

UNA EXPERIENCIA DE AULA PARA LA ENSEÑANZA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Cristian Zamorano Sánchez, Max Muñoz Pichinao
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Resumen: En el presente trabajo informamos sobre los resultados de una experiencia didáctica para la enseñanza de la distribución binomial, construida en el contexto metodológico del estudio de clase japonés. Dicha experiencia se aplicó a un grupo de 92 alumnos de tercero medio, distribuidos en dos colegios de las ciudades de Temuco y Santiago respectivamente. Los resultados muestran que los estudiantes construyen un proceso de cálculo y análisis probabilístico desde sus conocimientos previos, favoreciendo la significancia y la apropiación de los nuevos contenidos, y la motivación al trabajo de aula.

Distribución Binomial, Estudio de clase, Experiencia didáctica, Construcción de conocimiento, Motivación

SECUENCIA DIDÁCTICA

Sobre la problemática abordada

La incorporación del eje temático Datos y Azar a toda la matemática escolar ha puesto de manifiesto cierta problemática en cuanto al tratamiento, análisis, y resultados académicos relativos a los contenidos que establece el currículo. En particular, nuestro análisis observa el tratamiento del objeto matemático Distribución Binomial (DB), sobre el cual se ha evidenciado la siguiente problemática:

Desde el estudio del objeto matemático observamos que en Meyer (1970) se establece una definición de la DB idéntica a la propuesta por MINEDUC (2015) para sus textos escolares. Esta evidente falta de evolución en el tratamiento del contenido nos habla sobre una deuda en cuanto a la escolarización del conocimiento, sus metodologías asociadas y la transposición didáctica de la DB en la matemática escolar.

Con el objetivo de identificar los contenidos mínimos necesarios para comenzar el estudio de la DB, realizamos un análisis exploratorio basado en una encuesta en donde 4 profesores de matemática del colegio polivalente Santa María identificaron cuales era a su juicio estos contenidos mínimos necesarios. Las respuestas muestran dos enfoques distintos. Uno desde el cálculo de probabilidades, y otros con una visión funcional de la distribución. Esta diferencia en los puntos de partida expone una realidad de inconsistencia en la interpretación y aplicación del currículo por parte de los profesores que se traspa también a los alumnos.

En respuesta a esta problemática, establecemos la necesidad de generar estrategias metodológicas que, como se enuncia en Batanero (2005), permitan a los alumnos construir los procesos de cálculo de probabilidades a partir de sus errores y esfuerzos, y que además, unifique los contenidos mínimos necesarios para la formalización del concepto.

Sobre la metodología

Podemos dividir la metodología utilizada en tres fases: análisis documental, análisis exploratorio, y diseño e implementación de la clase. Para el análisis documental se estudió el tratamiento metodológico y matemático que hace el texto de estudio propuesto por el Ministerio de Educación (2015), desde donde se establecen los límites curriculares que debe tener nuestra secuencia didáctica.

En cuanto al análisis exploratorio, seleccionamos a 4 profesores de matemática del Colegio Polivalente Santa María, de entre 33 y 42 años con un rango de 6 a 16 años de experiencia en docencia. Todos ellos con título de profesor de matemática; dos de ellos de la USACH, uno de la universidad Mayor y uno de la UMCE. El objetivo del análisis es identificar los contenidos mínimos necesarios para el tratamiento de la DB. Se evidenciaron dos focos: uno en el cálculo de probabilidades, y el otro en la función de probabilidades. En base a estas distintas perspectivas de entrada diseñamos la secuencia didáctica considerando que estos distintos enfoques suponen también una diferencia en cuanto a la enseñanza previa que tienen los alumnos de nuestro grupo de estudio.

Finalmente, el diseño de la clase se efectuó considerando las fases de alfabetización estadística propuesta por Araneda et al (2011) las que indican que en la resolución de un problema estadístico se deben plantear pregunta de interés, recopilar y analizar datos, e interpretar los resultados. así también el ambiente de aprendizaje para el razonamiento estadístico propuesto por Cobb & McClain (2004) y citado por Estrella S & Olfos, R (2013), que propone la existencia de seis elementos claves en el ambiente de aprendizaje de modo que se lleve a cabo un razonamiento estadístico en los estudiantes: Ideas estadísticas fundamentales, Datos reales y motivadores, Actividades de indagación, Herramientas tecnológicas, Discursos y argumentos estadísticos y Evaluación alternativa.

La secuencia didáctica se aplicó en el colegio Lasalle de Temuco. Colegio particular católico con un promedio de 20 alumnos por sala. Luego del primer análisis se modificó la planificación y se volvió a aplicar en el Colegio Polivalente Santa María. Colegio particular subvencionado de la comuna de Quilicura en Santiago, con un promedio de 38 alumnos por sala. Luego de esta segunda aplicación se volvió a modificar la planificación y se incorporaron cambios en la metodología de trabajo. En el presente trabajo se exponen los resultados de la tercera implementación en el colegio Polivalente Santa María.

Sobre la clase pública implementada

Objetivo: Construir un método de cálculo de probabilidades para eventos dicotómicos, utilizando el principio multiplicativo y el número combinatorio, en el contexto de juegos aleatorios.

Fase inicial: los alumnos observan un video con 3 peleas del juego Street Fighter, apostando a los resultados antes de ver las peleas. Luego de finalizar el profesor recoge los resultados de los alumnos. Los resultados se acumularan en uno o dos aciertos. De acá surge la primera actividad reflexiva: ¿Porque hay más alumnos que aciertan a tres resultados? ¿Porque parece más difícil acertar a cero o acertar a todas las peleas? Los estudiantes reflexionan y anotan sus conclusiones de manera individual. Se comentan algunas en plenario y se anotan en la pizarra aquellas que apunten a la probabilidad.

Fase de desarrollo: todo el trabajo de esta fase se lleva a cabo en equipos de 4 alumnos, utilizando una metodología que hemos llamado Grupos Cordiales (GC). La metodología trata de que cada grupo trabaje en el desafío durante 10 minutos. Luego, el profesor interrumpe el trabajo y solicita al un representante que proponga ideas sobre cómo están enfrentado el desafío. Lo que conseguimos al aplicar esta metodología es una reorientación de aquellos grupos que no están alcanzando la resolución de la situación, desde las ideas de sus pares, con lo que fortalecemos la construcción del conocimiento desde los estudiantes.

El primer desafío es buscar una explicación a la acumulación de frecuencia en los tres aciertos. Una vez establecida una explicación, el profesor desafía a los GC a probar con un mayor número de peleas con preguntas como ¿Cuál es la probabilidad de que si son 10 peleas, aciertes a 4? Una vez obtenido un método plausible de cálculo. El profesor desafía a someter a prueba el método encontrado en eventos no equiprobables. Para esto, se introduce un nuevo problema, donde se estudia la probabilidad que un basquetbolista profesional tiene de encestar tiros de triple. Los GC tienen el siguiente desafío: Si la probabilidad de encestar un triple es 1 de 4. ¿Cuál es la probabilidad de que, al lanzar 5 veces, enceste en 2 oportunidades? Una vez obtenido un método. Los GC exponen sus resultados y los comparan con los de sus compañeros.

Fase de cierre: Cada GC genera una pregunta para sus compañeros. Los equipos se dan a la tarea de resolver dicha pregunta y luego la devuelven al GC evaluador. Ellos revisan los resultados de sus compañeros y luego, el representante de cada equipo expone los resultados que les fueron entregados, aportando críticas o correcciones según corresponda.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En cuanto a los resultados obtenidos por los alumnos, es posible evidenciar una construcción de la DB como método de cálculo de probabilidades desde las actividades propuestas en cada fase se la clase reportada. La actividad inicial invita a realizar una apuesta sobre eventos de resultado incierto, basándose únicamente en intuición. (Figura 1)

Apuesta.	Combate.	Combate.	Combate.
	ZANG LEE VS BLANKA	YAMATO VS GOKU	RYU VS GOKU
¿Quién gana?	Zang Lee	Honda	Ryū
Resultado.	✓	✓	✗

Figura 1: Apuesta realizada por un alumno

Esta fase inicial es trascendental para el éxito de la secuencia propuesta, ya que dota a la actividad de un sentido de competencia que le aporta dinamismo y uso efectivo del tiempo a la clase. Y además aporta contexto y datos reales al estudio, lo que se enmarca en las sugerencias de Araneda et al (2011) para la alfabetización estadística.

Luego los alumnos reflexionan sobre los resultados totales del curso en cuanto a sus apuestas. Como se esperaba, la gran mayoría de los alumnos obtiene uno o dos aciertos, lo que abre paso a la reflexión sobre el porqué de esta distribución de probabilidades. Algunos grupos aluden a razones extra matemáticas, y otros a razones ligadas a la probabilidad. De estas respuestas se sirve el profesor para dar paso a la siguiente etapa de la clase.

Como se muestra en la figura 2, al ampliar la cantidad de peleas y proponer a los alumnos un soporte adecuado para sus resultados, se establece una relación entre métodos de conteo y triángulo de pascal. Ambos contenidos trabajados en las clases previas de la secuencia.

Facultad de Ciencias
Instituto de Matemáticas
Magister en Didáctica de la Matemática
Paulina Jara, Max Muñoz
Claudio Zamorano, Cristian Zamorano

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAISO

Un paso más.
Supón ahora una secuencia de 4 rounds y completa la siguiente tabla.

Cantidad x de aciertos	x = 0	x = 1	x = 2	x = 3	x = 4
Formas de obtener x aciertos	X X X X	X X X X X X X X X X X X X X X X	X X	X X	X X X X X X X X X X X X X X X X
Cantidad de formas posibles para x aciertos	1	4	6	4	1
Probabilidad de acertar x veces	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

Figura 2: Aumento de peleas y probabilidad.

Luego de este paso, muchos de los grupos realizaron la conexión con los contenidos previos, por lo que el paso al siguiente desafío resultó un poco más sencilla. Se les propuso a los alumnos realizar el cálculo para 10 peleas y acertar a 7 de ellas. El aumento de eventos dificulta la posibilidad de que construyan árboles o diagramas, por lo que incentiva la aplicación de los métodos de conteo trabajados en las clases anteriores

$$1-a) P(\text{rodos}) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$$

$$P(\text{golos}) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4$$

$$\text{Arole 6} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 210$$

$$\text{Arole 7} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \binom{15}{8}$$

1	2	3	4
1	X	✓	✓
2	✓	X	✓
3	✓	✓	X
4	✓	✓	✓

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{(10-6)! \cdot 6!}$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 6!}$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$\frac{5040}{24}$$

$$\boxed{210}$$

Figura 3: Aproximación a la distribución binomial.

Luego de establecer un método de cálculo, los alumnos son desafiados a ponerlo a prueba con eventos no equiprobables. Como se muestra en la figura 3. Algunos grupos consiguen un método de cálculo muy cercano a la distribución binomial. El desafío consistió en calcular la probabilidad de que un basquetbolista cuya probabilidad de acertar al aro es de $\frac{1}{3}$ acierte 4 lanzamientos, que acierte 3 de 4 lanzamientos, y luego, forzando el método, que acierte 6 de 10 u 8 de 15.

Para finalizar, podemos establecer que la construcción de una secuencia de aprendizaje bajo la metodología del estudio de clases, favoreció a la construcción efectiva del concepto de la distribución binomial, y que algunos estudiantes evidenciaron un crecimiento en cuanto a sus métodos de cálculo, a la interiorización de un nuevo objeto matemático y, no menos importante, a la seguridad con la que se enfrenta a los desafíos de su aula.

Referencias

- Araneda, A., del Pino, G., Estrella, S., Icaza, G., & San Martín, E. (2011). *Recomendaciones para el currículum escolar del eje Datos y Probabilidad*. Recuperado de [http://www. soche. cl/archivos/Recomendaciones. pdf](http://www.soche.cl/archivos/Recomendaciones.pdf).
- Batanero (2005). *Significados de la probabilidad en la educación secundaria*. RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 8(3), 247-264.
- Meyer, P. L. (1970). *Introductory probability and statistical application*.
- MINEDUC (2015). Programa de Estudio, Cuarto Año Medio. Ministerio de Educación. Chile
- Estrella, S., & Olfos, R. (2013). Estudio de clases para el mejoramiento de la enseñanza de la estadística en Chile. *Educación Estadística en América Latina*.