

Didáctica del Análisis Multivariado de Datos

Félix Núñez Vanegas ¹
Giovanni Sanabria Brenes ²

Resumen

Se abordan los elementos de las principales teorías sobre didáctica de la matemática de la escuela francesa. Luego se seleccionan los elementos de estas teorías que deben ser considerados para abordar la enseñanza del Análisis Multivariado de datos.

Palabras clave: Teoría de Situaciones, Teoría de Campos Conceptuales, Transposición didáctica, Análisis de Datos.

1. Introducción

El auge que en los últimos años han tenido los ordenadores, ha provocado que las técnicas del análisis multivariado de datos sean, hoy por hoy, herramientas útiles en las investigaciones, tanto cuantitativas como cualitativas. Se aplican en disciplinas como la Sociología, Biología, Farmacia entre otras.

Dicho análisis podría revelar relaciones entre los datos que el investigador no había tomado en cuenta, lo cual implicaría proponer nuevas hipótesis y de pronto desechar otras.

No obstante, por su naturaleza, para algunos investigadores las técnicas del Análisis Multivariado de Datos no son fáciles de entender y más difícil todavía es su correcta aplicación.

Debido a lo anterior, se presenta ante la Vicerrectoría de Investigación y Extensión del Instituto Tecnológico de Costa Rica el proyecto "ESTUDIO DE MÉTODOS DE ANÁLISIS MULTIVARIADO DE DATOS" que pretende abordar el problema de cómo comprender y aplicar las principales técnicas del Análisis Multivariado de Datos, entre ellas, el ACP y el AFC. Dicho proyecto fue aprobado en agosto de 2007 y finaliza en junio de 2009. El proyecto tiene por objetivo: Desarrollar una metodología para abordar las principales técnicas del Análisis de Datos desde una perspectiva didáctica tales como: Análisis en Componentes Principales (ACP), Análisis Factorial de

¹ Instituto Tecnológico de Costa Rica – Universidad de Costa Rica, fnunez@itcr.ac.cr

² Instituto Tecnológico de Costa Rica – Universidad de Costa Rica, gsanabria@itcr.ac.cr

Correspondencias (AFC), Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (ACM), Análisis Factorial Discriminante (AFD) y Clasificación Jerárquica Ascendente (CJA).

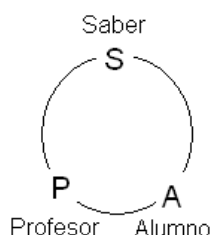
Sin embargo, toda intención didáctica debe estar apoyada en concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje. En nuestro caso, nuestra intención toma la didáctica matemática de la escuela francesa, específicamente la Teoría de Situaciones de Guy Brousseau [3], y el trabajo realizado por Carmen Batanero para proponer algunas pautas encaminadas hacia una didáctica para el análisis multivariado de datos, que será pilar del proyecto.

El presente trabajo, a partir de un análisis de las principales teorías de didáctica de la matemática de la escuela francesa, propone una didáctica para el Análisis Multivariado de datos.

2. Didáctica de la Matemática

En los años ochentas, en Francia, Yves Chevallard [4] planteó la posibilidad de que la didáctica de la matemática fuera considerada como ciencia. No obstante, toda disciplina que quiera constituirse en ciencia debe tener un objeto de estudio, con un determinismo propio el cual es necesario investigar. Se adopta el enfoque sistémico, tomado de las ciencias sociales, en el que se analizan los fenómenos desde una perspectiva global. Como es ese enfoque el que se adoptó, surgió la necesidad de incluir en el viejo modelo enseñanza-aprendizaje, al saber matemático. Cabe decir que, en ese modelo, los fenómenos didácticos se englobaban y se estudiaban allí, en esa dupla. Es claro que como el saber forma parte de la globalidad de los fenómenos didácticos a estudiar, y el enfoque sistémico es el adoptado, fue necesario incluirlo en la problemática, y es de esta manera que el objeto de estudio de la didáctica de la matemática viene a ser el Sistema Didáctico (o terna didáctica), el cual Chevallard [4] define como el juego que se da entre un profesor, unos alumnos y un saber.

A manera de esquema, se puede ver así:



A partir de allí, la didáctica de la matemática se entiende como el estudio de un sistema didáctico y todas las interrelaciones entre sus componentes.

Es por ello que cuando se analiza un fenómeno didáctico se hace desde tres enfoques:

1. Epistemológico: Desde el polo del saber.
2. Pedagógico: Desde el polo del profesor, el cual tiene sus propias concepciones acerca de lo que es la enseñanza.
3. Cognitivo: Desde el polo del alumno.

Una vez incluido el saber matemático en el análisis de los fenómenos didácticos, se puede teorizar sobre otras posibles causas de los problemas que se dan en la transmisión y adquisición de conceptos. Es así que desde el polo epistemológico, Chevallard [4] distingue un fenómeno llamado la transposición didáctica, que corresponde a todas las transformaciones que sufre el conocimiento científico escogido, para ser apto de enseñar. En ocasiones, son tantas las transformaciones que ha experimentado el saber matemático escogido para llevar a las aulas, que cuando llega a los estudiantes ya está muy lejos de ser lo que es y de lo que le dio origen. Es necesario entonces, que el profesor tenga conciencia de si lo que está enseñando dista demasiado del conocimiento científico de donde fue tomado. Las transformaciones son necesarias, puesto que tal y como está plasmado el conocimiento científico, es imposible llevar los contenidos hasta los estudiantes.

Desde el polo cognitivo, destaca un trabajo llamado La Teoría de Campos Conceptuales, de Gérard Vergnaud [6], el cual viene a ser un valioso aporte de la teoría cognitiva que pretende brindar un marco teórico coherente y algunos principios de base para entender, desde la perspectiva del autor, cómo es que el estudiante aprende, cómo es que se dan las filiaciones y rupturas entre los conocimientos, una vez que el individuo es enfrentado a una situación-problema, en nuestro caso, a una situación a-didáctica.

Por otro lado, Guy Brousseau [3] aborda el problema de la didáctica de la matemática desde la perspectiva constructivista con una teoría llamada Teoría de Situaciones, cuyos elementos son las situaciones didácticas y el contrato didáctico. Estos trabajos se ubican en el enfoque pedagógico.

Guy Brousseau [3] define situación didáctica como "un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un

cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos y objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución", y el contrato didáctico que se refiere al conjunto de deberes y derechos tanto de los profesores como de los alumnos y establece tácitamente lo que esperan los estudiantes del profesor y viceversa.

La propuesta está concebida para propiciar que la clase se convierta en una micro comunidad científica, debido a que las situaciones didácticas que se han diseñado, pretenden que el estudiante:

1. Se interese personalmente por la resolución del problema: (Devolución). En este caso, la motivación de los estudiantes salta a la vista ya que se supone que cuentan con datos provenientes de encuestas o de investigaciones que requieren ser analizadas, no sólo a través de cálculos de promedios o de desviaciones estándar, si no de descubrir resultados a través de una radiografía de los mismos datos.
2. Una vez interesado, él debe estar en capacidad de resolver el problema, para lo cual se requiere que cuente con las competencias necesarias. (Situaciones de acción)
3. Debe poner por escrito para otra persona la solución hallada, lo que lo obliga a usar el lenguaje matemático. (Situaciones de formulación)
4. Se le pide que pruebe que la solución hallada es la correcta. En caso contrario, se organiza la discusión con sus compañeros con el fin de atinarle a los errores cometidos. (Situaciones de validación)
5. Finalmente, el profesor institucionaliza: Le da un estatuto oficial al nuevo conocimiento, le dice al estudiante qué es lo que acaba de descubrir, se pone de acuerdo con ellos en la nomenclatura, propiedades y formulación, para que más adelante, en las siguientes situaciones planteadas, pueda ser usado, ya no como objeto matemático, sino como herramienta matemática; por eso se habla de que el estudiante debe superar la dialéctica herramienta-objeto. (Situaciones de institucionalización)

Los tipos de situaciones descritas anteriormente en negrita, es lo que en conjunto podría denominarse una situación didáctica. Brousseau [3] plantea que:

"saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer el momento de utilizarlos y aplicarlos. Sólo se hacen matemáticas cuando nos ocupamos de problemas".

Pero resolver el problema no lo es todo, también es importante formular buenas preguntas. Es por ello que se pretende diseñar situaciones didácticas que permitan llegar a comprender y a aplicar los métodos multivariados de datos tales como: Análisis Factorial de Correspondencias (AFC), Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (ACM), Análisis Factorial Discriminante (AFD) y Clasificación Jerárquica Ascendente (CJA). Tales situaciones de enseñanza, pretenden que el estudiante- investigador intervenga, formule, pruebe, que construya lenguajes, conceptos y que los intercambie con otros. La solución a los problemas propuestos será el conocimiento que se desea establecer.

Los datos tienen sentido para los estudiantes-investigadores, por cuanto son quienes los han recolectado, por lo que se vieron en la necesidad de realizar buenas preguntas, codificar y clasificar variables.

En cada situación planteada en este trabajo, se encontrará el título Situaciones problema. Corresponden a situaciones a-didácticas que proponemos con el fin de que los lectores las resuelvan y se les llama así porque se pone al estudiante a distancia con la intención de enseñarle el conocimiento que se quiere que adquieran.

En síntesis, el problema se propone al estudiante para que él lo resuelva en la situación de acción; en la situación de formulación, escriba su solución para los otros, demuestre que la solución hallada es la correcta, para que al final, sea el docente quien institucionalice el conocimiento nuevo, es decir le dé un estatuto de conocimiento y enuncie el resultado o el concepto que subyace, para que más adelante -en otras situaciones didácticas- pueda ser utilizado como herramienta matemática. Una vez establecido el concepto de nube de puntos, se puede hablar de centro de gravedad de la nube de puntos.

El aprendizaje se valida cuando en un medio a-didáctico, es decir en un medio sin intenciones de enseñar, el conocimiento es puesto en práctica, más como herramienta que como objeto de estudio. Es así que una vez concluida esta propuesta, el estudiante-investigador pueda poner utilizar los métodos multivariados de datos en práctica.

Como con las situaciones a-didácticas propuestas debemos lograr que se dé en todo momento la devolución, es decir, interesar al estudiante en el problema para que lo resuelva, podríamos caer en el juego de dar demasiadas sugerencias y pistas, lo cual hace que se pierda la idea de descubrir. Estos efectos Brousseau los ha identificado como: Topaze, Jourdain, deslizamiento metacognitivo.

Por otro lado, en algunas ocasiones notamos que cuando se les asigna a los estudiantes algunas tareas, éstas son resueltas de manera incorrecta o bien no logran resolverlas. Esto podría tener su asidero en las creencias que los estudiantes poseen sobre los conceptos matemáticos en estudio. A estas creencias o percepciones en Didáctica se les conoce con el nombre de "concepciones", cuyo término entonces designa los diferentes puntos de vista que los estudiantes guardan sobre tales conceptos, correctos o incorrectos. De ahí que no es un trabajo fútil que realicemos un diagnóstico sobre lo que conocen sobre el tema, y si lo que conocen es correcto o incorrecto.

A veces, estas concepciones de los estudiantes que son útiles para resolver cierta clase de problemas, no lo son para otras más generales. En el lenguaje de Vergnaud, el esquema utilizado en la solución de dichos problemas, ya no es aplicable en la solución de otros. Debe hacerse una modificación para poder generalizarlo. No obstante, el alumno se muestra reticente al cambio.

Lo anterior, viene a ser lo que Brousseau llama un obstáculo, que es un conocimiento y no una falta de conocimiento. Es decir, el alumno trata de adaptar un esquema a un nuevo problema, pensando que hay una cierta filiación entre el esquema que tenía para resolver cierta clase de problemas con el nuevo propuesto, pero que Vergnaud al teorizar sobre cómo es que el estudiante aprende, llama a tal semejanza ficticia, y se le debe poner atención. Así el estudiante ofrece respuestas incorrectas.

Brousseau dice que el alumno no es consciente del obstáculo, y esto le impide tener acceso a un conocimiento mejor; para que se dé esto, el alumno debe rechazarlo,

aunque después, seguirá manifestándose de manera esporádica. Él identifica tres tipos de obstáculos:

1. Obstáculos ontogénicos: Tienen que ver con el desarrollo psicogenético del niño. Sin el concepto de proporcionalidad, no se podría enseñar probabilidad.
2. Obstáculos didácticos: Concernientes con la forma inadecuada de establecer un concepto. En vez de dar la fórmula del promedio aritmético, debe trabajarse el concepto, con un problema concreto.
3. Obstáculos epistemológicos: Relacionados con el concepto mismo. Las incoherencias provenientes de las definiciones distintas sobre el concepto de probabilidad (clásica, subjetiva, frecuencial) provocó la necesidad de una definición axiomática.

Estas ideas están plasmadas en el presente trabajo y viene a ser un aporte desde el polo del estudiante, aunque desde luego es también un esfuerzo para el profesor interesado en una metodología para el establecimiento de tales conocimientos, y por ello no se puede abandonar el polo epistemológico.

3. Didáctica del análisis multivariado de datos

Problemática del análisis multivariado de datos. Es frecuente escuchar a personas que realizan ciertas investigaciones que cuentan con datos y que no saben qué hacer con ellos. Esto los ha obligado a solicitar ayuda a algún profesional en el campo de la estadística que les brinde su apoyo. No obstante, dicho profesional no necesariamente cuenta con los conocimientos que tiene el que realiza la investigación. Lo ideal sería que quien realiza el estudio y para el cual tienen sentido los datos, por cuanto es el especialista, haga el análisis de sus datos. Para cuestiones mucho más técnicas, solicitar ayuda toda vez que sea necesario, a un Estadístico. Es por ello que se hace necesario una metodología que oriente el aprendizaje de las principales técnicas del análisis de datos, tanto de los casos univariado y bivariado, como el multivariado. La enseñanza de dichas técnicas es necesaria dada su gran importancia en las diferentes investigaciones y debe hacerse siguiendo alguna teoría didáctica. El interés mostrado hacia esta parte de la estadística, su enseñanza, de acuerdo con Batanero [1] quien hace referencia a Holmes (1980), tiene su asidero en los siguientes argumentos:

1. La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Para orientarse en el mundo actual, ligado por las telecomunicaciones e interdependiente social, económica y políticamente, es preciso interpretar una amplia gama de información sobre los temas más variados.
2. Es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan de unos conocimientos básicos del tema. La estadística es indispensable en el estudio de los fenómenos complejos, en los que hay que comenzar por definir el objeto de estudio, y las variables relevantes, tomar datos de las mismas, interpretarlos y analizarlos.

Por otro lado, el carácter formativo que tiene el aprendizaje de la estadística, en el sentido de que fomenta el razonamiento crítico, hace que adquiera interés y relevancia. Esto se debe de acuerdo con Ottaviani (1998), citado por Batanero [1]:

"...basado en la valoración de la evidencia objetiva; hemos de ser capaces de usar los datos cuantitativos para controlar nuestros juicios e interpretar los de los demás; es importante adquirir un sentido de los métodos y razonamientos que permiten transformar estos datos para resolver problemas de decisión y efectuar predicciones."

Amén de las razones anteriores, se necesita ver una matemática que esté más acorde con la realidad, en la que el carácter determinístico del cual goza esta disciplina en los diferentes currículos, sea variado en aras de crear una imagen de la matemática más ubicada en el pensamiento real, donde los sucesos no se interpretan en forma unívoca, sino donde hay probabilidades y datos estadísticos a partir de los cuales se puede inferir tal o cual cosa, con un cierto margen de error. Al respecto, Fischbein (1975) citado en Batanero [1] apunta que:

"En el mundo contemporáneo, la educación científica no puede reducirse a una interpretación unívoca y determinista de los sucesos. Una cultura

científica eficiente reclama una educación en el pensamiento estadístico y probabilístico".

Por otro lado, la aplicación de tales técnicas, podría llevar a modificaciones de hipótesis o al planteamiento de otras que no se tenía idea de que pudieran darse. Esto se debe a que se cuenta con la estructura misma de los datos, que permite al investigador contar con un panorama más amplio o una radiografía de la realidad.

Si bien ya hay aportes en la didáctica de la estadística, específicamente en el análisis de datos y su didáctica, como los de Batanero [1] y Batanero y Juan Godino [2], es poco lo que se ha escrito acerca de la didáctica del análisis multivariado de datos. Es por ello que creemos necesario didactizar dicho análisis, y desarrollar metodologías que permitan a los que realizan investigaciones cuantitativas o cualitativas y que no cuentan con los conocimientos necesarios para lograr un análisis multivariado de sus datos, comprenderlos y aplicarlos. No es tarea fácil por la complejidad que subyace en dichos métodos, sobre todo por el alto contenido matemático que los caracteriza.

Se desea entonces, que este trabajo venga a ser un aporte en esa línea, y que sirva de referencia para otras contribuciones.

4. Bibliografía

1. Batanero, Carmen. 2001. Didáctica de la estadística. Grupo de Investigación e Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. España. Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias, Granada, España.
2. Batanero, Carmen; Godino, Juan. 2001. Análisis de datos y su didáctica. Grupo de Investigación e Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. España. Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias, Granada, España.
3. Brousseau, G. 1986. Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas. Traducción al castellano del artículo "Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques" publicado en la revista Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2):33-115, y realizada por Julia Centeno, Begoña Melendo y Jesús Murillo.