

## **DESARROLLO MATEMÁTICO Y ESTADÍSTICO: EXPLORANDO SU COMPETENCIA META-REPRESENTACIONAL**

**Soledad Estrella**

**Pontificia Universidad Católica de Valparaíso**

*Resumen: Los currículos y las pruebas internacionales han posicionado la habilidad de representar relevando la importancia educativa de las representaciones como parte fundamental en el análisis de los datos y en la comprensión de conceptos matemáticos y científicos. Las representaciones que producen los estudiantes en primaria y sus componentes han sido poco estudiadas en su diversidad. El estudio ha adoptado un marco cualitativo para identificar los potenciales recursos intuitivos que estudiantes de primaria de primero a cuarto año básico activaron cuando construyeron representaciones. Los resultados muestran diversidad de representaciones construidas por los estudiantes, y la presencia de algunos componentes estructurales de las representaciones, como variable, frecuencia, base-lineal. Todo bajo un reciente enfoque que propone iniciar tempranamente la creación libre de representaciones para propiciar el desarrollo de la competencia metarepresentacional, pues la introducción temprana de experiencias de análisis exploratorio de datos -con representaciones de los mismos-, ofrece a los estudiantes oportunidades para desarrollar familiaridad y fluidez con dichas representaciones.*

Estadística temprana, representaciones de datos, competencia metarepresentacional

### **INTRODUCCIÓN**

Tradicionalmente, la enseñanza de la estadística se ha enfocado en establecer procedimientos para la construcción de diversas representaciones de datos, pero los alumnos no llegan a entender para qué son las representaciones o las razones por las que los gráficos se construyeron. Además, a menudo los estudiantes ignoran las representaciones que han construido y concluyen basándose en sus propias creencias. Más aún, varias investigaciones han encontrado que tras la recopilación y el análisis de datos los estudiantes no se basan en ellos y esperan confirmar su conocimiento o creencia personal de la situación (Konold et al., 1997; Watson et al., 1995). El reconocimiento de la necesidad de los datos es un elemento fundamental del pensamiento estadístico, cuestión que algunos estudiantes pareciesen no reconocer.

Estrella, Olfos, Vidal-Szabó, Morales y Estrella (2017) sostienen que permitir desde la infancia la creación de las propias representaciones de datos, sin enseñanza previa, comunicarlas, explicarlas y compararlas, permitiría desarrollar con sentido los conceptos en juego al representar los datos.

Precisar estos saberes puede fortalecer el conocimiento de los profesores sobre el nivel de complejidad de la enseñanza referida a las representaciones estadísticas y les ayudaría en su toma de decisiones en la práctica del aula (Estrella, Mena-Lorca, Olfos, 2015).

### **Marco conceptual de la competencia metarepresentacional**

Con el fin de comprender cómo los estudiantes generan representaciones hemos considerado la competencia metarepresentacional, MRC (diSessa et al., 2004; diSessa & Sherin, 2000).

Esta competencia describe la completa gama de capacidades que los individuos utilizan para construir y usar representaciones externas (ver Tabla 1).

Aspectos	Definiciones	Foco
Invención (construcción)	Capacidades y habilidades que permiten a los estudiantes concebir nuevas representaciones	En las ideas y habilidades que poseen los estudiantes que les permiten inventar o diseñar nuevas representaciones
Crítica	Conocimiento crítico sobre lo que es esencial para evaluar la calidad de las representaciones	Los conocimientos de los estudiantes que les permite juzgar y comparar la calidad de las representaciones, en cuanto a lo que constituye una buena representación
Funcionalidad	Razonamiento que permite comprender el propósito de las diferentes representaciones, su uso y sus limitaciones	En el razonamiento de los estudiantes para comprender el propósito y el uso de diferentes tipos de representaciones dependiendo del tipo de datos presentados
Aprendizaje o Reflexión	Estrategias para promover la comprensión de las representaciones	Reflexión que revela la toma de conciencia de los estudiantes acerca de su propia comprensión de las representaciones y de los vacíos en su conocimiento

Tabla 1. Aspectos de la MRC, competencia metarepresentacional (Shering y diSessa, 2000).

## METODOLOGÍA

### Sujetos

El estudio adoptó un marco cualitativo para identificar los potenciales recursos intuitivos de estudiantes de primaria de primero a cuarto año básico que activaron al construir representaciones y explicar algunos componentes. Tras el análisis de más de un centenar de representaciones de datos construidas por estos estudiantes, se analizó el comportamiento de dichas representaciones en el status personal de herramienta cognitiva exhibida por los estudiantes y la explicación dada para algunas de las componentes estructurales de las representaciones.

### Instrumento y aplicación

Se realizó una entrevista que buscaba identificar y caracterizar las representaciones de datos construidas por los estudiantes, compuesta por tres tareas.

Las entrevistas se realizaron individualmente y fueron videograbadas en las dependencias de cada escuela.

## Análisis

Los datos fueron las videograbaciones de las entrevistas clínicas semiestructuradas y la transcripción de dichas entrevistas.

Para el análisis de los datos se consideraron las categorías representacionales definidas desde la literatura, textos lineales, listas y tablas, (Estrella, 2014; Martí, 2009); y las categorías levantadas desde las producciones elaboradas por los alumnos, variable, frecuencia, base-lineal.

Recogidos los datos, el análisis se llevó a cabo en tres fases. En este escrito se muestran las Fases I y II.

## RESULTADOS

### Fase I.

Las representaciones de datos construidas por los estudiantes fueron identificadas y clasificadas según las categorías. Las que más se construyeron fueron tablas y gráficos sin eje Y.

Representaciones	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4
Texto Lineal	2	5	6	0
Lista	7	17	2	1
Tabla	2	5	18	14
Gráfico sin eje Y	19	18	9	18
Gráfico con eje Y	0	0	2	3

Tabla 2. Distribución de las categorías de representaciones de datos construidas.

La Tabla 2 muestra los diversos formatos representacionales producidos. Se observa que el texto lineal y la tabla, fueron poco construidos en el grado 1. El formato tabla fue construido mayoritariamente en los grados 3 y 4, y los gráficos sin eje Y se presentan en todos los grados. No obstante los pocos gráficos con eje Y fueron construidos en los grados 3 y 4.

Del total de representaciones, 108 de ellas fueron construidas por estudiantes de los grados 1 y 2. Según las categorías representacionales, la mayoría de ellas son del tipo gráfico sin eje Y, y lista. Mientras que el resto de las representaciones que fueron construidas por los estudiantes en los grados 3 y 4, mayoritariamente fueron tabla y gráfico sin eje Y.

Desde el Figura 1, se observa la totalidad de las representaciones exhibidas por cada uno de los estudiantes. De estos, 12 estudiantes construyeron más de 6 representaciones, quienes cursaban los grados 1 y 2. Asimismo, los que construyeron no más de dos tipos de representaciones fueron 13 estudiantes.

Respecto a si existen formatos de representación preferidos según los diferentes grados, se observa desde la Figura 1 que los estudiantes de los grados 1, 2 y 4, construyeron preferentemente gráficos sin eje, y desde el grado 3 construyeron tablas de datos.

(1)	(2)	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°
	1	L	X	X	X	X	X											
	2	L	L	L	g	g	t	t										
	3	g	L															
1	4	X	L	X	X	L	g	g	g	g	T							
	5	g	g	g	X	X	g	g	g	g	X	T	g					
	6	g	g															
	7	X	X	X	g	g												
	8	g	g	g	L	L												
	9	X	X	X	L	X	g	X	X	g	g	X	t	L	X	t	L	L
	10	X	X	X	g	T												
2	11	L	X	X	L	T	L	L										
	12	X	X	g	t	g	g											
	13	L	L	L	t	X	t	T	T									
	14	L	L	X	g	g	g	g	T									
	15	X	g	g	g	X	g	L	L									
	16	g	t	t	g	T	T	G	T	X								
	17	g	g	L	t	t	L	T	T									
	18	g	t	g	g													
	19	T	g															
3	20	X	T	T														
	21	T	t	X	X	T												
	22	X	X	X	G	X	X	T	T	T								
	23	g	T	T	T	T	T											
	24	g	g	T														
	25	g	T	T	T	X	L											
	26	g	g	X	g	g	g	T										
	27	g	T	T	g	T	T											
4	28	g	G	G	G	g	T											
	29	g	T	g	T	T												
	30	g	g	g	g	T												

Figura 1. Secuenciación de representaciones producidas por estudiantes. [t: texto lineal, L: lista, T: tabla, g: gráfico sin eje Y, G: gráfico con eje Y, X: otra representación].

Considerando la aparición secuencial de las representaciones, las dos primeras representaciones de datos que los estudiantes producen secuencialmente, en los grados 1 y 2 acuden inicialmente a listas y gráficos sin ejes; los de grado 3 elaboran gráficos sin eje y en grado 4. Comienzan a construir tablas en el grado 3 y en el grado 4; y solo se observa un gráfico con eje Y en este último grado.

Al buscar cierta estabilidad en el comportamiento de la construcción de representaciones en el status personal de herramienta cognitiva exhibida por los estudiantes, y considerando la emergencia al ser creadas secuencial y conjuntamente, destaca que en el grado 4 todos los estudiantes entrevistados (7) crearon gráfico sin eje Y y luego tabla ( $g \rightarrow T$ ). Sin embargo, en las representaciones de los demás grados no es posible encontrar esta u otra relación entre formatos representacionales.

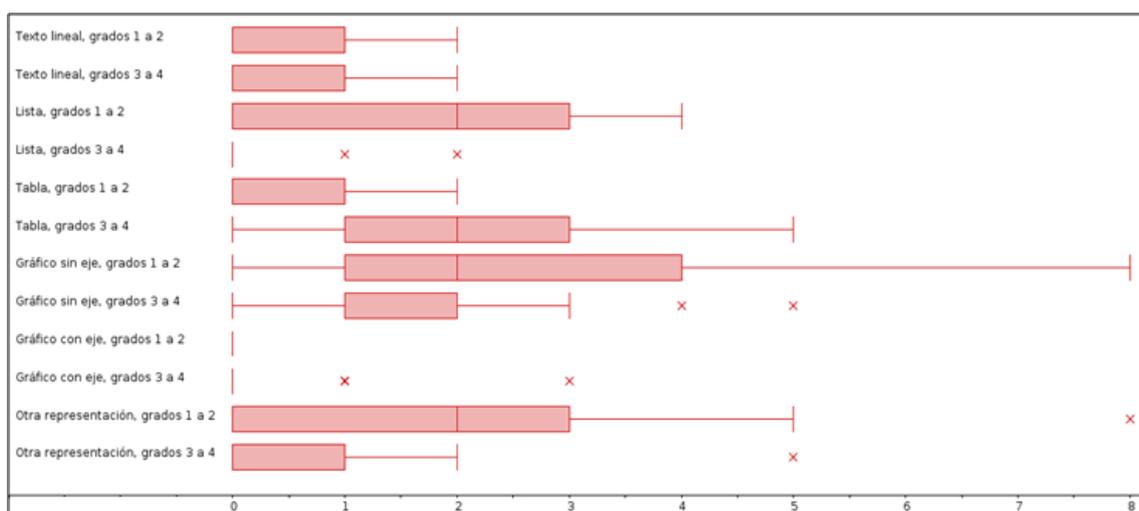


Figura 2. Comportamiento de los tipos de representaciones construidas por estudiantes agrupados por grado.

Desde la Figura 2 se observa mayor variabilidad en el número de representaciones categorizadas como gráficos sin eje Y en los grados 1 y 2. También se observa, que en los grados 3 y 4 no aparece la creación de listas ni de gráficos con eje Y.

## Fase II.

La entrevista a cada uno de los estudiantes permitió acercarse a la estructura cognitiva de los estudiantes y ha entregado información acerca de los recursos intuitivos a los que ellos acuden espontáneamente al representar datos.

Componentes	Grado 1	Grado 2	Grado 3	Grado 4
Variable	5	8	8	7
Frecuencia	2	4	6	7
Base-lineal	6	5	6	7

Tabla 3. Componentes en formatos representacionales construidos por estudiantes.

La tabla 3 muestra que la gran mayoría de los estudiantes puede explicitar el concepto de la variable en juego, color de las fichas, independiente del grado que cursa. Solo dos alumnos de grado 1 no presentan este concepto en su desempeño.

El componente numérico de frecuencia se observa en 19 estudiantes. Sin embargo, se destaca que todos los estudiantes del grado 4 presentan este componente frecuencia, en contraste a solo dos del grado 1.

Los componentes geométricos base-lineal se presentan estables en todos los estudiantes de grado 4. Los estudiantes que no presentan estos componentes geométricos se encuentran desde los grados 1 a 3.

## CONCLUSIONES

Los datos recabados dan cuenta que estos estudiantes de los grados 1 a 4 muestran competencia metarepresentacional al crear representaciones incluyendo otras representaciones no categorizadas.

En esta investigación exploramos las estructuras numéricas y geométricas evidentes en sus representaciones. Como ambas aparecen simultáneamente en la producción de la representación, observamos la coordinación de componentes estructurales numéricos y geométricos. Al respecto, 20 estudiantes que construyen tablas, dibujan la grilla rectangular (que respeta la noción de base-lineal) en la cual existe una clara distinción entre variable cualitativa y variable cuantitativa.

Todos los estudiantes del grado 4 muestran los componentes numéricos (frecuencia) y geométricos (base-lineal), incluido el componente conceptual variable. Debido a que las representaciones producidas se centran mayoritariamente en los formatos tabulares y gráficos sin eje Y, desde las Tablas 2 y 3, parece natural establecer que a más grados que hayan cursado los estudiantes realizan mayores relaciones de las componentes estudiadas.

La introducción temprana de experiencias de análisis exploratorio de datos -con representaciones de los mismos-, ofrece a los estudiantes oportunidades para desarrollar familiaridad y fluidez con las representaciones como poderosas herramientas cognitivas.

La MRC se ha evidenciado en la mayoría de estos estudiantes, quienes han desplegado la habilidad de producir y usar representaciones de datos, poniendo en juego las habilidades para criticar y modificar representaciones y diseñar nuevas representaciones, comprenderlas y explicarlas.

**Agradecimientos:** al Proyecto Ecos C13H03, al Proyecto Fondecyt 11140472 de CONICYT y a Basal Funds for the Centers of Excellence Project FB 0003 from the Associative Research Program of CONICYT.

## Referencias

- diSessa, A. (2004). Metarepresentation: Native competence and targets for instruction. *Cognition and Instruction*, 22(3), 293-331.
- diSessa, A., & Sherin, B. (2000). Meta-representation: an introduction. *Journal of Mathematical Behavior*, 79, 385-398.
- Estrella, S., Olfos, R., Morales, S., Vidal-Szabó, S., & Estrella, P. (2017). Competencia metarepresentacional en los primeros grados: representaciones externas de datos y sus componentes. *Enseñanza de las Ciencias* (submitida).
- Estrella, S., Olfos, R., & Mena-Lorca, A. (2015). El Conocimiento Pedagógico del Contenido de Estadística en Profesores de Primaria/Pedagogical knowledge of statistics content among primary school teachers. *Revista Educacao e Pesquisa*, 41(2), 477-493.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., & Gagnon, A. (1997). Students analyzing data: Research of critical barriers. En J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (Proceedings of the 1996 International Association of Statistics Education

round table conference, pp. 151–167). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.

Martí, E. (2009). Tables as cognitive tools in primary education. En Andersen, Scheuer, Echeverría, & Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools* (pp. 133-148). Rotterdam: Sense Publishers.

Watson, J., Collis, K., Callingham, R., & Moritz, J. (1995). A model for assessing higher order thinking in statistics. *Educational Research and Evaluation, 1*, 247–275.