

ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES ENTRE PARES DE ALUMNOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

Pedro Cobo Lozano
IES Pius Font i Quer. Manresa

La investigación que presentamos (Cobo, 1998) analiza las interacciones que se producen entre pares de alumnos en la resolución de problemas. Aunque no utilizamos la entrevista para recoger datos orales, la técnica que mostramos tiene elementos comunes a ella. La comparación de ambas puede abrir perspectivas de debate en cuanto a las semejanzas y diferencias respecto a la situación de observación, a los papeles comunicativos de los interlocutores, a la predeterminación del tema del diálogo, a las formas de analizar los datos obtenidos, etc.

En las páginas siguientes hacemos una presentación general de la investigación, centrándonos, sobre todo, en la descripción de la técnica de recogida de datos orales que utilizamos, en el contexto en el que recogemos dichos datos y en el método de análisis que proponemos. En el Anexo mostramos, a modo de ejemplo, el resumen del microanálisis de uno de los episodios del proceso de resolución de un problema.

1. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La finalidad del presente trabajo es, en líneas generales, la caracterización de las interacciones entre pares de alumnos en la resolución de problemas con un contenido matemático específico, y el análisis de la influencia de dichas interacciones en la evolución de los procesos cognitivos de los alumnos.

Hemos enfocado la investigación considerando las siguientes dimensiones: la cognitiva —analizamos la evolución de los conocimientos de los alumnos en relación con los contenidos matemáticos de los problemas que resuelven—; la interactiva —identificamos los intercambios comunicativos que se producen durante la resolución de problemas—; y la metacognitiva, de la que consideramos los aspectos relacionados con el control que los alumnos ejercen sobre el proceso de resolución y los utilizamos como elementos de análisis y como base para establecer las fronteras de las interacciones en los procesos de resolución de problemas.

En concreto, nos proponemos cuatro objetivos: 1) la caracterización de las interacciones de pares de alumnos en los procesos de resolución de problemas; 2) el establecimiento de un método de análisis de los procesos de resolución de problemas que tenga en cuenta las tres dimensiones que consideramos: interactiva, cognitiva y metacognitiva; 3) la identificación de las características de la clase de problemas que utilizamos y la naturaleza de los contenidos matemáticos que resultan relevantes en las resoluciones que hacen los alumnos; y 4) el análisis de la influencia de los procesos de resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas en la evolución del conocimiento de los alumnos.

2. METODOLOGÍA

La utilización de una metodología observacional para conseguir la mayor parte de los objetivos de esta investigación está justificada desde el momento en que lo que pretendemos es analizar los procesos cognitivos de los alumnos a través de sus comportamientos observables, en particular a través de los intercambios comunicativos que tienen lugar en los procesos de resolución de problemas por parejas. La investigación es un estudio de casos que analizamos desde una perspectiva cualitativa, dependiente de la obtención de datos escritos y orales.

Para la consecución de los objetivos que nos proponemos, diseñamos la investigación de la forma que mostramos en la Tabla 1. En ella se puede observar que los seis alumnos que participan lo hacen de la siguiente forma:

- a) Resuelven individualmente una prueba elaborada para evaluar sus conocimientos iniciales sobre los contenidos matemáticos de la comparación de áreas. Sus resultados, junto con las observaciones del profesor en las clases de matemáticas, nos permiten hacernos una idea general de las características cognitivas de cada alumno.

ALUMNOS	RECOGIDA DE INFORMACIÓN	AGRUPA - CIÓN DE ALUMNOS	FINALIDAD DE LA RECOGIDA DE INFORMACIÓN	DURACIÓN DE LA OBSERVACIÓ N
Seis alumnos de entre 16 y 17 años: cuatro son de 3º de BUP y dos de COU	Información general procedente del profesor de los alumnos	Individual	Características generales de los alumnos	
	<u>Recogida de datos escritos</u> Respuesta por escrito a una prueba inicial		Evaluación inicial de conocimientos	
	<u>Recogida de datos orales</u> Resolución de cuatro PCASP*:	Por parejas	Análisis de los procesos de resolución desde el punto de vista cognitivo, metacognitivo e interactivo	Tres o cuatro días para cada pareja de alumnos
	-Problema del paralelogramo			
	-Problema del hexágono			
	-Problema del triángulo			
	-Problema del cuadrado	Individual	Evaluación final de conocimientos. Evolución de conocimientos	
	<u>Recogida de datos escritos</u> Respuesta por escrito a una prueba final			

* PCASP: Problemas que comparan áreas de superficies planas

Tabla 1

b) Los alumnos, agrupados por parejas, resuelven en voz alta cuatro problemas, cuyos procesos son grabados y analizados en profundidad desde las perspectivas interactiva, cognitiva y metacognitiva.

c) Los mismos alumnos resuelven, otra vez individualmente, una segunda prueba para valorar si se ha producido algún tipo de evolución en sus conocimientos respecto a los que identificábamos con la prueba inicial.

En los apartados siguientes nos centramos en la descripción de la técnica de recogida de datos orales que utilizamos, en la del contexto en el que recogemos dichos datos y, sobre todo, en la explicación del modelo de análisis que proponemos.

2.1. TÉCNICA DE RECOGIDA DE DATOS ORALES. ANÁLISIS DE PROTOCOLOS

Superadas las discusiones que se produjeron en los años 70 sobre la validez de los datos orales obtenidos de la resolución de problemas, ya sea de forma simultánea al proceso de

resolución o de forma retrospectiva, son muchos los autores que aplican diferentes técnicas para recoger este tipo de datos. Nos agrada especialmente la taxonomía que M. Goos i P. Galbraith (1996) hacen de ellas, según que: *a*) la verbalización sea o no simultánea a la realización de la tarea (tiempo de verbalización), *b*) el tipo de intervención del observador (observación intervencionista o no), y *c*) las instrucciones que reciben los alumnos para producir la verbalización (clasificadas como “informar” o “explicar”). Seguimos esa clasificación para justificar la selección de la técnica que utilizamos.

Decidimos analizar las actuaciones de los alumnos en la resolución de problemas observándolos directamente, es decir, recogiendo datos orales obtenidos simultáneamente a la realización de la tarea, por lo que el alumno ha de exteriorizar sus pensamientos al mismo tiempo que resuelve el problema.

La razón principal que nos ha inclinado a tomar la decisión de que la exteriorización sea simultánea al proceso de resolución —descartando de esta forma técnicas que como la del recuerdo estimulado podrían haber complementado a la anterior— es la dificultad de los alumnos de estas edades para expresar retrospectivamente —de forma oral o escrita— sus pensamientos.

La decisión, que también tomamos, sobre la no intervención del observador en el proceso de resolución tiene opiniones a favor y en contra. Mientras hay investigadores, como A. H. Schoenfeld (1985), que piensan que cualquier intervención, por pequeña que sea y mucho más si las interrupciones se producen con frecuencia, modifica el proceso de resolución, otros, como L. Puig (1996), piensan que intervenciones puntuales sobre aspectos muy concretos —para incidir, por ejemplo, en una operación mal hecha o una fórmula mal escrita— pueden ayudar a que el proceso no se pare por razones a las que no dan importancia en sus investigaciones.

La obligación —que imponemos— de hablar al mismo tiempo que se resuelve el problema y la introducción de las interacciones como objeto de estudio hacen que la observación de sólo un alumno —pensando en voz alta— sea una situación bastante anormal. El estudio de la literatura sobre las ventajas e inconvenientes de la consideración de parejas en la resolución de problemas y el hecho de empezar a introducir la influencia de las interacciones, nos ha llevado a observar la resolución por parejas, dejando para posteriores investigaciones el estudio de las interacciones en la resolución de problemas con más de dos interlocutores. En cualquier caso, la actuación por parejas compromete a cada alumno a mantener un diálogo en el que van informando sobre el devenir de su pensamiento. En este sentido, las indicaciones, previas a la observación, del investigador a los alumnos se centraron en la necesidad de que exteriorizaran lo que pensaban en cada momento.

Así pues, nuestra propuesta estaría centrada en el análisis de lo que M. L. Callejo (1994) denomina “registro de los fenómenos que han sucedido a lo largo del proceso de resolución de un problema, aunque no se haya llegado a obtener la solución” (p. 81), es decir, el análisis de lo que se denomina protocolo, entendido como la transcripción del registro —efectuado en vídeo— de los fenómenos que han ocurrido a lo largo del proceso de resolución de un problema, desarrollado por dos alumnos que actúan conjuntamente sin intervención exterior.

2.2. CONTEXTO DE RECOGIDA DE DATOS ORALES

En este apartado hacemos una referencia breve al tipo de alumnos que participan y concretamos, sobre todo, las particularidades de la situación de observación y del registro que hacemos de las observaciones.

1) El presente diseño contempla que la investigación se lleve a cabo con alumnos de entre 16 y 17 años de un centro público de Enseñanza Secundaria. Este trabajo es un estudio de casos —tres parejas de alumnos resuelven cuatro problemas cada una (datos orales)—. Los alumnos que intervienen los seleccionamos teniendo en cuenta tres condiciones: *a)* son abiertos y expresivos; *b)* los alumnos de cada pareja tienen conocimientos similares sobre los contenidos matemáticos de los problemas que comparan áreas, aunque no necesariamente de la misma naturaleza (uno puede tener una visión geométrica de la resolución de los problemas y el otro, algebraica); y *c)* en todos los casos los alumnos de cada pareja se sientan juntos en las clases de matemáticas, con la finalidad de que la confianza entre ellos facilite el diálogo.

2) Por lo que se refiere a la situación de observación, centramos nuestras observaciones en un contexto en el que dos alumnos interactúan para resolver problemas. En nuestro caso la situación de observación tiene las características siguientes: *a)* dos alumnos resuelven conjuntamente cuatro problemas que comparan áreas de superficies planas —en un tiempo de aproximadamente 25 minutos cada problema— en presencia de un observador y de una cámara de vídeo, que registra todo el proceso de resolución; *b)* todas las observaciones se hacen en un mismo lugar; y *c)* las sesiones de observación se efectúan sin ninguna intervención exterior, ni por parte del observador, ni por cualquier otra causa.

3) El registro de las observaciones se lleva a cabo con el soporte de una cinta de vídeo, un medio que nos sirve para conseguir los protocolos escritos. En cualquier caso, las notas tomadas por el observador durante los procesos de resolución nos permiten aclarar algunos puntos oscuros de dichas resoluciones y nos ayudan a obtener los protocolos escritos a partir de los audiovisuales. Además, las anotaciones hechas por los alumnos durante el proceso, que son recogidas al final de cada resolución, nos ayudan a completar los protocolos escritos.

3. ESQUEMAS DE ANÁLISIS DE LOS DATOS ORALES

El análisis de los datos orales comienza con la selección de normas para transcribir los protocolos audiovisuales, puesto que con dicha transcripción estamos interpretando la actuación de los alumnos.

Resumimos a continuación las normas que seguimos para hacer las transcripciones de los procesos de resolución: *a)* partimos el protocolo en intervenciones numeradas; *b)* introducimos signos de puntuación; *c)* resaltamos las interrupciones, los solapamientos, las pausas, etc.; *d)* describimos, entre corchetes, los fenómenos no léxicos, especialmente los gestos que acompañan a los deícticos; describimos también otros elementos interactivos si se observan, por ejemplo, los momentos en los que los alumnos escriben y trabajan por separado, si hacen referencias gestuales señalando dibujos realizados por ellos mismos o por sus compañeros, si escriben o no en el mismo folio, etc.; y *e)* completamos las transcripciones con los gráficos que los alumnos realizan durante el proceso de resolución (Figura 3, p. 9) y

con otros realizados por nosotros que nos sirven de referencia (Figura 2, p. 9). En el apartado *a* del Anexo mostramos la transcripción de un episodio.

Proponemos un esquema de análisis de cada protocolo que consta de cuatro fases: identificación de los intercambios que se producen a lo largo del proceso; división del protocolo en episodios; análisis microscópico de los aspectos cognitivos, metacognitivos e interactivos en cada episodio; y análisis global del proceso. El método de análisis que proponemos no consiste en la aplicación lineal de esas cuatro fases, sino que hemos de volver sobre las fases anteriores si los análisis (o microanálisis) posteriores así lo exigieran.

3.1. IDENTIFICACIÓN DE INTERCAMBIOS

En esta fase hacemos una primera aproximación a la identificación de los intercambios que se producen en el proceso de resolución.

Previamente a esa primera aproximación, hacemos un estudio teórico de las tres unidades dialogales que utilizamos para describir la estructura jerárquica del discurso — intervención, intercambio e interacción (E. Roulet (1987) y C. Kerbrat-Orecchioni (1990))—, y de los elementos del Análisis del Discurso que consideramos, como el de la “dimensión interlocutiva” del discurso, es decir, “la mecánica de la comunicación y de los comportamientos comunicativos de cada interlocutor” (L. Nussbaum y A. Tusón (1995), p. 98, y Calsamiglia (1997)). Esto nos sirve para definir un sistema de categorías de intercambios basado en el contenido matemático de las intervenciones de los alumnos y en la forma que tienen las acciones y reacciones que componen dichos intercambios: si son aserciones, preguntas, validaciones, respuestas, etc.

En concreto, clasificamos los intercambios en función del número de intervenciones que los componen, diferenciando entre los que están formados sólo por una intervención — que nos sirven para caracterizar el tipo de diálogo que llamamos “en paralelo”—; los que se componen de dos intervenciones —cooperativos, pregunta-respuesta y validación—; los que están formados por tres intervenciones —validación-continuación, aclaratorios e interrupciones—, caracterizados por que la intervención inicial del interlocutor A tiene una continuación, no sólo por parte de B, sino también por el propio A; y aquéllos que pueden estar formados por más de tres intervenciones —de desacuerdo, cogenerados y encajados—.

Definimos a continuación algunos de los intercambios anteriores, en particular los que aparecen en el ejemplo que mostramos en el apartado *b* del Anexo. En Cobo (1998) comentamos y ponemos ejemplos de las definiciones que damos de los diferentes tipos de intercambios que identificamos.

Intercambios de tipo “cooperativo”

Los representamos de la forma que mostramos en la Figura 1a:

(a)

(b)

(c)

Figura 1

Se produce un intercambio “cooperativo” si la intervención de B modifica de alguna forma el contenido de la intervención de A, ya sea: a) introduciendo alguna información equivalente a la de la intervención de A; b) aportando alguna información nueva que complemente la de la intervención de A; c) introduciendo en el diálogo algún elemento nuevo.

Intercambios “de validación”

Los representamos de la misma forma que los cooperativos (Figura 1a).

Se produce un intercambio “de validación” si B se limita sólo: a) a validar positivamente (sí, vale, de acuerdo, etc.) el contenido de la intervención de A; b) a valorar positivamente (muy bien, etc.) el contenido de la intervención de A; c) a repetir, con las mismas u otras palabras, el contenido de la intervención de A; y, además, en la continuación del discurso por parte de A, si es que la hay, éste no hace referencia a su intervención anterior.

Intercambios del tipo “validación-continuación”

Los representamos de la forma que mostramos en la Figura 1b.

Se produce un intercambio del tipo “validación-continuación” si B se limita a validar el contenido (o simplemente a repetir una parte del mismo con la intención de confirmarlo) de la intervención de A y éste continúa el discurso haciendo referencia a su última intervención.

Intercambios del tipo “aclaratorio”

Los representamos de la forma que mostramos en la Figura 1c.

Se produce un intercambio del tipo “aclaratorio” si B se limita a pedir explicación (o bien confirmación) del contenido de la intervención de A (o de alguno de sus elementos) y A responde a dicha demanda.

3.2. PARTICIÓN DEL PROTOCOLO EN EPISODIOS

Adaptamos el sistema de categorías que A. H. Schoenfeld (1985) construye para analizar el componente del conocimiento y de la conducta relacionado con las tareas del gestor al tipo de alumnos y de problemas que consideramos en esta investigación. En la adaptación que proponemos, introducimos, entre otras, modificaciones relacionadas con la incorporación de referencias interactivas, que influyen en la calificación de los episodios que definimos.

Para partir los protocolos en episodios, buscamos los puntos de ruptura en el protocolo escrito o en el audiovisual —pausas largas, estancamientos, transiciones, intervenciones directivas, etc.—. Para calificar dichos episodios tenemos en cuenta tanto la visión general

del episodio como las características de los intercambios que se producen, ya que puede ocurrir que los dos alumnos estén, en un momento determinado, en episodios diferentes, sobre todo si trabajan en paralelo.

3.3. ANÁLISIS MICROSCÓPICO DE CADA EPISODIO

A partir de este momento hacemos un microanálisis cualitativo de los diferentes episodios desde tres puntos de vista:

a) Cognitivo, en el que identificamos y analizamos, entre otros, los enfoques que aportan los alumnos, los conocimientos nombrados y utilizados por cada uno de ellos y su naturaleza —conceptos o procedimientos—, y las oportunidades de aprendizaje que se les presentan. Para facilitar el análisis cognitivo, utilizamos problemas asociados a una estructura conceptual determinada —problemas que comparan áreas de superficies planas—, de los que identificamos, previamente, los contenidos matemáticos que son relevantes para su resolución.

b) Metacognitivo, en el que describimos las características de cada uno de los episodios de acuerdo con los componentes de control que los definen. Por ejemplo, si el episodio es de verificación, interpretamos si los alumnos verifican la resolución, la solución y/o el resultado y cómo lo hacen; si es de análisis o de exploración, observamos cómo seleccionan el enfoque que implementan y cómo desarrollan la búsqueda —a partir de las condiciones del problema o del objetivo—, etc.; si es de ejecución, argumentamos si siguen el plan propuesto, suponiendo que lo haya, o si hay un plan implícito que se pueda inducir de la ejecución; si es de evaluación local, identificamos si está relacionada con la evocación de algún contenido matemático, etc.

c) Interactivo, en el que confirmamos microscópicamente la identificación de los intercambios que hemos hecho en la primera fase, y analizamos las características de la interacción en cada episodio (véase Anexo).

Analizamos cada episodio teniendo en cuenta no sólo los aspectos cognitivo, metacognitivo e interactivo por separado, sino también cómo interactúan y cómo influyen cada uno en los otros, de manera que para caracterizar, por ejemplo, una interacción consideramos los papeles comunicativos de cada alumno, las aportaciones que realizan y los elementos de gestión, si los hay. Facilitamos la visualización de la forma en que interactúan todos los componentes anteriores con la realización de gráficos que relacionan las acciones llevadas a cabo por cada alumno con los tipos de intercambios que se producen (véase Figura 4, p. 83).

3.4. VISIÓN GENERAL DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN

Afrontamos la visión general del proceso de resolución desde dos puntos de vista: uno, centrado en la dinámica interlocutiva, por el que nos hacemos una idea general de los papeles comunicativos de cada alumno; y otro, más global, que abarca el análisis de la evolución de los episodios y la integración de los aspectos cognitivo, metacognitivo e interactivo.

a) Para el análisis de los papeles comunicativos de cada alumno, clasificamos los intercambios en repetitivos y progresivos, y éstos a su vez en local y globalmente

progresivos. Además, presentamos los datos del proceso ordenados en diferentes tablas. Por ejemplo, en la Tabla 2 mostramos el número total de intercambios de tres intervenciones, de la naturaleza que se indica, y, entre paréntesis, los que aportan información nueva en el contexto global del proceso de resolución, es decir, los que, siendo progresivos en el contexto local del propio intercambio (si la segunda intervención de A, Figuras 1b y 1c, introduce alguna información nueva o equivalente respecto de la primera), el contenido de sus intervenciones no ha aparecido previamente en la resolución.

	VALIDACIÓN- CONTINUACIÓN		INTERRUPCIÓN		ACLARATORIO		TOTAL	
	PROG.	REPET	PROG	REPET	PROG	REPET.	PROG	REPET
Pere-Lluís-Pere	7(3)*	1	1(1)	0	7(3)	3	19(7)	
Lluís-Pere-Lluís	1(0)	0	0	0	3(2)	0	4(2)	
TOTAL	8(3)	1	1(1)	0	10(5)	3	23(9)	

* Entre paréntesis indicamos los intercambios que aportan información nueva en el contexto global del proceso de resolución.

Tabla 2. Intercambios de tres intervenciones

La finalidad de la elaboración de este tipo de tablas es obvia si observamos que, en ellas, separamos los intercambios encabezados por cada uno de los alumnos. Eso nos permite identificar quién asume la responsabilidad de la continuación de los diferentes tipos de diálogos y si lo hacen repitiendo, o no, contenidos matemáticos citados anteriormente. El proceso de resolución será más dinámico en la medida en que esa continuación se produzca con intervenciones globalmente novedosas, y lo será menos si hay una predominancia de intercambios localmente cooperativos o progresivos que se limiten a repetir elementos de contenido que han aparecido previamente en el proceso de resolución.

Además, en el análisis que hacemos de los papeles comunicativos de los alumnos tenemos en cuenta las formas de agrupación de los diferentes intercambios, es decir, si hay sucesiones de intercambios del mismo tipo, para observar en qué momentos del proceso de resolución se mantiene la continuidad de un determinado tipo de interacción.

b) Incluimos en este subapartado de la visión general del proceso de resolución el reconocimiento de los enfoques que los alumnos identifican y el que ponen en práctica; el análisis de los puntos clave y de su repercusión en el proceso de resolución; la relación de esos puntos clave con la aportación de informaciones, con determinados tipos de interacciones y/o con acciones directivas que cambien o intenten cambiar el proceso.

La aplicación del método de análisis que acabamos de exponer nos ha permitido identificar siete modelos interactivos en los procesos de resolución de problemas por pares de alumnos: cooperativos, trabajo dirigido, situaciones de trabajo en paralelo; trabajo alternativo;

complementariedad de funciones; relanzamiento del proceso de resolución; e intercambios de desacuerdo. En el Anexo mostramos un ejemplo del modelo interactivo que hemos llamado trabajo dirigido. En el resumen del microanálisis del episodio (apartado *c* del Anexo) están las principales características que definen el citado modelo.

4. CONCLUSIONES

A modo de resumen, diremos que esta investigación se centra, principalmente, en el análisis de los fenómenos que ocurren a lo largo de los procesos de resolución de problemas, desarrollados por pares de alumnos que actúan conjuntamente sin intervención exterior. Para ello, hemos propuesto y aplicado un método de análisis de las interacciones que consta de cuatro fases: identificación de los tipos de intercambios; división y calificación de los episodios; análisis microscópico de cada episodio desde el punto de vista interactivo, cognitivo y metacognitivo; y visión general del proceso de resolución.

Para elaborar dicho método, hemos revisado los aspectos teóricos de las dimensiones cognitiva, metacognitiva e interactiva, y hemos definido una tipología de intercambios de una, dos, tres, o más de tres intervenciones. A partir de ella, identificamos, en los análisis empíricos de los procesos de resolución, diferentes modelos interactivos (cooperativos, en paralelo, trabajo dirigido, etc.).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CALLEJO DE LA VEGA, M. L. (1994): *Un club matemático para la diversidad*. Ed. Narcea, S.A. Madrid.
- CALSAMIGLIA I D'ALTRES. (1997). La parla com a espectacle. Estudi d'un debat televisiu. Universitat Autònoma de Barcelona. Servei de Publicacions de la Universitat Jaume I. Universitat de València. Servei de Publicacions. Bellaterra, Castelló de la Plana, València.
- COBO, P. (1998). "Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas. Un estudio de casos". Tesis doctoral dirigida por el Dr. J. M. Fortuny. Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències de la UAB. Inédita.
- GOOS, M. GALBRAITH, P. (1996). Do it this way! Metacognitive Strategies in Collaborative Mathematical Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics* 30:229-260.
- KERBRAT-ORECCHIONI, C. (1990-1994). Les interactions verbales. Tomos I, II y III. Armand Colin. Paris.
- NUSSBAUM, L. y TUSÓN, A. (1995). "El Cercle d'Anàlisi del Discurs i l'estudi dels debats televisius". Universitat Autònoma de Barcelona. Jornades sobre Llengua i Ensenyament. Barcelona.
- PUIG, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Ed. Comares. Granada.
- ROULET, E. y al.(1987). L'articulation du discours en français contemporain. Berna: P. Lang.
- SCHOENFELD, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Inc. Orlando.

ANEXO

TRANSCRIPCIÓN DE UN EPISODIO Y RESUMEN DE SU MICROANÁLISIS

Los alumnos resuelven el problema del hexágono:

Si en un hexágono regular se unen alternativamente —uno sí y otro no— tres de sus vértices se obtiene un triángulo. Buscar la relación entre el área del hexágono y la del triángulo.

a) Transcripción del episodio identificado como “Evaluación local” (intervenciones 22 a 35) del protocolo del problema del hexágono (alumnos M y N).

Figura 2

Figura 3

21. N: ... *lo hemos reducido a un problema de este tipo* [representa la Fig. 3] *A, B, C y F ... entonces tenemos aquí un triángulo rectángulo* [lo raya sobre el trapecio], *y aquí un trapecio* [el de la Fig. 3],

Los alumnos M y N acaban de proponer un plan, que consiste en reducir el problema de comparar las áreas del hexágono regular ABCDEF y del triángulo BFD (Fig. 2) a la búsqueda de la relación entre el área del trapecio FCBA y la del triángulo rectángulo rayado de la Fig. 3.

22. M: *Esto es el doble de esto* [indica FC y AB sobre el trapecio, Fig. 3].

23. N: *¿Cómo?, ¿la base esta de aquí es el doble de ésta?* [indica lo mismo que M].

24. M: *Sí.*

25. N: *¿Sí?, eso no lo sabía yo.*

26. M: *Ya, si lo partimos por la mitad* [se refiere al hexágono, Fig. 2, y señala la diagonal AD de su figura], *esto [AD] son dos lados, si estos [FEG, Fig. 2] son triángulos equiláteros, el radio... [FG], bueno por decirlo así, el radio es un lado.*

27. N: *¿El radio?*

28. M: *Bueno, la distancia de un vértice al centro es un radio, ¿no?*

29. N: *Vale.*

30. M: *Pues aquí [FC, Fig. 2] son dos radios, bueno dos lados, y aquí [AB] es uno.*

31. N: *Sí, sí, ya te entiendo, bueno, pero eso partiendo de que... / pero, ¿quieres decir que la base esta [FC del trapecio de la Fig. 3] es el doble de ésta [AB]?, ¿sí o no?, ¿seguro?*

32. M: *Sí, si son triángulos equiláteros, a la fuerza.*

33. N: *No te dice que, ¡ah!, los triángulos sí, los de dentro son equiláteros, muy bien.*

34. M: *Y esto [FC] son dos lados y esto [AB] uno.*

35. N: *¡Ostras!, sí, sí, claro, muy bien.*

En las intervenciones siguientes M y N tratan de calcular el área del trapecio.

36. M: *¿El área del trapecio? [recordando] base de abajo más la de arriba por la altura ¿puede ser? /*

b) Esquema gráfico de los tipos de intercambios y su relación con las acciones que se producen en el episodio

Figura 4

c) Resumen del microanálisis del episodio

1) El episodio se inicia con una intervención (22) en la que M tiene la intención de empezar la ejecución del plan propuesto e introduce, por medio de una aserción, un tema que se convierte en objeto de discusión (intervención problematizada de carácter directivo), produciendo en N una reacción inicial (intervención 23) que es simplemente una demanda de validación de la aportación efectuada por M.

2) La persistencia en la comprensión, por parte de N, de la relación entre las bases del trapecio (intervenciones 23, 25 y 31) y del “radio del hexágono” (intervención 27) hace que, en este episodio, se revisen determinados conceptos relacionados con los elementos del hexágono regular (radio de la circunferencia circunscrita y su relación con el lado del

hexágono, igualdad de los lados del hexágono, condición de equiláteros de los triángulos obtenidos al unir el centro con cada uno de los vértices del hexágono).

3) Papeles comunicativos predominantes de los interlocutores:

a) M desempeña el papel principal de responder a las preguntas de N (intervenciones 24, 26, 28 y 32).

b) Los papeles principales de N en este episodio son:

∑ El de realización de preguntas (generalmente demandas de aclaración y de confirmación —intervenciones 23, 25, 27 y 31—).

∑ El de validación de las aportaciones realizadas por M (intervenciones 29, comienzo de la 31, 33 y 35). Aunque las validaciones de las intervenciones 29 y 31 podemos considerarlas como “retroalimentativas del discurso”, y no como validaciones reales, si tenemos en cuenta que N, al final de la intervención 31, vuelve a preguntar sobre la validez de la relación entre las bases del trapecio, dando a entender que todavía no tiene clara dicha relación.

4) Podemos clasificar el diálogo entre M y N como “progresivo”. Para hacer tal afirmación nos basamos en que tanto M como N, cada uno en su papel, contribuyen a dicha progresión de la forma siguiente:

a) M produce intervenciones que van aportando elementos nuevos al discurso, como por ejemplo: cuando justifica (intervención 26) la relación entre las bases del trapecio, basándose en la obtención de éste a partir del hexágono y en la igualdad del radio y el lado, o cuando da una definición precisa de lo que entiende por radio (intervención 28), o cuando vuelve a recurrir a la condición de triángulos equiláteros (intervención 32) para justificar la relación entre las bases del trapecio.

b) N va realizando preguntas, no conformándose con las respuestas dadas por M, hasta que logra comprender la relación —entre las bases del trapecio— que origina el diálogo.

5) Hay evidencia de que se produce una oportunidad de aprendizaje¹ por parte de N (intervención 25: “eso no lo sabía yo”) —que surge como consecuencia de la justificación de la relación entre las bases del trapecio FCBA (Figura 3)— y que está asociada a la condición de equiláteros que tienen los triángulos obtenidos al unir el centro de un hexágono regular con cada uno de sus vértices y, por tanto, a la relación de igualdad entre el lado y el radio de dicho hexágono.

6) El episodio termina cuando N (intervención 35) valida (“sí, sí, claro”) y valora (“muy bien”) las aportaciones y justificaciones hechas por M.

¹ Evidencia que se confirma cuando, en la prueba final, el alumno N incorpora la relación radio/lado, necesaria para resolver un problema, no habiéndolo hecho en la prueba inicial.