticos. Así se podrían obtener las componentes de este tipo de situaciones humorísticas (Flores, 1997): partimos de una lógica familiar o usual (planteamiento); se crean unas expectativas (nudo); se concluye con una lógica inesperada (desenlace inesperado).

**Función afectiva.** Desde el punto de vista del clima del aula, el humor es una estrategia importante en la educación. Entre los factores que establecen un clima de clase favorecedor, Muñoz de Bustillo, Hernández y García (1998) destacan la familiaridad, la cordialidad y la distensión; garantizar su contribución positiva al proceso de enseñanza-aprendizaje requiere de su fomento y cuidado en el aula. Fernández (2002, p. 86) relaciona nada menos que cincuenta motivos para emplear el sentido del humor en los grupos que benefician el clima del aula. De hecho, son varios los autores que han reclamado la introducción del humor en las aulas con este propósito. Morant (2006, p. 88) comenta: “[El humor] ha ganado prestigio en la prensa escrita, pero [...] continúa al margen de las aulas”. Y es que, tal como retrata Kanovich:

Los elementos que parecen reinar en las instituciones educativas son la seriedad, la solemnidad, el aburrimiento y la rutina, despertando la preocupación de diversos autores que han señalado los riesgos y amenazas de estos elementos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. (Kanovich, 2008, p. 72).

En honor a la verdad, hay que decir que el maridaje entre humor y educación también ha tenido detractores, como Arroyo (1999) o Napier y Gershenfeld (1975), quienes lo califican de negativo y contraproducente, entendiéndolo como sinónimo de inmadurez, pérdida de tiempo o falta de seriedad y de eficacia. Desde nuestro punto de vista, estas características no son inherentes a la función afectiva del humor, sino que dependen más bien de la actitud (e, incluso, la aptitud) con la que el docente incorpore el humor a sus clases.

**Función pedagógica.** La última de las funciones del humor que describiremos en detalle es la función pedagógica, puramente didáctica. Siguiendo a Flores (2003), esta función será analizada a través de los organizadores curriculares propuestos por Rico (1998), a saber: fenomenología didáctica; errores y dificultades; representaciones y modelos; materiales didácticos; historia de los conceptos; y epistemología.

Si pretendemos que cierto tema sea significativo para nuestros alumnos, tenemos que hallar fenómenos de la vida cotidiana y de la ciencia en los que se muestre su utilidad; esto se puede conseguir a través de algunas situaciones particulares, o bien analizando el significado de manera

sistemática y asociándolo a los tipos de fenómenos a los que se aplica. La encargada de este proceso es la *fenomenología didáctica*. Para esta significación nos podemos valer del humor, puesto que emplea situaciones, cotidianas o científicas, en las cuales surge el tema que queremos explicar. Los chistes reflejan situaciones en las que se emplean las matemáticas y, por tanto, pueden usarse como puntos de partida para hacer matemáticas en clase: descubriendo y analizando los conceptos matemáticos que contiene, mostrando la utilidad de esos conceptos, y resolviendo los problemas planteados en ellos.

El análisis de los posibles *errores y dificultades* por parte del alumnado al aprender un concepto sirve, a su vez, de ayuda para el docente; conocer estos errores y dificultades nos otorga la comprensión de la forma en que el alumnado aprende. A través del humor gráfico podemos evidenciar situaciones de error y recibir sugerencias para proponer tareas para la enseñanza. Algunos conceptos matemáticos son abstractos; para trabajar, utilizar, transmitir y manejar tales conceptos se suele recurrir a *representaciones o modelos* de los mismos. A la hora de aprender un concepto hay que desenvolverse con soltura con varias de sus representaciones y ser consciente de que ninguna de ellas es el concepto en sí, sino una abstracción creada a partir de todas las formas en que puede ser representada. El humor gráfico nos permite analizar algunas representaciones de esos conceptos, y diseñar tareas para que los alumnos las manejen y sean conscientes de ellas.

La enseñanza se vale de recursos y *materiales didácticos*. El humor es un recurso didáctico para aprender matemáticas en el aula, y además permite analizar el papel (limitaciones y/o posibilidades) que juegan otros materiales como el ábaco, la pizarra, los ordenadores o las calculadoras. A su vez, aumenta la frecuencia con que se remarca la importancia de introducir la *historia de las matemáticas* en el aula y el factor humano que las envuelve. Se considera que la historia de los conceptos puede ayudar al profesor a organizar su enseñanza a través del contexto científico y social que rodeó la aparición de esos conceptos; Alsina y Guzmán (1996) destacan que los conceptos no provienen de la frialdad de un libro, sino de la humanidad de las personas que los descubren, inventan, etc. Por último, junto con los aspectos históricos, es necesario abordar *aspectos epistemológicos* (qué es la matemática, cuál es la verdad de los teoremas matemáticos, para qué sirven las matemáticas, entre otros) mediante el humor.

### **El humor gráfico y las matemáticas**

A primera vista podríamos pensar que los chistes matemáticos o el humor gráfico relacionado con las matemáticas tienen un cariz intelectual, que sólo entenderán quienes conocen y comprenden el lenguaje, contenidos y conceptos relacionados con las matemáticas a un nivel superior. Sin embargo, esto no es para nada cierto. Obviamente, existe un empleo *interno* del humor por parte del colectivo de matemáticos en medios propios de nuestro círculo, pero también existe una gran cantidad de ejemplos del uso de las matemáticas por humoristas ajenos al gremio y dirigidos al gran público. De hecho, el humor gráfico invade nuestras revistas, periódicos y medios de comunicación, y habitualmente conforma una sección universal y muy valorada. En la sección de opinión de la prensa se suele tratar de representar en clave de humor las noticias de actualidad, o ironizar sobre aspectos socioculturales de importancia para un grupo social determinado, a menudo tomando como base elementos matemáticos de conocimiento más o menos generalizado; de tal forma que podríamos concluir que los conceptos matemáticos forman parte de la cultura social, y es por esta razón que los humoristas los utilizan en sus chistes. Se puede ironizar sobre aspectos matemáticos de alto nivel formal pero, sobre todo, se puede observar que el mundo que nos rodea hace matemáticas, emplea lenguaje matemático y objetos matemáticos como los números, los problemas o las figuras geométricas, y lo hace de una manera más rica de la que cabría esperar (Grupo LaX, 1998).

Veamos ejemplos de todo ello, remarcando las matemáticas presentes y el nivel de dificultad en los distintos casos. El autor de las viñetas en las figs. 8 y 9 crea juegos de palabras a través de los



**El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato**

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

cuales, combinando el uso coloquial con el concepto matemático, genera un doble sentido en busca del chiste. La de la fig. 8 no demanda más que un nivel matemático básico: el teorema de Pitágoras. Por el contrario, la viñeta de la fig. 9 constituye un claro exponente del humor con un nivel de matemáticas elevado, ininteligible para un público mayoritario; es rica en matices y para apreciarla plenamente se requiere, entre otras cosas, saber qué es el análisis funcional –campo existente también en psiquiatría– así como el hecho de que la función  $\exp(x^2)$  carece de primitiva elemental, lo que obliga a recurrir a métodos numéricos para calcular su integral definida. El creador de la tira en la fig. 10 se vale de las operaciones aritméticas elementales (aptas para todos los públicos) a fin de promover valores de convivencia. En la fig. 11 reaparece el teorema de Pitágoras, esta vez sustentando una crítica contra el maltrato animal. Por último, en la fig. 12 el autor se sirve del concepto matemático de una representación gráfica sobre conteo para llegar a la clave humorístico-satírica de la enormidad de cierta magnitud, la población de China.



Figura 8. J. Morgan, para *Matematicalia.net*.



Figura 9. J. Morgan, para *Matematicalia.net*.



Figura 10. Nik.



Figura 11. Forges.



Figura 12. Quino.

## 2.2. Diseño instruccional de Merrill

Tal como recomienda la Consejería de Educación y Universidades del Gobierno de Canarias, para el desarrollo de las sesiones de enseñanza-aprendizaje utilizaremos los principios metodológicos descritos por Merrill (2009). Este autor ha propuesto un conjunto de cinco principios instruccionales prescriptivos (o principios fundamentales) que mejoran la calidad de la enseñanza en todas las situaciones. Dichos principios, expuestos brevemente (fig. 13), son los siguientes:

1. *Principio de la centralidad de la tarea.* Se debe utilizar una estrategia de enseñanza centrada en la tarea, mediante una progresión de tareas completas cada vez más complejas.
2. *Principio de activación.* Debemos activar en el alumnado estructuras cognitivas relevantes, haciéndoles recordar, describir o demostrar conocimientos o experiencias previas significativas, además de lograr que compartan estas experiencias y recuerden o adquieran una estructura para organizar los nuevos conocimientos.
3. *Principio de demostración.* Se debe proporcionar una demostración consistente de aquello que se va a aprender: de qué clase es, cómo se hace y qué sucede en la ejecución. Además, es necesario dar orientaciones que relacionen esa demostración particular con aspectos generales, e involucrar a los estudiantes en la discusión y la prueba. También se les debe permitir observar la demostración a través de medios apropiados al contenido.
4. *Principio de aplicación.* Debemos promover la aplicación de lo aprendido: proporcionando retroalimentación intrínseca o correctiva; proveyendo entrenamiento, que irá disminuyendo gradualmente para realizar la propia aplicación; y favoreciendo la colaboración entre pares.
5. *Principio de integración.* Se deben integrar los nuevos conocimientos en las estructuras cognitivas del alumnado, habituándoles a la crítica entre iguales y haciéndoles reflexionar, debatir o defender esos nuevos conocimientos o habilidades, además de lograr que creen, inventen o exploren formas personales de utilizarlos y las muestren públicamente.





Figura 13. Principios instruccionales de Merrill (2009).

Por tanto<sup>3</sup>, a la hora de planificar las tareas y actividades, conviene partir de una *actividad de motivación*, haciendo uso de problemas o situaciones significativas contextualizadas que guarden relación con los aprendizajes previstos. A continuación se recomienda introducir una *actividad centrada en la tarea*, donde se exponga claramente al alumnado el producto final a elaborar y sus características. Manteniendo siempre una secuencia lógica en la estructura, se continuará alternando *actividades de demostración* (que expliquen al alumnado los conceptos necesarios para llevar a cabo la tarea, preferiblemente con modelos o ejemplos de referencia) y *actividades de aplicación* (que sirvan al alumnado para ejercitarse o adiestrarse). Finalmente, se concluirá con *actividades de integración*, mediante las cuales el alumnado tendrá que demostrar lo aprendido o asimilado (en esta fase cabe plantear actividades de autoevaluación y coevaluación, entre otras). Puede ocurrir, en ocasiones, que en una misma actividad se den de forma alternada uno o varios de los principios mencionados porque la tarea así lo requiera.

De este modo, cada actividad incluida como resultado en la sección 3 vendrá propuesta para ser trabajada en una de las fases descritas en este epígrafe en función de sus características, tales como el momento de realización (con respecto al desarrollo del criterio de evaluación), objetivos, agrupamientos, conocimientos necesarios, herramientas y/o técnicas de recolección de evidencias para la evaluación del alumnado, etc. Las actividades propuestas deben ser llevadas a cabo en el transcurso de la ejecución de la programación didáctica y servirán como complemento al resto de actividades, materiales didácticos y demás elementos intervinientes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### 3. Método, procedimiento y resultados

Como producto de todo lo desarrollado anteriormente, se expone en esta sección un modelo de uso del humor gráfico para la docencia de las matemáticas en ESO y Bachillerato, adaptado al currículo LOMCE.

<sup>3</sup> Orientaciones para la valoración del diseño de una situación de aprendizaje, <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/5/webdgoie/webcep/docsUp/35702341/Documentos/ORIENTACIONE%20PARA%20LAS%20SA.pdf>, pp. 3-5.

Siguiendo a Flores (2004), proponemos un esquema de actuación en dos fases: una primera, analítica (describir la lógica esperada y la inesperada) y una segunda, de profundización y búsqueda de nuevas interpretaciones.

1. *Fase analítica.* En ella describiremos lo que ocurre: la situación, lo que el lector espera al percibirla y la salida inesperada del humorista, de una manera global y teniendo en cuenta las especificidades de cada viñeta.
2. *Explotación didáctica.* En esta fase se analizarán las consecuencias que se siguen de la salida inesperada, estudiando las propiedades de los conceptos matemáticos que han sido puestos en juego y su validez. Posteriormente, según la fase metodológica de Merrill en la que nos encontremos, se vincularán una serie de actividades a los conceptos matemáticos tratados.

El material didáctico que aquí se presenta consiste en la descripción y propuesta de cinco secuencias de actividades, a partir de un conjunto de viñetas y basándose en ellas. Una vez analizada su carga matemática, estas viñetas sirven de fuente y se asocian con los conceptos a través de una colección de ejercicios vinculados al desarrollo del currículo de matemáticas de Secundaria y Bachillerato, sus *criterios de evaluación* (a los cuales se ligan los *contenidos* y los *estándares de aprendizaje evaluables*) y el *marco competencial*, diseñados de forma que el alumnado desarrolle los aprendizajes descritos en dichos criterios. Presentamos una actividad por cada *bloque de aprendizaje*. Hemos incluido propuestas para distintos cursos de ESO y Bachillerato y todos los bloques. Las actividades dentro de cada bloque son independientes: no existe una continuidad o conexión entre ellas. Cada actividad propuesta lleva incorporada, en forma de tabla-resumen, la fundamentación curricular y metodológica asociada a su ejecución, para la cual se ha tomado como normativa de referencia la legislación relacionada en la bibliografía. En la elaboración de las tablas-resumen se han adoptado para las competencias las abreviaturas estándar, a saber:

- *Comunicación Lingüística:* CL
- *Competencia Matemática y Competencias Básicas en Ciencia y Tecnología:* CMCT
- *Competencia Digital:* CD
- *Aprender a Aprender:* AA
- *Competencias Sociales y Cívicas:* CSC
- *Sentido de la Iniciativa y Espíritu Emprendedor:* SIEE
- *Conciencia y Expresiones Culturales:* CEC

La Consejería de Educación y Universidades de Canarias proporciona unas referencias comunes para orientar y facilitar la evaluación objetiva de todo el alumnado, y para la comprobación conjunta del grado de desarrollo y adquisición de las competencias (cada una vinculada a un criterio de evaluación de su respectivo curso). Estas *rúbricas* vienen dadas en forma de tablas y están disponibles en su página web institucional para los distintos cursos de ESO y Bachillerato.

Antes de proceder a proponer las actividades para cada uno de los bloques de aprendizaje del currículo de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato, conviene remarcar que los objetivos del Bloque I: *Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas*, se podrían sintetizar como *el aprendizaje de las matemáticas para la resolución de problemas y con el uso de las nuevas tecnologías*; competencias que, dado su carácter transversal, deben ser trabajadas en todos los bloques. Es por ello que el desarrollo de las actividades propuestas en los bloques restantes, a saber, *Números y Álgebra, Geometría, Funciones/Análisis y Estadística y Probabilidad*, vendrá vinculado al trabajo perteneciente a este primer bloque y, recíprocamente, el desarrollo curricular de este primer bloque no puede ser aislado del resto de bloques; no obstante, se propone una actividad también para el primer bloque debido a su especificidad, que será explicada oportunamente.



Los criterios de evaluación del Bloque I, sus contenidos y estándares de aprendizaje no han sido incluidos en las tablas curriculares de las actividades propuestas para los bloques posteriores; la razón fundamental es que el profesorado, en su programación didáctica, debe tener estructurados los momentos y procedimientos de obtención de evidencias de todo ello para la evaluación por lo que, aun formando parte del trabajo desarrollado por el estudiante, la búsqueda de esas evidencias y su evaluación no es un objetivo de tales bloques.

### 3.1. Ejemplo: *Entendiendo las elecciones*

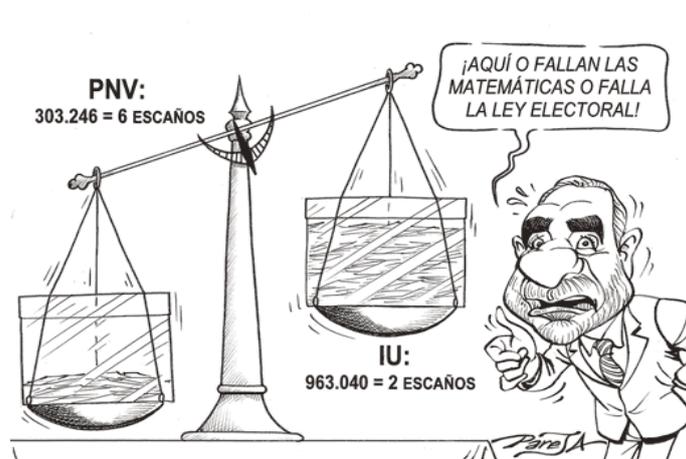


Figura 14.

#### *Descripción*

La viñeta nos presenta el reparto de escaños tras unas elecciones en España. Sin unos conocimientos mínimos de la ley electoral, parecería *evidente* que un número mayor de votos implicaría un número mayor de escaños... pero en este caso no es así. El autor hace uso de una balanza para remarcar el distinto *peso* de los votos frente a su valor en representantes obtenidos.

#### *Ejercicios*

1. Describe la situación ilustrada en la viñeta (fig. 14). ¿Cuál es la queja que se plantea? ¿Qué recurso utiliza el humorista para ello?
2. Investiga acerca del reparto de diputados en la ley electoral española.
3. Independientemente del reparto por provincias, estudia la ley de d'Hondt de reparto de escaños sobre un número de votos.
4. Crea una hoja de cálculo que te permita hacer estos repartos, y comprueba los resultados tomando los datos de las últimas elecciones en tu provincia.
5. Redacta un informe con tus conclusiones.

## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

Curso	2.º Bachillerato (17-18 años)
Bloques de Aprendizaje	I. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas
Criterios de Evaluación	1, 2
Contenidos	1.5, 1.6, 2.1c, 2.1e
Estándares de Aprendizaje	11, 12, 16, 18, 19, 20, 21, 22, 26, 29, 33
Objetivos	Planificar y ejecutar investigaciones matemáticas de problemas relacionados con las ciencias. Establecer conexiones entre el problema real y el mundo matemático (la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; arte y matemáticas; ciencias sociales y matemáticas; etc.). Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas en la realización de cálculos numéricos para la resolución de problemas. Buscar información relevante en internet o en otras fuentes y elaborar documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos.
Competencias	CL, CMCT, AA, CSC
Fase Instruccional de Merrill	Aplicación
Temporalización	2 Sesiones
Espacios	Aula Informática
Recursos	Ordenadores, Cañón, Conexión a Internet, Hoja de Cálculo
Agrupamientos	Gran Grupo, Grupos Heterogéneos de 4 Estudiantes
Evaluación	Rúbrica

Tabla 1. Fundamentación curricular y metodológica del Ejemplo 3.1.

### Desarrollo de la secuencia de actividades

La creación e inclusión de esta actividad en el Bloque I viene determinada por varios motivos. En primer lugar, la asignatura de Matemáticas debe contribuir a la consecución de los objetivos de ESO y Bachillerato relacionados con la práctica de la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas, todos ellos vinculados a las CSC, además de hacer entender a nuestro alumnado que la convivencia cívica requiere que cada ciudadano deba asumir sus deberes y pueda ejercer sus derechos, entre ellos uno fundamental: votar. El alumnado de 2.º de Bachillerato tiene muy cercana la edad de acceso a este derecho, por lo que procede que tratemos de fomentar la comprensión de las leyes electorales desde las matemáticas. Por otro lado, nos hallamos justo en un momento de debate político-social acerca de la legislación electoral y la manera en la que debe hacerse el reparto de representantes. Directamente relacionada con esta cuestión encontramos en la prensa la siguiente noticia: *Matemáticos de Granada diseñan un sistema electoral que aseguran es más equilibrado* (El Día Digital, 2018).

Con esta actividad trabajaremos los aspectos matemáticos del reparto de diputados en la ley electoral española (ley o sistema de d'Hondt), si bien de una manera general, sin entrar en las especificidades del reparto de escaños por provincias; en particular, será trabajado, entre otros, uno de los contenidos curriculares del Bloque I: la realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos reales. Además, se fomentará el acceso a webs oficiales de datos (JEC<sup>4</sup>, INE<sup>5</sup>, ISTAC<sup>6</sup>).

<sup>4</sup> Junta Electoral Central: <http://www.juntaelectoralcentral.es/cs/jec/inicio>.

<sup>5</sup> Instituto Nacional de Estadística: <https://www.ine.es>.

<sup>6</sup> Instituto Canario de Estadística: <http://www.gobiernodecanarias.org/istac>.



## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

Se propone que la actividad corresponda a la fase de aplicación de Merrill debido al desarrollo programado que se expone a continuación. En la primera sesión se proyectará la viñeta y, tras una breve tormenta de ideas sobre el ejercicio 1, se realizará en pequeños grupos la investigación solicitada en los ejercicios 2 y 3. En la segunda sesión se continuará trabajando en grupos reducidos; mediante el ejercicio 4 se aplicará lo aprendido con los ejercicios anteriores y se practicarán los conocimientos adquiridos sobre herramientas informáticas (hoja de cálculo) durante la formación previa. Todo ello será llevado a cabo en el aula de informática. La actividad será evaluada mediante el informe solicitado en el ejercicio 5, bajo las rúbricas correspondientes a los criterios trabajados según la Consejería de Educación y Universidades del Gobierno de Canarias.

### 3.2. Ejemplo: Como la vida misma



Figura 15.



Figura 16.



Figura 17.



Figura 18.

### Descripción

En la primera viñeta (fig. 15) observamos un anuncio de descuentos de hasta el 50%. Así, tras el descuento ejecutado, un producto cuyo precio anterior era de 3€ tiene por precio... 1€, mientras que con el máximo descuento aplicado el producto debería tener un precio mínimo de 1,5€. En la segunda viñeta (fig. 16) la dependienta hace un cálculo mental básico, multiplicar el precio de un libro por dos, errando, *obviamente*, a favor del comercio; el nombre del libro induce el gancho humorístico e ilustra la posible perspicacia *estafadora* del asunto: *Matemáticas para tontos*. En la tercera viñeta (fig. 17) nos encontramos con un hábil comerciante que, mediante una simple división, consigue vender su producto al mismo precio pedido al comienzo, con el simple matiz de pagar esa cantidad a plazos. De este modo llegamos al núcleo humorístico, con la cliente encantada de este *nuevo e irresistible* precio. La cuarta viñeta (fig. 18) muestra que *cualquier problema es resoluble con calculadora...*

### Ejercicios

1. Redacta en qué consiste la parte humorística de cada viñeta (figs. 15, 16, 17, 18).
2. Explica situaciones similares a las de las viñetas que te hayan ocurrido.
3. Nombra sitios y situaciones de tu vida diaria donde uses el cálculo mental. ¿Cuándo fue la última vez que lo usaste?
4. ¿Cómo podrías, mentalmente y de una manera muy fácil, saber que los cálculos en la primera (fig. 15) y segunda (fig. 16) viñetas son erróneos?
5. ¿Cuál es la respuesta a la pregunta formulada en la cuarta viñeta (fig. 18)?



## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

Curso	1.º ESO (12-13 años)
Bloques de Aprendizaje	I. Procesos, Métodos y Actitudes en Matemáticas II. Números y Álgebra
Criterios de Evaluación	2, 3
Contenidos	2.2, 3.10
Estándares de Aprendizaje	31, 32, 34, 35, 36, 37, 38, 42, 43
Objetivos	Elaborar y utilizar estrategias para el cálculo mental. Identificar y utilizar los números enteros y decimales para resolver problemas de la vida cotidiana.
Competencias	CMCT, CD, AA, SIEE
Fase Instruccional de Merrill	Activación
Temporalización	1 Sesión
Espacios	Aula Ordinaria
Recursos	Ordenador, Cañón, Pizarra
Agrupamientos	Parejas Heterogéneas, Gran Grupo
Evaluación	No evaluable

Tabla 2. Fundamentación curricular y metodológica del Ejemplo 3.2.

### Desarrollo de la secuencia de actividades

Desafortunadamente, en ciertos ambientes sociales es común vincular las habilidades matemáticas con el puro cálculo aritmético: ¿quién de nosotros no ha sufrido aquello de “¡Un matemático que saque la cuenta!” cuando toca dividir entre varios comensales el importe de una cena? Como docentes de matemáticas, uno de nuestros esfuerzos debe ser tratar de conseguir que el alumnado entienda que esta asociación es simplista y sesgada; sin embargo, también es necesario destacar la importancia del cálculo mental, minusvalorado habitualmente con frases del tipo “para eso tengo la calculadora”. En el currículo de Matemáticas conviven (como no podría ser de otra manera) el uso de herramientas para hacer cálculos con el entrenamiento del cálculo mental; este último es usado a diario por la población, y será objeto de esta secuencia. La hemos situado en la fase de activación de Merrill, puesto que nos sirve para acercarnos a la realidad y para introducir el uso habitual de conceptos matemáticos que pueden ser trabajados en otras fases del aprendizaje: los números, distintos tipos de cálculo, uso de la calculadora... En general, los procesos de activación no tienen que tener asociada una evaluación, pues los aprendizajes no han sido adquiridos todavía; por tanto, aun cuando (con carácter orientativo) hemos vinculado criterios y estándares de aprendizaje a la presente secuencia de ejercicios, ésta no será evaluada. Para su desarrollo emplearemos una única sesión en el aula ordinaria. Tras la proyección de las cuatro viñetas, se instará al alumnado a resolver los ejercicios en parejas. Una vez resueltos por ellos, se hará una tormenta de ideas como puesta en común de las soluciones aportadas, apuntándolas en la pizarra, mientras que por parte del profesor se añadirán situaciones o actividades relacionadas con el tema que no hayan sido consideradas.

### 3.3. Ejemplo 3: La parábola



Figura 19.

#### Descripción

La viñeta trabajada en esta secuencia (fig. 19) usa la polisemia como gancho humorístico. En este caso nos encontramos una escena fácilmente reconocible relativa a la religión católica: la Última Cena. Según dicha religión, Jesús de Nazaret solía dirigir breves alocuciones a sus discípulos, las cuales encerraban una enseñanza moral y religiosa, revelando una verdad espiritual de forma comparativa. Estas narraciones eran el elemento más característico de su doctrina, y se les conoce como *parábolas*. En la viñeta nos encontramos a Jesús narrando una parábola... pero en el sentido matemático del término.

#### Ejercicios

1. Redacta con lenguaje coloquial en qué consiste la parte humorística de la viñeta (fig. 19).
2. Haz un listado de los conceptos o términos de matemáticas que están relacionados directamente o indirectamente con la viñeta, y escribe sus definiciones.
3. Crea una viñeta cuyo núcleo del chiste esté relacionado con el tema del original.
4. Halla analíticamente el foco, vértice y corte con los ejes de la parábola de la viñeta. Dibuja la parábola de la viñeta utilizando el programa de geometría dinámica GeoGebra y comprueba tus respuestas.
5. Utilizando GeoGebra, traza la gráfica de la parábola  $y = kx^2$ , donde  $k$  recorre los valores enteros comprendidos entre  $-3$  y  $3$ . Describe el efecto que se produce en dicha gráfica al variar esos valores dentro de su rango.
6. Utilizando GeoGebra, dibuja la gráfica de la parábola  $y = (x+k)^2$ , donde  $k$  toma todos los valores enteros comprendidos entre  $-3$  y  $3$ . Describe el efecto que se produce en dicha gráfica al variar esos valores en su rango.
7. Utilizando GeoGebra, traza la gráfica de la parábola siguiente:  $y = x^2 + k$ , donde  $k$  toma todos los valores enteros comprendidos entre  $-3$  y  $3$ . Describe el efecto que se produce en el gráfico cuando la variable  $k$  toma diferentes valores.
8. Dada la ecuación  $x^2 + 6x + ky = 0$ , ¿para qué valor de  $k$  representa esta ecuación una parábola cuyo vértice pertenece a la recta  $y = 6$ ? Para el valor de  $k$  encontrado, indicar vértice, foco y directriz. Graficar con GeoGebra.



## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

9. Halla, mediante GeoGebra, las dos parábolas que cortan al eje de abscisas (eje  $OX$ ) en los mismos puntos  $A(0,0)$  y  $B(2,0)$ , pero tienen vértices distintos  $U(1,-5)$  y  $V(1,-2)$ , respectivamente.
10. Encuentra, mediante GeoGebra, las dos parábolas que tienen por vértice común el punto  $V(-5,5)$ , sabiendo que una intersecta al eje de ordenadas (eje  $OY$ ) en el punto  $A(0,10)$  y pasa por el punto  $B(-10,10)$ , y la otra corta al eje de ordenadas en el punto  $C(0,-10)$  y pasa por el punto  $D(-10,-10)$ .
11. Investiga cómo obtener las secciones cónicas con material manipulativo (por ejemplo, con plastilina y una regla, figuras con folios...) y constrúyelas. Haz un informe incluyendo fotos de todo el proceso y explicando con base matemática lo obtenido. *Ayuda: Cono de Apolonio.*

Curso	1.º Bachillerato (16-17 años)
Bloques de Aprendizaje	IV. Geometría
Criterios de Evaluación	9
Contenidos	9.5, 9.6
Estándares de Aprendizaje	72, 73
Objetivos	Identificar los lugares geométricos, reconociendo sus características y elementos. Introducirse en programas informáticos de geometría dinámica.
Competencias	CL, CMCT, CD, AA
Fase Instruccional de Merrill	Integración
Temporalización	3 Sesiones
Espacios	Aula Informática
Recursos	Ordenadores, Cañón
Agrupamientos	Grupos Heterogéneos de 3 Estudiantes
Evaluación	Portfolio <sup>7</sup> , Rúbrica

Tabla 3. Fundamentación curricular y metodológica del Ejemplo 3.3.

### Desarrollo de la secuencia de actividades

Con esta secuencia introducimos el concepto de lugar geométrico, y particularmente el de parábola. Se recomienda para la fase de integración de Merrill ya que, a través del desarrollo de los ejercicios propuestos, el alumnado debe ser capaz de llegar a sus conclusiones e interiorizar y fijar los resultados observados. Tras la proyección de la fig. 19, los estudiantes deben trabajar los ejercicios correspondientes a la secuencia. Planteamos un trabajo en pequeños grupos en el aula de informática. Mediante los ejercicios 1 a 3 se pretende que el estudiante extraiga el contenido matemático de la viñeta y se acerque a la comprensión de uno y otra. Con el ejercicio 11, se le orienta para que base su estudio en las parábolas y en los lugares geométricos, desde una perspectiva práctica algebraica y a partir de material manipulativo (sugerimos que este ejercicio sea considerado *tarea para casa*). Además, se introduce al alumnado en el *software* de geometría dinámica GeoGebra a fin de que pueda comprender, revisar y profundizar en los aspectos matemáticos centrales del tema abordado. La

<sup>7</sup> Entendemos por *portfolio* o *portafolios* una colección de documentos del trabajo del estudiante que exhibe su esfuerzo, progreso y logros. Se concibe como una forma de evaluación que permite monitorizar el proceso de aprendizaje tanto por parte del profesor como del propio estudiante, e ir introduciendo cambios para la mejora de dicho proceso.

actividad será evaluada mediante la rúbrica correspondiente al criterio de evaluación, tomando las resoluciones de los ejercicios como parte del portfolio del alumnado.

### 3.4. Ejemplo: ¿Kilogramos o libras?



Figura 20.

#### Descripción

En la fig. 20 observamos a un atleta que levanta una pesa (o trata de hacerlo). El autor consigue el guiño humorístico a través de una noción relacionada con las matemáticas, las unidades de peso. Así, aun cuando la cifra en las bolas de la haltera (200) parece indicar que ambas tienen igual peso, las unidades para medirlo son distintas en cada una (kilogramos y libras, respectivamente). Debido a esto, se produce un evidente desequilibrio que conduce al deportista a una inclinación cómica (proporcional a la diferencia de pesos en cada extremo), mientras su entrenador le hace notar la mezcla de unidades errónea.

#### Ejercicios

1. Redacta con lenguaje coloquial en qué consiste la parte humorística de la viñeta (fig. 20).
2. Haz un listado de distintas unidades de medida para magnitudes que conozcas. Ayuda: *Capacidad, longitud, temperatura, superficie, peso.*
3. ¿Los kilogramos y las libras guardan alguna relación?
4. Mirando la viñeta dirías que esta relación ¿es directamente proporcional, o inversamente proporcional?
5. Investiga el factor de proporcionalidad de los kilogramos y las libras. ¿Podrías crear una función que sirviera para hacer la conversión entre dichos valores? Sin dibujar la gráfica, ¿qué forma crees que tendría? ¿Pasaría por el origen de coordenadas? Esboza la gráfica para comprobarlo. Una vez creada esa función, ¿sería posible encontrar la función de conversión contraria? Justifica tus respuestas.
6. Repite el ejercicio 5, pero tomando como unidades los kilómetros y las millas.
7. Repite el ejercicio con unas nuevas unidades: los grados Celsius y Kelvin.
8. Investiga las expresiones generales de las funciones lineales y afines.
9. Clasifica las siguientes relaciones como funciones lineales o afines y justifica tu respuesta. Inventa las magnitudes y modeliza las funciones: a) precio de una pieza de fruta con



**El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato**

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

respecto a su peso; b) precio de un servicio de taxi; salario de un vendedor a comisión más paga fija; d) relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.	
<b>Curso</b>	<b>2.º ESO (13-14 años)</b>
<b>Bloques de Aprendizaje</b>	IV. Funciones
<b>Criterios de Evaluación</b>	10
<b>Contenidos</b>	10.1
<b>Estándares de Aprendizaje</b>	72
<b>Objetivos</b>	Reconocer, representar y analizar las funciones lineales o afines.
<b>Competencias</b>	CL, CMCT, AA
<b>Fase Instruccional de Merrill</b>	Demostración
<b>Temporalización</b>	2 Sesiones
<b>Espacios</b>	Aula Ordinaria
<b>Recursos</b>	Ordenador, Cañón
<b>Agrupamientos</b>	Grupos Heterogéneos de 4 Estudiantes, Gran Grupo
<b>Evaluación</b>	Portfolio, Lista de Control/Registro Anecdótico, Rúbrica

**Tabla 4.** Fundamentación curricular y metodológica del Ejemplo 3.4.

*Desarrollo de la secuencia de actividades*

En esta secuencia se trabajarán los conceptos de función lineal y función afín, a través de sus características gráficas y sus fórmulas generales. Se propone para ser desarrollada durante dos sesiones en la fase de demostración de Merrill, ya que haremos que el alumnado investigue acerca de conocimientos que no le han sido proporcionados, por lo que las actividades deberán ser guiadas/ayudadas en pos de su aprendizaje. La secuencia comienza con la proyección de la viñeta (fig. 20) y prosigue con la resolución por parte del alumnado de los ejercicios propuestos, en pequeños grupos. La corrección de los cuatro primeros se hará en gran grupo mediante una tormenta de ideas, mientras que los restantes formarán parte del portfolio de cada estudiante. Para la evaluación se tendrá en cuenta la rúbrica asociada al correspondiente criterio de evaluación, además de una lista de control/registro anecdótico que servirá como elemento a valorar para ubicar al alumno en su calificación mediante dicha rúbrica.

**3.5. Ejemplo: La dieta y la Estadística**



**Figura 21.**

*Descripción*

En la viñeta observamos a un comensal debatiéndose entre ingerir alimentos sanos (frutas, verduras) o hipercalóricos y no recomendables (procesados, precocinados). Su pensamiento queda reflejado en un gráfico de sectores, donde a simple vista se daría a entender una proporción de un 25% de días que come sano y un 75% de lo contrario. Este efecto es conseguido por la visualización de datos mediante una gráfica, cuyo objetivo es siempre representar la realidad de una manera veraz y simplificada, pudiendo ser fácilmente observables/detectables las características de lo estudiado a través de lo representado. En nuestro caso, el lector esperaría en la gráfica de sectores una división de los días por tipo de dieta (además del uso de los colores rojo y verde, universalmente representativos de bueno y malo) en la proporción anteriormente citada. Al fijarnos bien, la representación contiene un *truco*. Por un lado, se toman los valores de días con dieta no sana y por el otro... “los mismos, pero en otro color”. Así, la viñeta (y los siguientes ejercicios) nos sirven de material didáctico para interpretar gráficos estadísticos sencillos, disponibles en internet o en medios de comunicación tales como la prensa escrita, etc. analizándolos críticamente y comprobando la veracidad de la información que transmiten.

### Ejercicios

1. Redacta con lenguaje coloquial en qué consiste la parte humorística de la viñeta (fig. 21): ¿qué sería lo esperable? ¿Cuál es el giro del autor?
2. Haz un listado de los conceptos o términos matemáticos que están conectados directa o indirectamente con la viñeta, y escribe sus definiciones.
3. Redacta con lenguaje matemático el motivo de la incongruencia de la viñeta.
4. Si solucionáramos el *error* de la viñeta y partimos de que me he estado analizando 2 meses, ¿cuántos días he comido saludable y cuántos no? Razona la respuesta de dos maneras diferentes. *Ayuda: Puedes usar proporcionalidad y geometría.*
5. Haz una puesta en común de los cuatro ejercicios anteriores dentro del grupo que te ha tocado. Crea un informe grupal con las respuestas.
6. Las gráficas de las figs. 22, 23 y 24 están elaboradas con una intención visual. Reflexiona con tu compañero e indica cuál es esa intención y a través de qué medio lo han logrado.
7. Usa una hoja de cálculo para realizar los gráficos de las figs. 22 y 23, corrigiendo el efecto intencionado de sus creadores.
8. Redacta un informe que refleje las conclusiones obtenidas en los ejercicios 6 y 7.
9. Busca (o diseña) una viñeta humorística cuyo *chiste* esté relacionado con el tema del original y repite lo solicitado en los ejercicios 1, 2 y 3 para esta nueva viñeta.

<b>Curso</b>	<b>4.º ESO: Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas (15-16 años)</b>
<b>Bloques de Aprendizaje</b>	V. Estadística y Probabilidad
<b>Criterios de Evaluación</b>	8
<b>Contenidos</b>	8.1
<b>Estándares de Aprendizaje</b>	57, 59, 64
<b>Objetivos</b>	Conseguir la interpretación de la estadística y la probabilidad en los medios de comunicación, internet o medios similares para su análisis crítico y la comprobación de la veracidad de la información que transmiten.
<b>Competencias</b>	CL, CMCT, CD, AA
<b>Fase Instruccional de Merrill</b>	Aplicación
<b>Temporalización</b>	3 Sesiones
<b>Espacios</b>	Aulas Ordinaria e Informática
<b>Recursos</b>	Ordenadores, Cañón, Hoja de Cálculo, Pizarra
<b>Agrupamientos</b>	Individual, Grupos Heterogéneos de 4 Estudiantes, Parejas Heterogéneas
<b>Evaluación</b>	Portfolio, Rúbrica

**Tabla 5.** Fundamentación curricular y metodológica del Ejemplo 3.5.



## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

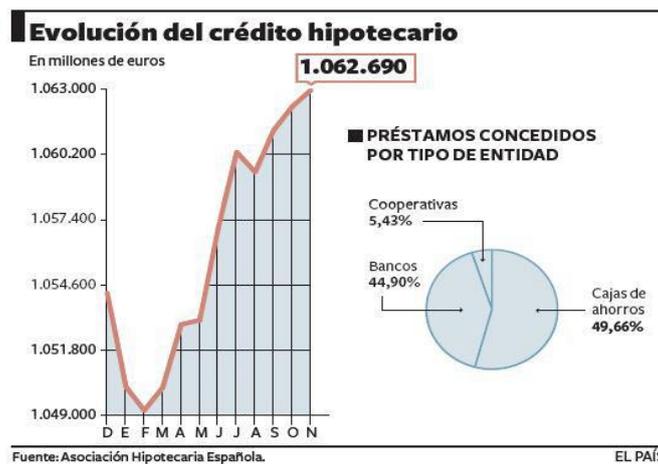
Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.



**Figura 22.** Inversiones previstas en los presupuestos de 2011 para las comunidades de Madrid, Andalucía y Cataluña (*Madrid Opina*, emitido el 5 de octubre de 2010 en TeleMadrid).



**Figura 23.** La información que se transmite verbalmente indica que el paro ha pasado de 250.630 personas (30,0%), en septiembre de 2013, a 235.049 (28,7%), doce meses más tarde (Informativos de la TV de Castilla-La Mancha, emitidos el día 6 de septiembre de 2014).



**Figura 24.** La banca reabre el grifo a los compradores de vivienda (El País, 25 de enero de 2010).

### Desarrollo de la secuencia de actividades

A través de estos ejercicios tratamos de abordar conceptos relativos a la estadística y la probabilidad (gráficas, variables, población, muestra...), un uso formal del lenguaje matemático y la mirada crítica a la información basada en la estadística que rodea al estudiante. Se propone desarrollar la actividad en la fase de aplicación de Merrill, donde el alumnado debe poner en práctica (mediante los ejercicios propuestos) lo trabajado con anterioridad relativo a los contenidos del tema tratado.

Tras la proyección por parte del docente de la viñeta (fig. 21), se plantea una colección de ejercicios directamente vinculados a las dos fases metodológicas propuestas en la innovación a nivel de explotación didáctica:

- Con los ejercicios 1, 2, 3 y 4 trabajaremos de manera individual el análisis de las consecuencias que se siguen de la salida inesperada de la viñeta, estudiando las propiedades de los conceptos matemáticos que se han puesto en juego y su validez.
- Con el ejercicio 5 hacemos una puesta en común de los cuatro ejercicios anteriores en pequeños grupos heterogéneos. Cualquier alumno del grupo debe ser capaz de resolver y explicar/justificar dicha resolución.
- En los ejercicios 6 y 7 se manejan otras viñetas similares que añaden nuevas características de las cuestiones matemáticas tratadas o estimulan la creatividad del alumnado acerca de estos conceptos matemáticos, trabajados por parejas.
- Los ejercicios 8 y 9 se resolverán de forma individual. Con ellos promovemos en el alumnado el descubrimiento, búsqueda o invención de viñetas similares que incorporen características no tratadas anteriormente.

En la resolución de estos problemas nos basaremos en el aprendizaje de otros conceptos, tales como la proporcionalidad ( $\frac{1}{4}$  del área de la gráfica) o las medidas de los ángulos de los sectores ( $90^\circ$  y  $270^\circ$ ) y su equivalencia con respecto al total de la variable. También fomentamos el uso de las TIC y del *software* libre. Notemos, finalmente, que la temática de la viñeta –la dieta saludable– constituye un elemento transversal del currículo, donde se especifica que se adoptarán medidas para que la actividad física y la dieta equilibrada formen parte del comportamiento juvenil, a fin de garantizar a nuestros adolescentes una vida activa, saludable y autónoma. El alumnado será evaluado mediante las rúbricas del criterio de evaluación correspondiente, sirviendo para ello la resolución de los ejercicios propuestos, que pasará a incorporarse al respectivo portfolio.

### Agradecimientos

Los autores desean agradecer a los doctores Pablo Flores Martínez (Universidad de Granada, España) y Mónica Guitart Coria (Universidad Nacional de Cuyo, Argentina) el haberles facilitado abundante material bibliográfico relacionado con la temática del trabajo. También agradecen las valiosas sugerencias de los revisores, que han contribuido a mejorar la presentación final del artículo.

### Bibliografía

- Alsina, C., y Guzmán, M. de (1996). *Los matemáticos no son gente seria*. Madrid: Rubes.
- Acevedo, E. (1972). *Los españolitos y el humor*. Madrid: Editora Nacional.
- Álvarez, M. (2009). *El diseño de lo incorrecto: La configuración del humor gráfico*. Buenos Aires: La Crujía.
- Aparicio, P. (2018). *El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas* [Trabajo Fin de Máster]. Facultad de Educación, Universidad de La Laguna, La Laguna.
- Arroyo, M. (1999). ¿Cabén los chistes en el aula? Algunos principios para la aplicación del humor en clase y para su integración en los materiales de ELE. En *Actas del X Congreso Internacional de ASELE* (pp. 79-86). Cádiz: Centro Virtual Cervantes.
- Azzolino, A., Silvey, L., y Hughes, B. (1978). *Mathematics and humor*. Reston, VA: NCTM.
- Bauckhage, C. (13 de julio de 2011). Insights into Internet Memes. [Entrada del blog *Follow the Crowd*]. Recuperado de: <https://humancomputation.com/blog/?author=82>
- Castilla, O. (1997). Psiquiatría y humor: Humorismo, comicidad, chiste y psiquiatría. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 26(3), 201-207.
- Chamorro, M. C. (2005). El humor gráfico desde una perspectiva retórica. *Icono14*, 3(1), 215-232.
- Dawkins, R. (1976). *The Selfish Gene*. Oxford: Oxford University Press.
- El Día Digital (20 de febrero de 2018): *Matemáticos de Granada diseñan un sistema electoral que aseguran es más equilibrado*. Recuperado de:



## El humor gráfico como recurso didáctico en el aula de Matemáticas: una propuesta adaptada a los currículos LOMCE de ESO y Bachillerato

Aparicio, P., Marrero, I., Camacho, M.

<http://eldia.es/nacional/2018-02-20/18-Matematicos-Granada-disenan-sistema-electoral-asegurados-equilibrado.htm>

- Fernández, J. M. (2002). Pedagogía del humor. En A. Idígoras (ed.), *El valor terapéutico del humor* (pp. 65-88). Bilbao: DDB.
- Fernández, J. D. (2003). El sentido del humor como recurso pedagógico: Hacia una didáctica de las didácticas. *Pulso*, 26, 143-157.
- Flores, P. (1997). La utilización del humor para facilitar la comunicación entre educadores matemáticos. *Educación Matemática*, 9(3), 52-62.
- Flores, P. (2003). *Humor gráfico en el aula de Matemáticas*. Granada: Arial.
- Flores, P. (2004). ¿Chistes para contar? Utilización del humor en el aula de matemáticas. En *XI Congreso Thales sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (Huelva)*.
- Francia, A., y Fernández, J. D. (1995). *Animar con humor: Aprender riendo, gozar educando*. Madrid: CCS.
- Guitart, M., y Flores, P. (2003). Humor gráfico para la enseñanza y el aprendizaje del azar. *Suma*, 42, 81-89.
- Grupo LaX (1998). Las matemáticas en el humor gráfico. En *VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales"*. Jaén: Servicio de Publicaciones, Universidad de Jaén.
- Kanovich, S. (2008). El uso del humor en la enseñanza universitaria. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 2(15), 71-90.
- Lynch, O. (2002). Humorous communication: Finding a place for humor in communication research. *Communication Theory*, 12(4), 423-445.
- Menezes, L., y Flores, P. (2017). O humor no ensino da Matemática pode ser coisa séria! *Educação e Matemática*, 141, 7-12.
- Merrill, M. D. (2009). First principles of instruction. En C. M. Reigeluth y A. A. Carr-Chellman (eds.), *Instructional-design theories and models: Building a common knowledge base* (Vol. III, pp. 41-56). New York: Routledge.
- Morant, R. (2006). ¿Con humor se explica y se aprende una lengua mejor? *Pragmalingüística*, 14, 87-99.
- Muñoz de Bustillo, M. C., Hernández, P., y García, L. A. (1998). Mejorando el clima del aula. *Evaluación e Intervención Psicoeducativa*, 1, 169-214.
- Napier, R. W., y Gershenfeld, M. K. (1975). *Grupos: Teoría y experiencia*. México: Trillas.
- Padilla, X. A., y Gironzetti, E. (2012). Humor e ironía en las viñetas cómicas periodísticas en español e italiano: un estudio pragmático y sociocultural. *Foro Hispánico: Revista hispánica de Flandes y Holanda*, 44, 93-133.
- Rico, L. (1998). *La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Suárez, P. A. (2016). *Divulgando matemáticas desde el humor* [Trabajo Fin de Grado]. Facultad de Ciencias, Universidad de La Laguna, La Laguna.
- Tejeiro, R., y León, T. (2009). Las viñetas de prensa como expresión del periodismo de opinión. *Diálogos de la Comunicación*, 78, 1-8.
- Tubau, I. (1987). *El humor gráfico en la prensa del franquismo*. Barcelona: Mitre.

### Recursos Web

ChisteMat. <http://chistemat.es>

Divulgamat. <http://www.divulgamat.es>

Google Imágenes. <https://www.google.es/imghp?hl=es>

Matematicalia. <http://www.matematicalia.net>

Página personal de Pablo Flores Martínez. <http://www.ugr.es/~pflores>

Consejería de Educación y Universidades del Gobierno de Canarias.

<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web>

Competencias. <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/enseñanzas/competencias>

Ordenación y currículos del Bachillerato.

[http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/bachillerato/informacion/ordenacion\\_curriculo\\_competencias](http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/bachillerato/informacion/ordenacion_curriculo_competencias)

Ordenación y currículos de la Educación Secundaria Obligatoria.

<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/secundaria/informacion/ordenacion-curriculo>

ProIDEAC. <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/servicios/proideac>

Recursos educativos.

[http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/servicios/recursos\\_educativos](http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/servicios/recursos_educativos)

Rúbricas de Bachillerato (LOMCE).

<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/bachillerato/informacion/rubricas>

Rúbricas de Educación Secundaria Obligatoria (LOMCE).

<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/secundaria/informacion/rubricas/rubricas-eso.html>

Situaciones de Aprendizaje.

[http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/enseanzas/competencias/form\\_mater\\_recur sos/publicacion\\_situate.html](http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/web/enseanzas/competencias/form_mater_recur sos/publicacion_situate.html)

## Legislación

**LOMCE-Ley Orgánica 8/2013**, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (BOE n.º 295, de 10 de diciembre).

**Decreto 315/2015**, de 28 de agosto, por el que se establece la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Canarias (BOC n.º 169, de 31 de agosto).

**Decreto 83/2016**, de 4 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Canarias (BOC n.º 136, de 15 de julio).

**Pablo Aparicio Sánchez** es asesor estadístico. Personal docente interino en la especialidad de Matemáticas para la Consejería de Educación y Universidades del Gobierno de Canarias, es un apasionado de las metodologías de innovación.

**Matías Camacho Machín** es profesor de Matemáticas y Didáctica de la Matemática en la Universidad de La Laguna. Coordina el grupo de investigación “Didáctica de las Matemáticas en la Enseñanza Postobligatoria”, donde participan varios profesores de otras universidades nacionales y extranjeras. Actualmente su trabajo de investigación se desenvuelve en dos líneas principales: *Formación y desarrollo profesional del profesor de Matemáticas*, y *Didáctica de la resolución de problemas matemáticos haciendo uso de tecnologías digitales*.

**Isabel Marrero** es profesora titular del Departamento de Análisis Matemático de la Universidad de La Laguna. Especialista en Análisis Funcional, está muy interesada en la Educación Matemática.

