

SIGNIFICADOS PRETENDIDOS POR EL CURRÍCULO CHILENO DE OCTAVO AÑO BÁSICO SOBRE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN

Yocelyn Parra Urrea, Luis Pino-Fan

Universidad de Los Lagos

Abstract: This research analyzes the representativeness of the intended meaning by the Chilean eighth grade curriculum on the notion of function with respect of the holistic meaning reference. To achieve our purpose we reconstructed, through a historical-epistemological review, the holistic meaning of reference and determined the meaning intended by the Chilean eighth grade of curriculum through the revision of the program of study and textbook. For the analysis, we use the theoretical tools from Onto-Semiotic Approach (OSA) of knowledge and mathematical instruction. This study allowed us to evaluate the mathematical richness of meaning intended by the Chilean eighth grade curriculum, in addition to providing information that will properly manage learning when the notion of function is introduced.

Función, Enfoque Ontosemiótico, currículo chileno

INTRODUCCIÓN

La noción de función, como objeto matemático básico y unificador, es considerada uno de los conceptos más importantes de la matemática. Su presencia y estatus dentro del currículo chileno conduce la atención hacia el análisis de sus procesos de enseñanza aprendizaje. Diversos estudios (Aravena, 2001, entre otros) han reportado una variedad de dificultades en su aprendizaje, impidiendo que los estudiantes logren apropiarse, comprender y dar significado a la noción de función. La comprensión de este objeto matemático es fundamental, dado que opera sobre otros objetos matemáticos y además presenta una utilidad práctica en la resolución de problemas y en la modelación de fenómenos. El objetivo de esta investigación es identificar la representatividad de los significados pretendidos por el currículo chileno de octavo básico respecto del significado holístico de referencia de dicho objeto matemático, esto con el propósito de avanzar en la caracterización de los conocimientos que requieren los profesores de matemática cuando se introduce la noción de función.

MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

El marco teórico que hemos adoptado es el Enfoque Ontosemiótico (EOS) de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino y Batanero, 1994). El EOS permite a través de sus herramientas teóricas realizar un análisis detallado de los significados de la noción de función pretendidos en el currículo chileno. Para ello, hemos utilizado la noción de *configuración ontosemiótica*, la cual nos permite analizar y describir los objetos matemáticos primarios (elementos lingüísticos, situaciones-problemas, conceptos/definiciones, proposiciones/ propiedades, procedimientos y argumentos) que intervienen en prácticas matemáticas cuando se aborda la noción de función (Pino-Fan, Godino y Font, 2015). Para la implementación en el aula de los significados del objeto función, el profesor toma como referencia los significados pretendidos por el currículo de matemáticas (Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013), de ahí la importancia que los

significados pretendidos por el currículo sean representativos del ‘verdadero’ significado de la noción de función (significado holístico de referencia).

Esta investigación trata de un estudio cualitativo, ya que pretende caracterizar las configuraciones ontosemióticas asociadas a las prácticas matemáticas propuestas por el programa de estudio y libro de texto de octavo básico sobre la noción de función. La investigación se desarrolló en tres fases: 1) *Determinación del significado holístico de referencia de la noción de función*. A partir del estudio histórico-epistemológico se identificaron seis significados parciales que constituyen el significado holístico de referencia: la función como correspondencia, como relación entre variables, como expresión gráfica, como expresión analítica, como correspondencia arbitraria y desde la teoría de conjuntos. 2) *La determinación del significado pretendido por el currículo chileno de octavo básico sobre la noción de función*. Para ello, adoptamos la metodología propuesta por Pino-Fan et al., (2013), la cual establece cuatro criterios para la caracterización de los significados curriculares: Representatividad de los campos de problemas propuestos; Tipos de representaciones activadas en el planteamiento y solución de las tareas; Representatividad de los elementos regulativos y argumentativos y *Representatividad de los significados institucionales pretendidos respecto del significado holístico de referencia*. Este último criterio se corresponde con la última fase de nuestro estudio.

ANÁLISIS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO DE OCTAVO BÁSICO

El Programa de Estudios (PE) para octavo básico propuesto por el Ministerio de Educación de Chile presenta en su cuarta unidad de álgebra, la noción de función. El propósito de esta unidad es:

[...] los alumnos comienzan el reconocimiento de funciones y su distinción con las relaciones en contextos diversos. Por una parte, la idea es desarrollar el concepto de función asociado a algunas metáforas que facilitan su comprensión y vincularlo a conceptos matemáticos ya trabajados en años anteriores. Por otra parte, en el trabajo propuesto los estudiantes deben reconocer conceptos claves, como dominio y recorrido, lo que introduce algunos elementos de lenguaje conjuntista (Mineduc, 2011a, p.73).

Con base en lo anterior, podría decirse que el PE para octavo básico pretende introducir la noción de función como *relación entre variables* para posteriormente definir la noción de función desde un punto de vista conjuntista. Esta reflexión cobra fuerza cuando el Mineduc (2011a) señala:

Interesa que los alumnos analicen las funciones desde la relación entre dos variables y, en particular, distingan entre variables dependientes e independientes. Se abandona la clásica progresión que se iniciaba con una rigurosa definición de producto cartesiano, para luego definir el concepto de relación y terminar presentando las funciones como un caso particular de las relaciones. Es importante que los estudiantes sean capaces de reconocer el dominio y recorrido de una función. Aunque el currículo no propone como tema el uso del lenguaje conjuntista, si el docente lo estima conveniente puede utilizar aquellos términos y conceptos relacionados con teoría de conjuntos que sean necesarios y faciliten el aprendizaje. (p.76)

Con respecto a los *conceptos/definiciones* se mencionan algunos como relaciones, variables (independientes y dependientes), dominio, recorrido, entre otros. En cuanto a los *elementos lingüísticos*, aunque se señala que se estudiarán diferentes representaciones de la función, no

se explicita el tipo concreto de representaciones. Sin embargo, en los ejemplos de actividades sólo se ilustra el uso de representaciones verbal y simbólica. Es importante mencionar que en el (PE) no se encuentra evidencia explícita de los otros elementos de la configuración ontosemiótica (tipos de problemas, proposiciones/propiedades, procedimientos y argumentos).

ANÁLISIS DEL TEXTO ESCOLAR DE OCTAVO BÁSICO

El primer elemento de la configuración ontosemiótica refiere al tipo de *situaciones/problemas* propuestos en el libro de texto. Al respecto, identificamos tres tipos de problemas: 1) problemas para ejemplificar definiciones introducidas; 2) problemas no contextualizados, para reforzar las definiciones introducidas; y 3) problemas contextualizados para reforzar los conocimientos ‘adquiridos’. Los *elementos lingüísticos* identificados son de tipo verbal, tabular, simbólico y, en menor medida, el gráfico. Los *conceptos/definiciones* que se introducen en el texto escolar son: función, valor de entrada y salida, dominio, recorrido, variable (dependiente, independiente), tabla y par ordenado. La noción de función es introducida por primera vez mediante la siguiente definición:

“Una función es una relación que asigna a cada valor de la variable independiente x un solo valor de la variable y . Opera según una regla para producir exactamente un valor de salida por un valor de entrada” (Bennett, et al., 2014, p. 206).

Dicha definición se establece sobre la base de la clásica metáfora de la “máquina”, la cual es presentada de manera muy sucinta previa a dicha definición. Posteriormente, se presenta un primer problema (del tipo 1 descrito anteriormente), que permite ejemplificar la definición introducida. Otras definiciones, que llevan implícitas concepciones conjuntistas para la noción de función, son las de dominio y recorrido. Las *propiedades/proposiciones* que identificamos podemos describirlas con el ejemplo de la Figura 1. Dichas proposiciones se establecen en el sentido de describir la regla de correspondencia. Del mismo modo, hacen referencia a *procedimientos* que tienen que ver con las operaciones que los estudiantes deben de realizar para encontrar los valores de y dado x . Otro tipo de proposiciones hacen referencia a explicaciones adicionales a la definición dada, o bien a *justificaciones/argumentos* de los procedimientos realizados; por ejemplo, “La variable de entrada admite cualquier número real, por lo tanto, el dominio de la función $y = 4x - 2$ es el conjunto \mathbb{R} ”.

EJEMPLO 1 Completar una tabla de funciones

Halla el valor de salida para cada valor de entrada.

$y = 4x - 2$

Valor de entrada	Regla	Valor de salida
x	$4x - 2$	y
-1	$4(-1) - 2$	-6
0	$4(0) - 2$	-2
3	$4(3) - 2$	10

Sustituye x por -1 y luego desarrolla.
Sustituye x por 0 y luego desarrolla.
Sustituye x por 3 y luego desarrolla.

La variable de entrada admite cualquier número real, por lo tanto, el dominio de la función $y = 4x - 2$ es el conjunto \mathbb{R} . Los valores de salida también son números reales, por lo tanto el recorrido de la función es el conjunto \mathbb{R} .

Figura 1. Ejemplo de problema tipo 2 (Bennett, et al., 2014, p. 206).

En cuanto al tipo de representaciones que se activan tanto en el planteamiento de los problemas como en las soluciones y explicaciones que se proponen para éstos, encontramos cuatro clases de problemas. El primero, refiere a problemas para los cuales se proporcionan

datos verbales de la función, y se espera una respuesta en que la función se represente simbólicamente. La segunda clase refiere a problemas en los que se proporcionan datos verbales de la función y se pide una respuesta tabular. Para ello, los estudiantes deberán transitar de lo verbal a lo simbólico y de lo simbólico a lo tabular. La tercera clase refiere a tareas que proporcionan en su planteamiento datos simbólicos de la función y se pide que el estudiante proporcione una respuesta que active una representación gráfica. Para ello el estudiante debe transitar de lo simbólico a lo tabular y de lo tabular a la gráfica de la función. La última clase de tareas, refieren a aquellas que proporcionan una representación simbólica de la función y se espera que los estudiantes proporcionen una representación tabular de la misma.

CONCLUSIONES

A partir del análisis realizado se constató que el significado pretendido por el currículo chileno de octavo básico sobre la noción de función no es representativo del significado holístico de referencia, esto pues el enfoque actual que se da a este objeto matemático se basa fundamentalmente en su acepción de *relación entre variables*. Del mismo modo, se encuentra implícita una aproximación al significado de función desde un punto de vista conjuntista. Sin embargo, ni los tipos de problemas identificados en la caracterización de la configuración ontosemiótica, ni las representaciones activadas en el planteamiento y solución de los problemas, dan cuenta del uso de la función en su acepción conjuntista. Por otro lado, la definición de *función* es introducida sobre la base de la clásica metáfora de la “máquina” que produce un ‘único’ valor de salida para cada valor de entrada. De acuerdo con Mesa (2004) los profesores tienden a privilegiar la metáfora de la máquina para ilustrar un proceso de transformación, esto por sobre definiciones esenciales que utilicen términos como el de relación y correspondencia. Es así que hemos constatado que el currículo no promueve el estudio de relaciones funcionales definidas en conjuntos distintos a los numéricos usuales. Es decir, no moviliza la noción de *función como correspondencia arbitraria*. Orton (1983) explicita que una aproximación inicial “informal” a los conceptos del cálculo, debe involucrar exploraciones numéricas y gráficas. Esto no se evidencia en la exploración realizada en el libro de texto de octavo básico, pues en la aproximación inicial a la noción de función, predominan fuertemente representaciones de tipo simbólicas y no se evidencian tareas donde la función sea planteada desde su *representación gráfica*. El estudio de la idoneidad epistémica de los significados sobre la noción de función que se pretenden en el currículo chileno, es de suma importancia, puesto que la “adecuación pobre” del significado holístico en la enseñanza, podría obstaculizar la correcta comprensión de este objeto matemático.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido desarrollado en el marco del proyecto de investigación FONDECYT de iniciación N°11150014.

Referencias

Aravena, M. (2001). *Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica*. (Tesis Doctoral). Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals, Universitat de Barcelona, España.

- Bennett, J., Burger, E., Chard, D., Hall, E., Kennedy, P., Renfro, F., Roby, T., Scheer, J., & Waits, B. (2014). *Texto para el estudiante. Matemática 8°*. Chile: Galileo Libros Ltda.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 255-286.
- Mineduc. (2011a). *Programa de Estudio para Octavo Año Básico Unidad de Curriculum y Evaluación*. Santiago de Chile.
- Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 235-250.
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D. & Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *PARADIGMA*, 34(2), 123-150.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *BOLEMA*, 29(51), 60-89.