

Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria: El caso de Luisa

Tzindejeh Rodríguez Quintero

José Antonio Juárez López

(Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México)

Fecha de recepción: 9 de mayo de 2019

Fecha de aceptación: 30 de octubre de 2019

Resumen

Este trabajo contiene el análisis detallado de las estrategias de cálculo mental utilizadas por una alumna de segundo grado de una escuela primaria federal ubicada en la Ciudad de Puebla en México. Dichas estrategias fueron obtenidas a través de una entrevista clínica la cual se elaboró con el objetivo de observar y analizar las estrategias de cálculo mental que la alumna emplearía para resolver ejercicios de suma y resta de números naturales. Mediante el presente trabajo se logró observar que la estudiante raramente emplea los algoritmos que la educación primaria promueve ya que en su lugar ha demostrado un claro apego a la creación de sus propias estrategias las cuales no dudó en utilizar aun durante los momentos en los que se le mostraron operaciones escritas.

Palabras clave

Estrategias, cálculo mental, suma, resta, educación primaria.

Title

Mental calculation strategies used by a second grade elementary school student: Luisa's case

Abstract

This work contains a detailed analysis of the mental calculation strategies used by a second grade student of a federal elementary school located in the City of Puebla in Mexico. These strategies were obtained through a clinical interview which was developed with the objective of observing and analyzing the mental calculation strategies that the student would use to solve exercises of addition and subtraction of natural numbers. Through this work it was possible to observe that the student rarely uses the algorithms that primary education promotes since instead she has demonstrated a clear attachment to the creation of her own strategies which she did not hesitate to use even during the moments when They showed him written operations.

Keywords

Strategies, mental calculation, addition, subtraction, primary education.

1. Introducción

En la actualidad existen bastantes recursos que permiten realizar cálculos más fácilmente. El cálculo mental es un componente necesario que debe formar parte de las competencias que son empleadas en la cotidianidad de la vida y es algo a lo que todos pueden acceder, ya que, como menciona Martínez (2011) “No existe un «gen» matemático que sea poseído por algunos alumnos y no por otros, y que dicho gen predisponga al aprendizaje. No hay personas «negadas» para la matemática, y ante las cuales cualquier esfuerzo es inútil” (p. 98), entonces es posible que los alumnos puedan desarrollar este tipo de habilidades o bien perfeccionar las que ya poseen.



Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria: El caso de Luisa.

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

Antes de continuar es necesario definir al protagonista de este escrito, el cálculo mental. Por una parte, se puede decir que:

El cálculo mental es el cálculo hecho mentalmente y usando estrategias. Este produce una respuesta precisa. Usualmente tiene lugar sin el uso de medios externos tales como el lápiz y el papel, aunque puede realizarse con papel y lápiz, para hacer 'apuntes' que apoyen a la memoria. (Lemonidis, 2016, p. 7).

Por otro lado, Parra (1994) lo describe como un conjunto de procedimientos que se encargan de obtener resultados sin la necesidad de emplear un algoritmo que ya se encuentre preestablecido, por lo que, en palabras de Cortés, Backhoff y Organista (2004) “de hecho, los procedimientos propiamente mentales que el alumno lleva a cabo en este tipo de cálculos son diferentes a los que se aplican cuando se recurre a los algoritmos de lápiz y papel, tradicionalmente enseñados en el aula” (p. 150). Es muy probable que resulte confuso y tal vez algo desalentador comprender que en efecto cuando se ha realizado un cálculo en la mente, sin apoyo alguno del lápiz y papel, y se ha utilizado el algoritmo que tan eficazmente ha sido incrustado desde la escuela primaria, en realidad no se ha recurrido a ninguna estrategia de cálculo mental y en su lugar únicamente se ha repetido un proceso previamente establecido, que en muchas ocasiones no se vincula con uno de los propósitos de hacer cálculos en la mente que es el de facilitar mediante otras vías la realización de alguna operación sin emplear los medios convencionales.

Con lo mencionado anteriormente se podría argumentar que existen, para fines de este documento, dos vertientes. La primera conformada por el cálculo mental y la segunda el cálculo algorítmico como a continuación se describe:

Aquí puede observarse que la distinción entre cálculo algorítmico y cálculo mental no reside en que el primero sea escrito y el segundo no se apoye en el uso de lápiz y papel. Como mencionamos anteriormente, el cálculo algorítmico utiliza siempre la misma técnica para una operación dada, cualesquiera sean los números. En cambio, cuando se propone un trabajo de cálculo mental no se espera una única manera de proceder. (Secretaría de Educación, 2006, p. 14).

Entonces, no se debe anteponer uno sobre el otro ya que ambos convergen para permitir a los estudiantes una amplia gama de recursos de los cuales puedan elegir el que más les convenga, ahí reside su importancia.

Otro de los objetivos del cálculo mental es que los alumnos memoricen ciertos resultados o puedan recuperarlos fácilmente, archivándolos en su repertorio personal al cual podrán acudir siempre que lo necesiten. Pero como se menciona en la Secretaría de Educación (2006), dicha memorización debe ser adquirida por una “construcción e identificación previa de relaciones que tejan una red desde la cual sostenerla y darle sentido” (p. 16), así que es necesario que esta red sea elaborada bajo un proceso reflexivo sin tratar de automatizarlo ya que involucra la toma de decisiones por parte de los alumnos las cuales no siempre serán las más convencionales a los ojos de los maestros.

En la educación primaria se puede observar que en ocasiones el cálculo algorítmico ha sido privilegiado sobre el cálculo mental, pero, aunque en el perfil de egreso no se especifica que los alumnos deben conocer y mucho menos dominar estrategias de cálculo mental, uno de los propósitos de la Educación Primaria en México establecidos por la Secretaría de Educación Pública (2017) es “Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales” (p. 226). Además, dentro de los aprendizajes esperados

en segundo grado de educación primaria hay un pequeño segmento el cual señala que además de usar el algoritmo convencional para sumar, el alumno también “calcula mentalmente sumas y restas de números de dos cifras, dobles de números de dos cifras y mitades de números pares menores que 100” (p. 236).

En el mismo documento existe un apartado llamado orientaciones didácticas y sugerencias de evaluaciones específicas el cual describe algunas sugerencias acerca de cómo se debe trabajar el cálculo mental.

- a) Número mayor a 10 menos un dígito, con resultado múltiplo de 10. Ejemplo: $56 - 6 = 50$.
- b) Sumas de la forma $a + b = 100$. Ejemplo: $75 + 25 = 100$.
- c) Sumas de la forma $100 + a = \underline{\quad}$. Ejemplo: $100 + 20$, $100 + 45$.
- d) Restas de la forma: $100 - a = \underline{\quad}$ con a múltiplo de 10. Ejemplo: $100 - 30 =$
- e) Complementos del tipo $a + \underline{\quad} = 100$. Ejemplo: $28 + \underline{\quad} = 100$

El trabajo sugerido en el apartado anterior permite pensar que los alumnos que están cursando el segundo grado podrían emplear ese repertorio ya que es uno de los aprendizajes esperados, pero también podría ser posible que los alumnos desarrollen algunas estrategias sin que se les haya guiado previamente, tal es el caso que se describirá a continuación. Buscar atajos siempre parece ser más atractivo para la mente que desgastarse en un camino largo y problemático, y es durante esa búsqueda de atajos en donde se perfeccionan las estrategias, se fortalecen las que resultaron de mayor utilidad y se descartan las que durante el camino no ayudaron del todo a llegar a la meta.

2. Antecedentes

El cálculo mental es una actividad de valiosa importancia, es por eso que distintos autores se han dedicado a investigarlo, tal es el caso de Parra (1994), quien menciona que el cálculo mental en la escuela primaria debe ser parte de un trabajo colaborativo. Para que este trabajo se lleve a cabo el profesor debe proponer un ambiente en el que los alumnos puedan tener la facilidad de compartir y justificar sus ideas. Esos argumentos llevarán a los alumnos no solamente a visualizar las demás estrategias propuestas por sus compañeros, sino que también les permitirán llegar a una introspección que les permita identificar si sus propias estrategias son válidas o es que pueden ser mejoradas o tomar alguna que otro alumno haya propuesto.

En el mismo sentido, Mochón y Vázquez (1995) realizaron un trabajo en el que abordaron los temas de cálculo mental y cálculo estimativo. El estudio fue realizado con niños de primaria y secundaria en México. Uno de sus propósitos consistió en investigar estrategias de cálculo mental. Esta investigación reveló que la mayoría de los estudiantes no poseen estrategias de cálculo mental diversas, además de observar que, al contestar con lápiz y papel, usando el algoritmo convencional, existía un mayor número de errores que cuando lo hacían mentalmente.

En el mismo trabajo le adjudican al cálculo mental las siguientes características: flexible, holístico, variable y constructivo, y es notable por qué lo describen así, ya que tiene relación con el modo de pensar de cada individuo, el cual funciona de distintas maneras. No todos resolverán de la misma forma los cálculos propuestos, además da la oportunidad de desglosar las operaciones y formas nuevos resultados.

Por otro lado, Chemello (1997) describe algunas diferencias y características entre la resolución de operaciones a través del cálculo mental, escrito y con calculadora, además, plantea la necesidad de trabajarlo en las escuelas. También hace gran énfasis ante el hecho de no memorizar las estrategias, ya



Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria: El caso de Luisa.

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

que propone que es mejor invitar a los alumnos a verificar sus procedimientos y realizar un análisis de las estrategias que ellos mismos sugieran.

Cortés et al. (2004), discuten en su estudio acerca del cálculo mental y estimativo y como estos son importantes aun para los estudiantes de secundaria. Este trabajo fue realizado con 248 alumnos de secundaria de escuelas públicas y privadas en México. La ardua labor realizada consistió en analizar las estrategias empleadas por dichos estudiantes para posteriormente clasificarlas. Los estudiantes que participaron en el estudio fueron seleccionados por ser considerados como buenos estimadores. Las estrategias mentales que usaron fueron pocas y en realidad en el estudio mencionan que los alumnos no dominan el cálculo mental, así que debería ser atendido con más atención en las escuelas.

Ávila (2005), por otra parte, decidió investigar fuera del ámbito escolar, realizando su trabajo con adultos analfabetos a quienes entrevistó mediante diferentes problemas y con grados de dificultad mayor conforme la entrevista transcurrió. Los sujetos entrevistados demostraron tener conocimiento de distintas estrategias de cálculo mental, las cuales estaban en su mayoría basadas en la descomposición de números para realizar las operaciones. Al no ser personas que tenían escolarización, su cercanía provenía del uso práctico del dinero.

Más recientemente Formoso, Injoque-Ricle, Jacobovich y Barreyro (2017), realizaron un trabajo con 70 niños de 6 años en el cual se ven implicados diferentes factores que afectan al cálculo mental, algunos de ellos son la memoria de trabajo, velocidad de pensamiento y hasta las habilidades verbales que los niños tienen al momento de realizar problemas aritméticos.

3. Método

El presente trabajo es de tipo cualitativo. Para recolectar la información se recurrió a una entrevista clínica realizada a una alumna de segundo grado de educación primaria de una escuela federal ubicada en la Ciudad de Puebla, México. La entrevistada a quien posteriormente se podrá distinguir en los fragmentos de entrevista como “S” tiene 7 años y posee gran facilidad para expresarse verbalmente, además no demuestra desagrado ante la asignatura de matemáticas.

A través de la entrevista se pretendió dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son las estrategias de cálculo mental que emplea una alumna de segundo grado de primaria al resolver ejercicios de suma y resta de números naturales? Como objetivo de esta investigación, se pretendió observar las estrategias de cálculo mental que la alumna emplearía para resolver ejercicios de suma y resta con números naturales, además de analizar dichas estrategias.

Las tareas propuestas tuvieron como objetivo brindar las condiciones para que la alumna empleara y explicara sus estrategias para resolver sumas y restas con números naturales a través del cálculo mental.

4. Análisis de la entrevista

La entrevista comenzó con el saludo y presentación acostumbradas, posteriormente se preguntó si sabía que era el cálculo mental a lo cual ella respondió:

S: Es algo que te dice que, pues te dicen sumas o multiplicaciones y tú tienes que... o restas y tú tienes que ir diciendo, el resultado, pero nada más pensándolo en la mente.

Su respuesta evidencia una suposición que se tenía prevista, en la cual se llegó a considerar que únicamente se referiría al cálculo mental como una manera de resolver operaciones aritméticas en la mente. Para ahondar un poco más sobre su pensamiento acerca del tema se decidió preguntarle acerca del momento en que podría ser utilizado, esto con la esperanza de que lograra vincularlo con el ambiente exterior y no únicamente que lo percibiera como una cuestión meramente escolar. Aunque la alumna es consciente que puede ser empleado como medio para realizar cuentas, esas mismas cuentas no lograron ser visualizadas como parte de lo que se puede presentar en la vida diaria como al momento de comprar alguna mercancía.

E: Cuando no estás en la escuela, ¿también lo has utilizado alguna vez?

S: Sí.

E: ¿Te acuerdas de algún momento en el que hayas utilizado el cálculo mental fuera de la escuela?

S: Sí.

E: Me podrías platicar cuándo fue eso, o de qué te acuerdas.

S: Pues es que ayer o antier (refiriéndose al día anterior de ayer) mi mamá me estaba haciendo cálculo mental.

Lo anterior podría sugerir que el cálculo mental para ella aun no es visto como una herramienta que facilite hacer cuentas en otros ámbitos más que en los referentes al estudio, no lo está relacionado con alguna situación real que haya vivido en su entorno, simplemente es percibido como una práctica rutinaria.

Para comenzar, se le propuso a la alumna una suma bastante sencilla, con el afán de reforzar su confianza, además de analizar si emplearía el repertorio mental con el que se supone debería contar al haber cursado ya el primer año de escolaridad en la educación primaria.

E: Bueno, vamos a comenzar con una operación sencilla, ¿cuánto es $3+2$?

S: 5.

E: 5, cómo supiste que era 5.

S: Porque le voy sumando (suelta una pequeña risa).

Con esa pequeña risa acompañada de algo de obvedad en su tono de voz, pareció ser cierta la suposición previamente hecha ya que la primera suma le resultó bastante simple. Nótese que la segunda suma también posee un grado de dificultad menor y es bastante probable que al igual que la anterior formara parte del repertorio mental de la alumna, pero en este caso la diferencia radica en el hecho de que los números no se le dijeron como generalmente aparecen en un algoritmo, o sea el mayor seguido del menor. Para esta suma y las posteriores se planeó proponer la cantidad menor al inicio, seguida de la mayor con el único fin de analizar si en efecto la alumna seguiría este mismo acomodo o movería a conveniencia las cantidades.

E: Ahora, ¿ $5+6$?

S: 11.

E: ¿Hiciste algo diferente para este el cálculo? ¿o utilizaste lo mismo?

S: Utilicé lo mismo.

E: ¿Si?, a ver, ¿qué fue eso mismo que utilizaste?

S: La suma.

E: Explícame cómo fue en tu mente, me gustaría saber cómo lo hiciste en tu mente.

S: Bueno para, primero sumé el número más grande y después el más chico.



Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria: El caso de Luisa.

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
$5+6=$	$6+5=$	-Contar desde el sumando mayor *

Tabla 1. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

En este caso, como se esperaba, la alumna comenzó a mostrar una primera estrategia, el conteo desde el sumando mayor, mencionada por López (2014), ya que decidió no realizar la suma de los números en el orden mencionado porque le resultaba más sencillo acomodar y retener en su mente el más grande para luego añadirle el menor.

E: Ok, entonces, ¿primero sumaste el 6 y luego el 5?

S: Sí.

E: ¿Y, porque sumaste el número más grande primero?

S: Para que se me haga más fácil.

Posteriormente se le propuso otra suma y cuando se le preguntó sobre si sería lo mismo hacerlo con lápiz y papel ella contestó que hubiera sido igual porque tendría que hacer las mismas cuentas.

Al continuar se le propuso sumar $8+12$ con la finalidad de comprobar que no descompondría las cifras para reacomodarlas haciendo una nueva y así resolver con mayor facilidad las operaciones.

Cuando se le preguntó acerca de su procedimiento contestó lo siguiente:

S: Pues se me hizo un poquito difícil, pero, así como que fui... fui...como contando los de 8 y diciendo a pues 12, 13, 14 y así.

E: ¿A ok, entonces tú, empezaste desde 8 y le fuiste sumando?

S: No, empecé desde el 12.

E: ¿Tenías doce en la mente o cómo?

S: Sí.

E: ¿Y luego qué fuiste haciendo?

S: Fui poniendo un número y otro hasta llegar al 8.

E: Ah, hasta completar ya los 8 que se les iban sumando de más.

S: Sí.

En esta suma la alumna demuestra una segunda estrategia de cálculo mental la cual no se pensaba que podría utilizar. Decidió optar por colocar en su mente el número mayor, como había hecho previamente, y posteriormente sumar de uno en uno hasta juntar los ocho que debían sumarse, en este caso, se pudo percibir que la alumna empleó sus dedos, aunque de manera automática los colocó debajo de la mesa, como queriendo esconder lo que hacía. Para este caso empleó las estrategias descritas por López (2014), es decir, representación de los sumandos mediante objetos o empleando los dedos y conteo desde el sumando mayor.

Para poner a prueba lo que antes había mencionado la alumna acerca de que resolver a través de cálculo mental y de manera escrita era lo mismo, se decidió pedirle que lo contestara en una hoja.

E: ¿Aquí hiciste lo mismo?

S: No.

E: ¿Aquí qué fue lo que hiciste, me podrías explicar?

S: La suma que usted me dijo, igual yendo contando, o sea primero puse el 8, o también luego yo para los números mayores, por ejemplo, si es 150 como le quito así los 50, asumiendo y si es el 8 le pongo 158.

E: Ah, ok como que le vas a agregando ahí y en este caso cómo le hiciste para sumar estos dos, por ejemplo.

S: Por ejemplo, aquí le puse el 1, bueno el 10 más 8, 18, 19, 20 así lo hice.

Al pedirle que explicara con detalle cómo había realizado el cálculo de la suma con lápiz y papel, en realidad no empleó el algoritmo que se enseña en la escuela, en lugar de eso salió a relucir otra estrategia de cálculo mental, que en efecto rompió el supuesto que se tenía previsto, el cual declaraba que no usaría una descomposición de los números. La alumna descompuso el número mayor, en este caso el 12, dejándolo como 10 y 2, luego, decidió sumar la decena con el 8, formando un número nuevo, después de eso recurrió a lo que ya había realizado antes, o sea colocar ese 18 en su mente y contar de uno en uno hasta juntar las dos unidades que le quedaban por añadir.

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
8+12=	12+8 =	-Representar los sumandos mediante objetos o dedos* -Contar desde el sumando mayor*
	10+8+2=	-Contar a partir de uno de los sumandos* -Descomponer el sumando mayor en decena y unidades*

Tabla 2. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

Aunque para muchos otros lo más usual sería el hecho de descomponer el 12 y agregar el dos de las unidades al 8 para formar un 10 y posteriormente sumarlo al 10 que quedó del primer número descompuesto, ella optó por una solución alternativa y a sus ojos bastante eficiente, demostrando también que empleó la estrategia de descomposición de los problemas en problemas más simples mencionada por López (2014).

Para la siguiente suma sucedió lo mismo, al pedirle que sumara 31+ 9 en su mente colocó primero el número mayor y luego le fue sumando los 9. Al pedirle que lo resolviera en una hoja y lo explicara reflejó lo familiarizada que estaba con ese método además de que se sintió confiada al usarlo.

S: Primero al 31 por decir, le quité el 1 como si lo hubiera apartado y le puse el 9 o sea me da 39 más 1, 40.



Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria: El caso de Luisa.

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
$31+9=$	$30+9=39$ $39+1=40$	-Descomponer el sumando mayor en decena y unidades* -Contar desde el sumando mayor*

Tabla 3. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

Descomponer los números para elaborar uno nuevo y posteriormente añadir la cantidad más pequeña es una estrategia interesante, la cual parece dominar a la perfección. La tercera hipótesis estableció que la alumna propondría otras estrategias de cálculo mental después de ayudarle a reflexionar mediante un conflicto cognitivo. Este conflicto supuestamente surgiría de la respuesta que ella proporcionó al preguntarle nuevamente si realizaba lo mismo en la mente que en el papel, otra vez respondió que hacía lo mismo, entonces se le hizo la pregunta si es lo mismo hacerlo escrito que en la mente ¿para qué sirve el cálculo mental? a lo que ella respondió:

S: Pues yo diría que pues para alguna gente o para alguien se le dificulta el cálculo mental entonces lo tiene que hacer en papel así se le dificulta menos.

Para tratar de averiguar si en efecto existían otras estrategias en su repertorio, se prosiguió con la entrevista y para colocarla en el papel del experto como sugiere Ginsburg (1997), se le preguntó por alguna recomendación que ella daría a los demás al momento de resolver $35+15$. Su respuesta fue 41 y al pedirle una explicación describió lo siguiente:

S: Pues lo que yo hago, que es quitarle el número que le sigue.

E: ¿O sea en este caso el quitaste el 5?

S: Sí, (se ríe nerviosamente) y le puse el otro 5.

E: Ajá.

S: Pero después le puse este 5 y luego le puse el 1.

E: ¿A ver en este caso quitaste este 5?

S: Sí.

E: Ese es el primero consejo, y luego quitaste este otro 5 de las unidades, ¿sí?

S: Ajá.

E: ¿Y qué pasó con estos cinco cuando los quitaste?

S: Aquí quedo 31.

E: ¿Quedó 31? Ok, bien.

S: Y les puse los cinco y me dio 41.

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
35+15=	5+5=10 3+1=31 31+10=41	-Descomponer el sumando mayor en decena y unidades* -Contar desde el sumando mayor*

Tabla 4. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

En este caso fue muy evidente que Luisa descompuso los números para formar nuevos. Lo anterior pudo apreciarse porque al sumar las dos unidades, que resultan una suma sencilla para ella al formar parte de su repertorio mental, pudo deducir que se formaría un 10, pero al momento de sumar las decenas, no hizo lo mismo que con las unidades, simplemente decidió agrupar el 3 que representaría tres decenas y el 1 que representaría una decena, al momento de agrupar tales números sin mantener su estatus de decenas consiguió obtener el 31, es ahí cuando a través de esa confusión decide sumarle los 10 que tenía de las unidades logrando obtener como resultado el 41. Su estrategia, de hecho, parece prometedora, lo único que no logró contemplar fue la diferencia entre el valor que poseen las unidades y decenas.

Durante la resolución de la suma escrita se pensó que acudiría al algoritmo escrito empleado convencionalmente, pero en efecto la alumna empleó el cálculo mental, ya que en la escuela no se le había hablado de ello y mucho menos discutido sobre el repertorio de estrategias ya existentes. Durante la entrevista mencionó que hay que estudiar los cálculos, seguramente adjudica a su estudio el hecho de que pueda resolverlos, pero en realidad no ha logrado aún reflexionar que ha diseñado sin ayuda de algún agente externo al menos dos estrategias que le han facilitado realizar cálculos de una manera distinta a la que le han enseñado en la primaria.

Para comenzar con las restas se contempló una cuarta hipótesis en la cual se consideró que la alumna recurriría a su repertorio de resultados de sumas y restas, pero esta vez con números mayores. Esta suposición fue errada ya que no contempló el hecho de conocer el resultado de restar 5 menos 2 y agregarle únicamente el cero.

E: *Bien, pasemos a las restas ¿50-20?*

S: *30.*

E: *¿Cómo hiciste para resolverla en tu mente?*

S: *Pues en mi mente yo lo único que hice fue poner el 20 e ir contando, ahora si cuántos dieces me faltaron para llegar al 50.*

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
50-20=	20+10+10+10= 50	-Contar a partir de uno de los sumandos*

Tabla 5. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)



Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria:

El caso de Luisa.

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

Para este apartado vuelve a emplear la estrategia ya usada en las sumas, aunque en esta ocasión en lugar de ir contando de uno en uno decidió contar de diez en diez, partiendo desde el número más pequeño.

La segunda resta $60-35$ no fue tan sencilla para ella ya que no implicaba únicamente ir de 10 en 10 y al ser números más grandes accedió a que se le mostraran en una hoja. Respondió que le quedaban 35 y lo explicó de la siguiente manera:

S: *Le pongo los 35 y luego le pongo 35, 40, 50, 60 le faltan 35.*

E: *Ok, ¿por qué dices que le faltan 35?*

S: *Porque lo que fui haciendo fue lo mismo, nada más que aquí tuve que hacer esto, o sea que me pase al 40, del 35 me pase al 40, le sumé lo que le faltaban a este y después le puse el 5 y ahí me dio el 35.*

E: *A ver entonces vamos a hacerlo aquí. De aquí (señalando el número 35) te pasaste al 40 verdad, entonces, ¿cuánto nos faltaban para el 40?*

S: *¿Para el 40?, 5.*

E: *Va, si quieres ese lo puedes anotar aquí.*

S: *Pues entonces lo que hice fue esto, haz de cuenta está el 35, me pasé al 40 y después lo que hice fue 40, luego me fui al 50 y después 60 y le puse el 5, entonces una, dos, tres, 10, 20, 30 más los 5 que me quedaron nos da el 35.*

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
$60-35=$	$35+5+10+10+10=60$ $60-35=35$	-Contar a partir de uno de los sumandos*

Tabla 6. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

En este caso empleó lo mismo que en la resta anterior, pero trató de realizar algo así como el conteo de uno en uno, aunque en este caso sumó una decena de más. Cuando se le pidió que propusiera otra solución con la finalidad de explorar otras posibles estrategias y con el afán de que verificara su resultado y tal vez modificarlo si es que se daba cuenta de su error, ella explicó lo siguiente:

S: *Sí, que fuera así como que de regreso.*

E: *¿A ver cómo sería de regreso?*

S: *Sería aquí el 60, y le vas restando, así, menos, 60 menos 10, menos 10, menos 10, menos 5.*

E: *Te parece si la resolvemos con el lápiz para comprobar.*

S: *Si, luego 60 menos 35, lo que haría aquí es que al 60 igual le fuera restando o yendo para allá (se queda viendo al entrevistador en búsqueda de aprobación).*

E: *Sí, está bien.*

S: *Si, entonces 60 menos 35 es... (escribe 35)*

E: *Ok, está bien. ¿Esto qué hiciste en el papel y con el lápiz es lo mismo que haces en la escuela?*

S: *Sí.*

E: *¿Así los resuelves?*

S: *Sí.*

Después de escuchar la segunda explicación, se le pidió que contestara en la hoja la misma resta tratando de que se diera cuenta del error en el que estaba, ya que se pensó que resolvería la resta como usualmente lo hace en clases, es decir a través del algoritmo. Al ver su respuesta y escuchar su explicación se confirmó que en efecto para resolver las sumas o restas no emplea los algoritmos convencionales que son enseñados en la escuela primaria. Como siguiente actividad se le propuso el un problema.

E: “Supongamos que hoy te dieron \$43 pero mañana te vas a gastar 17, ¿cuánto dinero te quedaría?”

Sujeto: Ajá (se queda pensando un rato)

E: ¿Gustas que anotemos las cantidades?

S: Si por favor, (después de pensar un rato responde 34).

E: ¿Podrías explicarme cómo hiciste esto en tu mente?

S: Pues, primero es lo que luego hago en las sumas que es lo que pongo los números así (anota los números acomodándolos para realizar el algoritmo convencional) 43 menos 17. O sea yo me imaginé esto, e irle quitando así ahora si fue en mi mente como ponerlo para acá, como que le di vuelta (refiriéndose a intercambiar los números) y 7 menos 3 me dio 4, entonces después me dio 3 (refiriéndose a restar 4 menos 1).

E: Entonces esa fue tu cantidad.

S: Si, esto le di vuelta (las unidades) y esto no (las decenas).

E: ¿Y por qué a esto si le diste vuelta?

S: Para, mmm porque, se me hace más fácil restarle al mayor.

E: ¿Restarle al mayor?

S: Restarle al mayor para que me quede el número exacto.

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna		Estrategia empleada
43-17=	1) 43 -17	2) 47 -13	-Descomponer el sumando mayor en decena y unidades* -Algoritmo escrito

Tabla 7. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

Este fue el primer cálculo que anotó de una manera distinta a los demás. Además, para este único caso decidió emplear el algoritmo convencional de la resta salvo por algunas modificaciones que ella incorporó a conveniencia, como la de intercambiar la posición de las unidades para que pudiera efectuarse la resta sin mayor problema. En este caso fue posible apreciar que Luisa no pudo llevar a cabo alguna de las técnicas para la resta como el algoritmo de resta con llevada escrita, que es el comúnmente enseñando en la primaria.

Mencionó que en su mente también había hecho lo mismo, optando por intercambiar los números de las unidades. En el caso de las decenas no fueron intercambiadas de lugar porque la decena del minuendo era mayor que la del sustraendo y no le representó ninguna dificultad. En este caso, llama la atención el vocabulario que empleó para justificar su decisión, al mencionar que decidió restarle al mayor para que le quedara el “número exacto”, lo cual quiere decir que en realidad tiene en cuenta que sería inconveniente sustraer de un número menor una cantidad que lo rebase.

Posteriormente se le propuso el siguiente problema:



**Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria:
El caso de Luisa.**

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

“Si vas a la tienda y compras tres chocolates que cuestan 13 pesos cada uno ¿Cuánto tendrías que pagar?”

S: 39 (no demora en contestar).

E: ¿Cómo hiciste eso tan rápido?

S: Pues es que está fácil porque, eh pues nada más lo que hice fue sumar los primeros 10 y luego como yo ya sé que $3+3+3$ es igual a 9 entonces le puse 39.

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
$13+13+13=$	$10+10+10= 30$ $30+9= 39$	-Descomponer el sumando mayor en decena y unidades* -Recuperación (memoria de largo plazo)*

Tabla 8. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

Al mencionar que ya conoce el resultado de esa suma reiterada se hace presente lo mencionado según Siegler (1984) citado por López (2014), el cual describe que la información sobre los hechos aritméticos básicos se almacena en la memoria en forma de “nodos”. Estos nodos fueron de bastante utilidad ya que en este caso la alumna sin saber multiplicar, empleó su repertorio de sumas para saber rápidamente el resultado de sumar las decenas y unidades, nótese que para esta operación nuevamente deja a un lado el algoritmo y comienza por desintegrar el número separando las decenas y unidades, sumando primeramente las decenas, por que como lo hizo notar anteriormente empezar por los números más grandes le resulta conveniente.

Para colocarla nuevamente en el papel de experta como menciona Ginsburg (1997), se le pidió que inventara un problema y que lo resolviera empleando cálculo mental.

S: Juan fue a la tienda a comprar un kilo de limón que cuesta 20 pesos y un chocolate de 10 pesos, y un litro de leche que cuesta 37 ¿cuánto pagó?

E: Me podrías decir sin hacer las operaciones con lápiz y papel ¿cuánto pagó?

S: Pagó, pues... 67.

E: Es verdad. ¿Y cómo supiste que pagó 67?

S: Lo que fui haciendo fue primero poner el 30, bueno al 37 le quité los 7, le puse los 20, luego los 10.

Operación propuesta	Operación realizada por la alumna	Estrategia empleada
$20+10+37=$	$30+20+10= 60$ $60+7=67$	-Descomponer el sumando mayor en decena y unidades* -Contar desde el sumando mayor*

Tabla 9. Ejemplo de estrategia utilizada por Luisa y clasificada por * (López, 2014, p. 176)

Para este último caso se nota nuevamente la descomposición el único número que no formaba parte de los múltiplos de 10 para que resultará más sencilla la suma, ya que al tener los siguientes sumandos: $20+10+37$, descompone el 37, obteniendo 30 y 7, quedándole lo siguiente: $30+20+10 = 60$, por último, solo añadió el 7 que tenía “apartado” como en otra situación había mencionado.

En este caso y como menciona Chemello (1997), la alumna ya ha logrado descubrir que existe una regularidad entre ciertas series numéricas entre las cuales hay relación y por ende será más sencillo sumarlas. Para este caso en específico los múltiplos de diez, o bien si no los ha identificado como tales, aquellos números que terminen en cero.

Aunque las estrategias empleadas por la alumna encajan en las descritas por López (2014), también resulta interesante hablar de una estrategia descrita por Ávila (2005), llamada procedimiento indoarábigo, ya que describe con mayor detalle los pasos que se llevan a cabo durante el cálculo mental. Este procedimiento consiste en:

1. Descomponer los números en unidades, decenas, centenas, etc.
2. Realizar la suma comenzando por las de orden superior obteniendo una suma parcial.
3. Seguir con el procedimiento obteniendo otras sumas parciales.
4. Sumar las sumas parciales para obtener una suma total.

Un ejemplo de esta estrategia al sumar $250+ 310$ resultaría de la siguiente forma:

1. $200+50$ y $300+10$
2. $200+300= 500$
3. $50+10= 60$
4. $500+60=560$

El procedimiento anteriormente descrito es totalmente diferente al que se emplea en la escolarización habitual ya que en el caso de la educación primaria se les pide a los alumnos comenzar por la suma de las unidades, decenas, centenas y así sucesivamente. Se pudo apreciar claramente que para el sujeto entrevistado no resultó conveniente acudir a la estrategia enseñada en la escuela, en su lugar y sin habérselo mostrado previamente empleó el procedimiento indoarábigo en casi todas las operaciones propuestas, es posible apreciarlo en las tablas 2,3,8 y 9 aunque con menor grado de dificultad porque solo descompuso unidades y decenas ya que así lo demandaban las operaciones.

5. Conclusiones

Cortés et al. (2004) proponen que “El cálculo mental debe ser aceptado en los currículos escolares por su contribución al desarrollo del pensamiento aritmético y como medio para el diagnóstico y reorientación del proceso de enseñanza” (p. 57). En el caso del currículo mexicano se puede apreciar que se percibe al cálculo mental como “una práctica que debe realizarse permanentemente, pues el desarrollo de esta habilidad permite agilizar los cálculos e identificar un resultado incorrecto” (p. 245). Aunque en verdad debería ser incorporada como una actividad permanente, en muchas ocasiones suele verse como un tema más y se prosigue con lo que resta del programa, lo cual no beneficia al progreso y reforzamiento de esta parte importante del currículo y que en realidad, como mencionan Formoso et al. (2017) se trata de algo que no puede ser percibido como simple, su complejidad radica en la codificación de los datos y al mismo tiempo su almacenamiento temporal o a largo plazo que le permitirá recuperar y utilizar datos o procedimientos que resulten necesarios. Esa complejidad se puede percibir también en la gama de habilidades mencionadas por Chemello (1997) como conteos, recolocaciones, descomposiciones, redistribuciones y compensaciones.



Estrategias de cálculo mental empleadas por una alumna de segundo grado de primaria: El caso de Luisa.

T. Rodríguez Quintero, J. A. Juárez López

Las habilidades de cálculo mental de Luisa son notables. A pesar de contar con la escolarización estándar a la que la mayoría de los niños mexicanos tienen acceso, no demostró tener un fuerte apego hacia los métodos enseñados en la escuela para resolver sumas y restas. Como menciona Martínez (2011) “Las matemáticas no deben ser una asignatura a transmitir, sino una oportunidad guiada que deben tener los alumnos para reinventarlas” (p. 98). La pequeña entrevistada se permitió reinventar la manera de realizar los cálculos, olvidándose casi por completo de emplear el algoritmo convencional, haciendo uso de sus propias estrategias aun a la hora resolver de manera escrita las operaciones. Por otro lado, demostró que ha descubierto algo que le resulta más conveniente y ha decidido emplearlo, aunque no sea parte de la convencionalidad esperada por los profesores y que sin un análisis como el realizado resultaría imposible enterarse del repertorio que posee.

Como se mencionó anteriormente, algunos autores como Geary y Brown (1991), Siegler (1987) y Siegler y Shrager (1984); citados por López (2014), han planteado la existencia de cinco estrategias básicas con respecto a la resolución de operaciones aritméticas simples efectuadas por los niños.

- a) Representación de los sumandos mediante objetos o empleando los mismos.
- b) Conteo a partir de uno de los sumandos, en el cual está implicado el principio de cardinalidad al tener en cuenta que el cardinal final será equivalente al total de elementos del conjunto.
- c) Conteo desde el sumando mayor.
- d) Descomposición de los problemas en problemas más simples, o bien, para este caso en específico, descomposición del sumando mayor en decena y unidades.
- e) Recuperación de la respuesta empleando la memoria de largo plazo.

De las estrategias anteriores la alumna empleó en la mayoría de los casos la tercera, ya que no utilizaba cualquier sumando para su conteo, en lugar de ello y para agilizar el trabajo, comenzaba con el mayor. La estrategia anteriormente mencionada fue sustituida por la segunda en dos de las tres restas propuestas, como se logró apreciar en esos casos Luisa decidió sumar partiendo de uno de los dígitos para llegar al otro, de esta manera ahorró tiempo y a su vez evadió realizar las restas. Esta decisión resultó interesante porque en realidad se esperaba que llevara a cabo una descomposición de las unidades y decenas, que tal vez recurriera a su memoria a largo plazo, pero con múltiplos de 10, o bien, como en la última resta que acudiera al algoritmo escrito.

El sujeto entrevistado no ha tenido acceso previo a estrategias de cálculo mental al igual que los sujetos que participaron en la investigación de Ávila (2005), las únicas diferencias entre ellos son la edad y que los segundos son analfabetos, pero ambos han logrado construir sus propias estrategias, quizás más convenientes, dejando a un lado a los algoritmos escolarizados.

Mochón y Vázquez (1995) mencionan que en la escuela deben desarrollarse estrategias que no sean memorísticas analizando las que los niños han desarrollado, que sea en un trabajo grupal, una colaboración entre ellos para que puedan compartir lo que realizan, por lo que es posible que los alumnos en la escuela sean capaces, al igual que Luisa, de cambiar las reglas y desarrollar sus propias estrategias con base en sus propias necesidades y experiencias, sin apoyo de recursos que podrían estar a su alcance y que son proporcionados por sus docentes. Ahora bien, si se piensa con detenimiento, se podrían abrir ante los estudiantes otros posibles senderos si es que el cálculo mental formase parte del repertorio cotidiano, no sistematizado, sino entendido como un proceso de intercambio entre las propuestas de los estudiantes y las que ya se han establecido.

6. Referencias

- Ávila, A. (2005). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, XXXV(3-4), 179-219.
- Chemello, G. (1997). El cálculo en la escuela: las cuentas, ¿son un problema? En G. Iaies (comp.), *Los CBC y la enseñanza de la matemática*, 81-107. Buenos Aires: A-Z Editora.
- Cortés, J., Backhoff, E., y Organista, J. (2004). Estrategias de cálculo mental utilizadas por estudiantes del nivel secundaria de Baja California. *Educación Matemática*, 16(1), 149-168.
- Formoso, J., Injoque-Ricle, I., Jacobovich, S. yBarreyro J. (2017) Cálculo mental en niños y su relación con habilidades cognitivas. *Acta de Investigación Psicológica* 7, 2766–2774.
- Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the Child's Mind. The clinical interview in Psychological Research and Practice*. USA: Cambridge University Press.
- Lemonidis, C. (2016). *Mental computation and estimation. Implications for mathematics education research, teaching and learning*. New York, USA: Routledge.
- López, M. (2014). Desarrollo de la memoria de trabajo y desempeño en el cálculo aritmético: un estudio longitudinal en niños. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 12. Recuperado el 1 de abril de 2014, de <http://dx.doi.org/10.14204/ejrep.32.13103>
- Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (abn) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (cbc). *Bordón*, 63(4), 95-110.
- Mochón, S. y Vázquez, J. (1995). Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación Matemática*, 7(3), 93-105.
- Parra, C. (1994). El cálculo mental en la escuela primaria. En C. Parra e I. Saiz (comps.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones*, 219-272. Buenos Aires: Paidós.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Educación primaria 2º. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. México: Autor.
- Secretaría de Educación. (2006). *Matemática. Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza*. Buenos Aires: Autor.

Tzindejeh Rodríguez Quintero. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla. Nació el 22 de febrero de 1989 en Lerdo, Durango. Es Licenciada en Educación Primaria por la Escuela Normal de Torreón, Coahuila, actualmente estudiando la Maestría en Educación Matemática en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. kinndeh@hotmail.com

José Antonio Juárez López. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Nació en la Ciudad de Puebla, Puebla, México, el 15 de agosto de 1969. Es Licenciado en Educación Media en el Área de Matemáticas por la Escuela Normal Superior del Estado de Puebla. Obtuvo los grados de Maestro y Doctor en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Ha publicado tres libros, varios artículos en revistas, así como memorias en congresos internacionales. jajul@fcfm.buap.mx

