

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN PERSPECTIVAS DEL ENFOQUE SEMIÓTICO-ANTROPOLÓGICO PARA LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA (LIPESA)

Dr. Mario José Arrieche Alvarado

Coordinador responsable:

Núcleo de Investigación en Educación Matemática “Dr. Emilio Medina”

Departamento de Matemática

UPEL Maracay

RESUMEN

Esta línea de investigación asume como campo de indagación a la Educación Matemática, entendiéndose ésta como al conjunto de procesos implicados en la comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático que tienen lugar con carácter intencional. Destacándose también sus modos de empleo para organizar grandes parcelas de la actividad intelectual, científica, económica, cultural y social, tal y como ha ocurrido a lo largo de la historia. Entre las partes importantes que constituyen la Educación Matemática se encuentran el sistema convencional de enseñanza de las matemáticas y sus procesos de aprendizaje, la formación de profesores de matemática y el área de conocimiento Didáctica de la Matemática. La línea de investigación *Perspectivas del enfoque semióticoantropológico para la didáctica de la matemática* (LIPESA) que el autor propone se centra en el área de conocimiento Didáctica de la Matemática, considerada ésta como el campo más general de la Educación Matemática, y una de sus principales finalidades es identificar y resolver los problemas que surgen en la enseñanza, el aprendizaje y la comunicación de conocimientos matemáticos para optimizar los procesos correspondientes.

Recibido: 08/07/2003

Aceptado: 30/09/2003

Se establece como una de las premisas de trabajo el postulado según el cual la investigación en Didáctica de la Matemática debe afrontar el problema del análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en toda su complejidad, situado en el seno de los sistemas didácticos. Aunque una investigación particular tenga que centrarse en aspectos específicos (análisis epistemológico y/o cognitivo de un concepto, o un reducido campo de problemas), no se debe perder de vista la perspectiva sistémica, y tratar de desarrollar modelos teóricos que articulen las facetas epistemológica, cognitiva e instruccional.

La solución de problemas de investigación en Didáctica de la Matemática (y en cualquier otra área de conocimiento), con criterios de calidad científica, precisa realizar un trabajo sistemático y disciplinado que garantice la validez y fiabilidad de las afirmaciones pretendidas, es decir, debe estar guiada por una metodología adecuada de investigación y por instrumentos teóricos adaptados a las peculiaridades de la investigación requerida. En tal sentido, en esta línea de investigación se pretende analizar las relaciones entre teoría, problemas y métodos de investigación en Didáctica de la Matemática, particularizada en el caso del enfoque que Godino y Batanero (1994) denominan “semiótico-antropológico” en Didáctica de la matemática en el que vienen trabajando desde 1993 en el seno del grupo de investigación “Teoría y Métodos de investigación en Educación Matemática” de la Universidad de Granada-España (véase la página Web: <http://www.ugr.es/local/jgodino/semioesp/indices.htm>).

Con la expresión “enfoque semiótico-antropológico” se describe el modelo teórico para la Didáctica de la Matemática que adopta la noción de significado como clave para analizar la actividad

matemática y los procesos del conocimiento matemático. No se trata de un modelo teórico acabado sino de un sistema de nociones en proceso de elaboración y desarrollo cuya idea impulsora consiste en tratar de articular dentro de un sistema coherente las dimensiones epistemológicas, cognitivas e instruccionales puestas en juego en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, adoptando nociones semióticas como enfoque integrador.

Entre las nociones teóricas adoptadas que usaremos en el estudio de las tres dimensiones mencionadas, propuestas en este modelo para el análisis didáctico, están las de "significado institucional y personal de un objeto matemático" (Godino y Batanero, 1994). Tales significados se conciben como los sistemas de prácticas (operativas y discursivas) realizadas por una persona (o en el seno de una institución) para resolver un campo de problemas matemáticos. Los sistemas de prácticas que una institución considera apropiados para resolver un tipo de tareas son denominados por Chevallard, Bosch y Gascón (1997) una *praxeología matemática*, noción que podemos asimilar con la que Godino y Batanero denominan "significado institucional de un objeto matemático". La interpretación de las praxeologías como significados de los objetos matemáticos (teorías, contenidos u organizaciones matemáticas) supone la adopción de una epistemología de tipo pragmatista y relativista (en consonancia con la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein). Estas entidades se conciben como sistemas formados por distintos elementos agrupables en dos categorías:

- (a) Dimensión praxémica (praxis), formada por el campo de problemas, las técnicas (operaciones, procedimientos) y los elementos notacionales o lingüísticos puestos en juego.
- (b) Dimensión discursiva (logos), formada por los conceptos, propiedades y argumentaciones que regulan, organizan y estructuran los componentes praxémicos.

La noción de praxeología nos proporciona una herramienta potente para analizar la variedad de significados atribuidos a un contenido matemático cualquiera. Para seleccionar los aspectos de dicho contenido viables en un nivel y contexto educativo es necesario disponer de las diversas posibilidades e identificar sus elementos constituyentes, así como tener en cuenta las relaciones ecológicas entre los objetos matemáticos involucrados (Godino, 1993).

Por otra parte, para describir y explicar los logros y dificultades de los estudiantes tenemos que analizar con suficiente detalle el proceso de estudio, los patrones de interacción docente-discente a lo largo del proceso, así como la trama compleja de objetos matemáticos y relaciones que constituyen el conocimiento pretendido. Con dicho fin las nociones de "praxeología didáctica" y "función semiótica" pueden ser herramientas conceptuales útiles.

La noción de *praxeología didáctica* (Chevallard, 1997) se corresponde con la de praxeología matemática, pero en este caso el componente praxémico se refiere a las tareas del profesor y del alumno, las técnicas de estudio, y de ayuda al estudio. Para el profesor, en el momento de la planificación de la enseñanza, se trata de diseñar una praxeología matemática viable y en el momento de realización de la instrucción se trata de decidir y aplicar las técnicas de ayuda al estudio mejor adaptadas.

Un aspecto integrante de la praxeología didáctica es la distribución en el tiempo de las diversas funciones docentes y discentes en conjunción con los distintos componentes de las praxeologías matemáticas. Se necesita describir el *diálogo* efectivamente ocurrido entre profesor y estudiante a propósito de cada componente del saber matemático, o prever posibles alternativas para tales diálogos e interacciones. Los distintos elementos que componen la praxeología matemática escolar deberán ser abordados por el docente y discente de acuerdo con patrones de interacción definidos distribuidos en el tiempo, lo que constituye una *trayectoria didáctica*.

Cabe destacar que la noción de *función semiótica* pretende tener en cuenta la naturaleza esencialmente relacional de la actividad matemática y de los procesos de difusión del conocimiento matemático. Se dice que se establece una función semiótica entre dos entidades (ostensivas o no ostensivas) cuando entre ambas se establece una dependencia representacional o instrumental, esto es, una de ellas se "pone en lugar de la otra", o una de ellas "es usada por la otra". Esta noción permite formular en términos semióticos, y de una manera general y flexible el conocimiento matemático y explicar en términos de *conflictos semióticos* las dificultades y errores de los estudiantes.

Por otra parte, en consonancia con el interaccionismo simbólico, el modelo teórico que se propone para la Didáctica de la Matemática, considera como objeto o entidad matemática "todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia, cuando hacemos, comunicamos o aprendemos matemáticas" (Godino, 2001, p.6). Para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se considera necesario explicitar los distintos tipos de objetos mediante los cuales describir la actividad matemática y los productos resultantes de la misma.

En el trabajo citado, Godino, propone los siguientes tipos de entidades:

- (1) *Lenguaje* (términos, expresiones, notaciones, gráficos). En un texto vienen dados en forma escrita o gráfica pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Mediante el lenguaje (ordinario y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos.
- (2) *Situaciones* (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios,...); son las tareas que inducen la actividad matemática.
- (3) *Acciones* del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos).
- (4) *Conceptos*, dados mediante definiciones o descripciones (número, punto, recta, media, función,...)
- (5) *Propiedades* o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados o proposiciones.
- (6) *Argumentaciones* que se usan para validar y explicar las proposiciones (sean deductivas o de otro tipo).

Estos seis tipos de objetos, que podemos calificar de matemáticos porque se ponen en juego en la actividad matemática, son los constituyentes primarios de otros objetos más complejos u organizaciones matemáticas, como los sistemas conceptuales, teorías, etc.

Las entidades lingüísticas tienen un papel representacional – se ponen en lugar de las restantes- y también instrumental, o sea deben contemplarse además como instrumentos de la actividad matemática. Aunque mucha actividad matemática es mental, poco podríamos avanzar en el trabajo matemático si no tuviéramos el recurso de la escritura, la palabra y los restantes registros materiales.

Las situaciones-problemas matemáticos son las promotoras y contextualizadoras de la actividad matemática, y junto con las acciones (algoritmos, operaciones, procedimientos) constituyen el componente práctico de las matemáticas, la acción dirigida a un fin. Parece apropiado describir a estos dos componentes (situaciones-problemas y acciones) como *praxis* según propone Chevallard (1997).

Los otros tres componentes (conceptos-definiciones, proposiciones, argumentaciones) desempeñan un papel normativo en las matemáticas. Son el resultado de una actividad reflexiva y regulativa de la praxis; conjuntamente se pueden describir como los componentes teóricos o discursivos (*logos*).

Este agrupamiento de las entidades matemáticas en praxis y logos no quiere decir que entre dichos componentes no existan relaciones de interdependencia. El lenguaje está presente de manera intrínseca y constitutiva tanto en la praxis como en el logos; el logos encuentra su razón de ser en la praxis y ésta se desarrolla y rige por el logos.

Las entidades matemáticas, según el juego de lenguaje en que participan, pueden ser consideradas desde las siguientes facetas o dimensiones duales (Godino, 2001):

- personal – institucional
- ostensiva - no ostensiva
- concreta – abstracta
- elemental – sistémica
- expresión - contenido

Desde el punto vista metodológico, en las investigaciones desarrolladas dentro del enfoque semiótico-antropológico se deben combinar diversos métodos y técnicas según las distintas facetas de la investigación, dependiendo del problema abordado en las mismas. Al igual que cada problema (o campos de problemas) matemático requiere sus conceptos y técnicas específicas para su solución, se considera emplear en cada caso los enfoques y técnicas de recogida y análisis de datos pertinentes al problema didáctico planteado. En consecuencia, se debe combinar el estudio documental en la componente epistemológica con diversas técnicas y enfoques en las partes experimentales, tanto cognitivas como instruccionales. En el estudio de la evolución de los significados personales de los estudiantes como consecuencia de un proceso instruccional se puede utilizar el método experimental y cuasi-experimental, donde el control de variables, el tamaño de las muestras y su representatividad deben conferir una gran potencia y fiabilidad a los resultados del análisis estadístico de los datos. Por otro lado, y puesto que este enfoque nos indica las tendencias existentes en la población, pero no muestra toda la riqueza de la variabilidad individual, se debe completar el estudio mediante técnicas de tipo cualitativo. Particularmente, el estudio de casos nos permite mostrar la consistencia de los significados personales sobre los objetos puestos en juego. Asimismo, la observación y registro de los episodios instruccionales muestra la complejidad semiótica de los procesos elementales de estudio de las matemáticas.

La línea de investigación Perspectiva del Enfoque Semióticoantropológico para la Didáctica de la Matemática (LIPESA) nos permite implementar un método denominado “análisis semiótico” (Arrieche, 2002) como herramienta para interpretar los significados de un objeto matemático, que puede aportar explicaciones para las dificultades de los procesos de estudio de dicho objeto basadas en la complejidad semiótica de las tareas demandadas y la negociación de tales significados. Este tipo de análisis puede ser útil para describir procesos de comunicación e interpretación del conocimiento matemático en el seno de los sistemas didácticos, así como identificar factores condicionantes de los mismos.

Teniendo presente el Sistema de Referencia antes esbozado esta Línea se propone impulsar estudios que permitan:

Caracterizar las distintas praxeologías asociadas a un contenido matemático e identificar criterios de diseño de praxeologías matemáticas en cualquiera de los contextos y niveles educativos existentes en el país (dimensión epistémica).

Caracterizar las distintas praxeologías didácticas relativas a las praxeologías matemáticas e identificar criterios de diseño y optimización de tales praxeologías en cualquiera de los contextos y niveles educativos existentes en el país (dimensión instruccional).

Caracterizar los significados personales de los estudiantes relativos a los distintos elementos de las praxeologías matemáticas implementadas en cualquiera de los contextos y niveles educativos existentes en el país y su explicación en términos de las praxeologías matemáticas y didácticas puestas en juego en el proceso de estudio (dimensión cognitiva).

La utilización de la técnica de análisis semiótico para caracterizar los significados sistémicos (o praxeológicos) y elementales puestos en juego en el proceso de estudio de un tema matemático en cualquiera de los niveles educativos existentes en el país.

Elaborar y difundir documentos de orientación para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

Contribuir al desarrollo teórico y metodológico del campo de la Educación Matemática con productos sólidos y reconocidos a nivel nacional e internacional.

Referencias

- Arrieche, M. (2000). *Papel de la teoría de conjuntos en la formación de maestros: Un estudio exploratorio de aspectos epistemológicos, curriculares y cognitivos*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Arrieche, M. (2002). *Papel de la teoría de conjuntos en la formación de maestros: Facetas y Factores condicionantes del estudio de una teoría matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Tesis Doctoral. Recuperable en: http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemiomaticas/Tesis_MArrieche.pdf.
- Arrieche, M. (2000). *Un estudio exploratorio sobre el aprendizaje de nociones conjuntistas por maestros en formación. Investigación en el Aula de Matemáticas. Retos de la educación matemática del siglo XXI*. SAEM THALES, Universidad de Granada.
- Arrieche, M. y Godino, J. D. (2000). *Grado y modo de estudio de una teoría matemática: Papel de la teoría de conjuntos en la formación de maestros*. DMDC-SIIDM. IV Simposio de la SEIEM, Huelva. Recuperable en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/si-idm/boletin11.htm>.
- Chevalard, Y. (1997) *Familière et problématique, la figure du professeur. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(3): 17-54.
- Chevalard, Y., Bosch, M y Gascón, J (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Horsori e ICE de la Universidad de Barcelona.
- Godino, J. D. y Arrieche, M. (2001). Génesis de un tema de investigación: Papel de la teoría de conjuntos en la formación de maestros. En P. Gómez y L. Rico (eds): *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Universidad de Granada.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3):325-355.
- Godino, J.D. (1993). La metáfora ecológica en el estudio de la noosfera matemática. *Cuadrante*, 2 (2):69-79.
- Godino, J. D. (201). *Un enfoque semiótico de la cognición matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en: www.ugr.es/local/jgodino/.

EL AUTOR

Dr. Mario José Arrieche Alvarado
Núcleo de Investigación en Educación Matemática
“Dr. Emilio Medina”
Departamento de Matemática
UPEL Maracay

Datos de la Edición Original Impresa

Arrieche, M. (2003, Diciembre) Línea de investigación perspectivas del enfoque semiótico-antropológico para la didáctica de la matemática (LIPESA). *Paradigma*, Vol. XXIV. Nº 2, Diciembre de 2003 /151-160