

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN DE MATEMÁTICA EDUCATIVA PARA EL DESARROLLO DE MODELOS DE ENSEÑANZA

Margarita Itzel Curiel Neri,
CINVESTAV del IPN
magooz10@gmail.com

Claudia Margarita Acuña Soto
CINVESTAV del IPN
claudiamargarita_as@hotmail.com

En este avance de investigación queremos reconocer cómo los resultados de investigación en Educación Matemática (EM) son interpretados por los diseñadores de modelos educativos para las tareas de enseñanza. El presente es un estudio teórico en el que llevamos a cabo una revisión bibliográfica, de documentos de investigación en EM, de tipo exploratoria; mediante el cual conformaremos, para una segunda etapa del trabajo, las referencias teóricas de base. Observamos que la interpretación de resultados pasa por la formación de diferentes paradigmas sostenidos, principalmente, por tres comunidades; 1) Los investigadores, 2) Los diseñadores de modelos educativos y 3) Los docentes. Retomamos para este análisis, el ejemplo de la reforma de la Matemática Moderna y la enseñanza del álgebra, y observamos que existe una memoria histórica que muestra la reincorporación, dentro de nuevos modelos educativos, de ideas propuestas por modelos educativos ya abandonados, por ser efectivas para la enseñanza.

Palabras claves: Resultados de investigación, rediseños educativos, aprendizaje del álgebra.

Introducción

El presente escrito resume un avance de investigación en proceso, en el que analizaremos la implementación de los resultados de investigación en Educación Matemática (EM) a través de lo que señalaremos como categorías de interpretación, concretadas en los diversos modelos educativos.

Sostenemos las siguientes hipótesis:

1. Consideramos que la investigación en Educación Matemática es de tipo científica y específicamente una Ciencia de Diseño que se ocupa de dos tareas básicas: La Teórica y La Práctica (o de diseño).
2. Los resultados de investigación afectan a la práctica docente por vía principal de las reformas educativas.
3. Los supuestos ontológicos y epistemológicos se presentan como hilos conductores básicos que permiten evidenciar la eficiencia y amplitud del punto de contacto entre los paradigmas teóricos de la investigación y los paradigmas prácticos de la enseñanza.

En esta primera etapa se lleva a cabo una investigación de tipo documental exploratoria que nos permite observar la naturaleza de dicha transmisión de información mediante una revisión bibliográfica, desde los hallazgos de la investigación. Se espera que este primer estudio nos permita, en la siguiente etapa de observación etnográfica, hacer un análisis cualitativo de datos.

Esta primera revisión nos permitió encontrar categorías que inciden en el fenómeno de la enseñanza a partir de supuestos teóricos. Los resultados obtenidos de dicha revisión se encuentran concentrados en tablas de categorías, esquemas relacionales y conclusiones sintéticas.

Problemática y objetivos

En la actualidad existen fuertes demandas hacia la investigación en EM, en el sentido de tratar aportaciones para la mejora de la enseñanza y la optimización de aprendizajes. También se observa que es de gran importancia fortalecer la comunicación de propuestas de mejora, preferentemente de largo plazo. (Lesh & Sriraman, 2010)

Pensamos que existen algunos procedimientos, prácticas, métodos o constructos que permiten llevar a cabo propuestas más exitosas que otras para la enseñanza, y que es de gran utilidad poder identificarlos. Tenemos en mente, además, que estos pueden ser identificados desde el análisis de las investigaciones que ya se han llevado a cabo relacionadas con dicha problemática, y desde la información que nos puede proporcionar el propio docente.

Por tanto, en este trabajo nos interesa mostrar las líneas que permiten un exitoso uso de los conocimientos de la investigación que le aporten al profesor exitosamente una mejora en su práctica de enseñanza en el aula de matemáticas.

Por nuestra parte analizaremos nuestro problema de investigación introduciéndonos inicialmente en la relación que han venido guardado las reformas educativas con la investigación ya que consideramos a dichas reformas como un elemento de gran poder analítico, explicativo y predictivo para una adecuada vinculación entre la investigación y la práctica docente en México, que no se debe dejar de lado.

Por lo anterior mostraremos lo que entendemos por resultados o hallazgos de investigación y analizaremos el ejemplo particular de la enseñanza del álgebra y la reforma de la Matemática Moderna, ya que dicha reforma la consideramos como una transformación de gran importancia en el contexto histórico educativo tanto en México como a un nivel más global, que es un primer ejemplo de transformación educativa como también lo han sido el Constructivismo y la reforma del Enfoque por Competencias, mismas que reconocemos como momentos coyunturales en el desarrollo

global de la enseñanza en general y de la enseñanza de la matemática en particular; y desde las cuales podemos observar cambios paradigmáticos que se han dado en las prácticas de enseñanza.

Categorías de análisis a partir del ejemplo de la enseñanza del álgebra y desde la perspectiva de la Matemática Moderna.

Estamos interesados en observar al álgebra como ejemplo de implementación de resultados sobre la práctica, por lo que observaremos esto desde una perspectiva de propuestas educativas, como mediadores de la actividad docente.

A partir de hallazgos de investigación, reportados por el PME, sobre la enseñanza y el aprendizaje del álgebra, observamos una evolución en el estudio de dicho tema que resumimos en la siguiente tabla:

Cuadro 1: Evolución de temas de investigación sobre enseñanza-aprendizaje del álgebra

Hasta 1950's	Actualidad
- Dificultades para resolver ecuaciones lineales	-El problema de la construcción de significados
- Errores de estudiantes al aplicar algoritmos	-La actividad de generalización
	-Se estudian las aproximaciones al álgebra: Generalización aritmética, modelación y aproximación funcional

Para la elaboración de esta tabla nos basamos, entre otros, en Bednarz, Kieran & Lee (1996)

De acuerdo con Chalé & Acuña (2014) en gran medida las nuevas investigaciones buscan dar mayor luz sobre el entendimiento del rol que juegan los objetos algebraicos (ecuaciones, funciones, patrones), sus procesos de desarrollo (simplificación, inversión, entre otras) y las formas en que se concibe el pensamiento matemático.

De manera que podemos ver que la enseñanza en general, y la del álgebra en particular, se ha visto afectada por consideraciones de procesos cognitivos diversos que enfatizan objetos y procesos por aprender, habilidades de actividad matemática por desarrollar, tareas por resolver y procesos de construcción de significados deseables; además de verse afectada por consideraciones de tipo socio-culturales que responden a necesidades y demandas inherentes al sistema educativo.

Por otro lado también vemos que los hallazgos surgidos de las propuestas de investigación son posteriormente interpretados de distintas maneras para la mejora de la práctica educativa en matemáticas. Aunque existen variedad de consideraciones e interpretaciones, cada una aporta un punto de vista que se retoma, mediante su particular interpretación, para posteriores cambios en propuestas educativas.

Ahondando en esta última cuestión, a partir de lo que reporta la investigación vamos a observar los diversos elementos de diseño para la enseñanza del álgebra presentes en una categorización que resume dos periodos de propuestas.

Además, a partir de considerar dos categorizaciones distintas que presentan Chalé y Kaput sobre los tipos de aproximación para la enseñanza del álgebra, clasificamos las propuestas de acuerdo con siete aproximaciones básicamente, que cobran importancia para reconocer la puesta en práctica en forma más global, y son:

Aproximaciones Didácticas: Empírica (con énfasis en la modelación), estructural (énfasis en las estructuras), clásica (centrada en las ecuaciones), y de desarrollo del pensamiento algebraico (se enfoca en nociones de generalización y simbolización). (Chalé & Acuña, 2014).

Aproximaciones Relacionales: Generalización aritmética, Modelación y Funcional. (Kaput, 2008).

A continuación mostramos la tabla que resume dicha categorización vista en dos periodos de tiempo puntuales:

Cuadro 2: Cambios en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra

Periodo aproximado	Siglo XVI al Siglo XVIII	1990 – Actualidad
Actividades de enseñanza del álgebra	Se debilita el estilo oral donde el profesor dictaba textos y los estudiantes anotaban y memorizaban. Se da cada vez mayor importancia a la resolución de ejercicios.	Cursos tradicionales: fuerte orientación a la operación y la simplificación. Se considera que el álgebra es a cerca de las formas y transformaciones. Cursos reformistas: da énfasis al estudio de las funciones a través de modelos de situaciones reales.
Recursos de aprendizaje en el estudio del álgebra	Recopilación de ejercicios sobre resolución de ecuaciones. Desarrollo de habilidades de manipulación.	Mezcla de estrategias anteriores. Desarrollo de ideas algebraicas, como la generalización y la simbolización
Objetos de estudio (Relacionados con el aprendizaje del álgebra)	Estudio de funciones polinomiales	Se entremezclan la aritmética, el álgebra y la geometría. Se subordina el estudio del álgebra a la modelación y se liga fuertemente al concepto de función.
Aproximaciones al álgebra	Aproximaciones: Didáctica -Clásica (Centrada en las ecuaciones). Relacional -Ninguna	Aproximaciones (de los cursos reformistas): Didáctica -Empírica (con énfasis en la modelación), y -Desarrollo del pensamiento algebraico. (generalización y simbolización) Relacional -Modelación, Funcional y Generalización aritmética

Esta tabla está inspirada principalmente en Confrey & Kazak (2006), Glasersfeld (1991) y Kilpatrick (1987)

En esta tabla podemos darnos cuenta que coexisten por lo menos tres planos de desarrollo, además de los tipos de aproximaciones, que cristalizan la complejidad de las transformaciones educativas para un área de estudio de la matemática:

- Actividades de enseñanza
- Recursos de aprendizaje y
- Objetos y procesos matemáticos inmersos en el estudio del tema.

Ahora pasaremos al análisis más específico del contexto que rodea la implementación de la reforma de la Matemática Moderna (MM), lo que nos permitirá observar los elementos de cambio de mayor importancia para la educación de la época y las interrelaciones de dicha reforma con la investigación.

Esta propuesta educativa surge desde un modelo Francés y nos damos cuenta que antes de dicha reforma Francia había sido muy influyente sobre México en el diseño de planes educativos de matemáticas, por lo que México implementa, a partir de los años 60's, la reforma de la MM siguiendo los pasos de la propuesta implementada en Francia desde los años 50's y en ambos países se mantiene dicha reforma por un periodo aproximado de veinte años, aunque con un desfase entre los tiempos de comienzo y abandono de los dos países, como observamos a continuación:

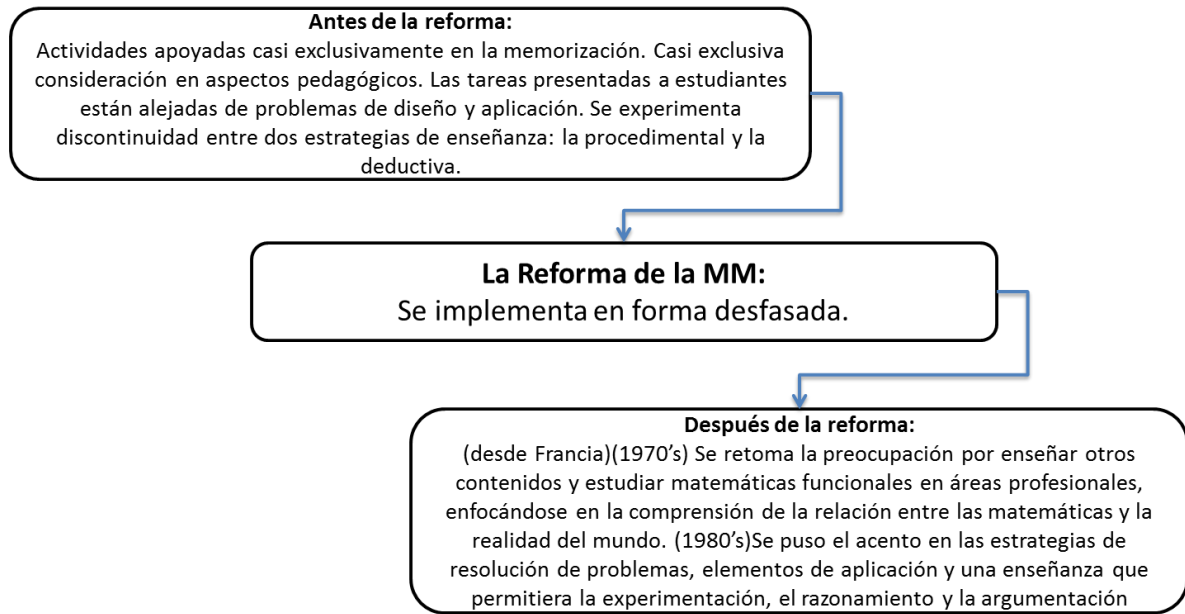
Figura 1: Desfase en la implementación de la MM entre Francia y México



Para la elaboración de este esquema nos basamos principalmente en Gispert (2014)

Además, en resumidas cuentas, podemos decir que las consideraciones de contexto más relevantes para la implementación de la MM y posterior a la misma se pueden esquematizar como sigue:

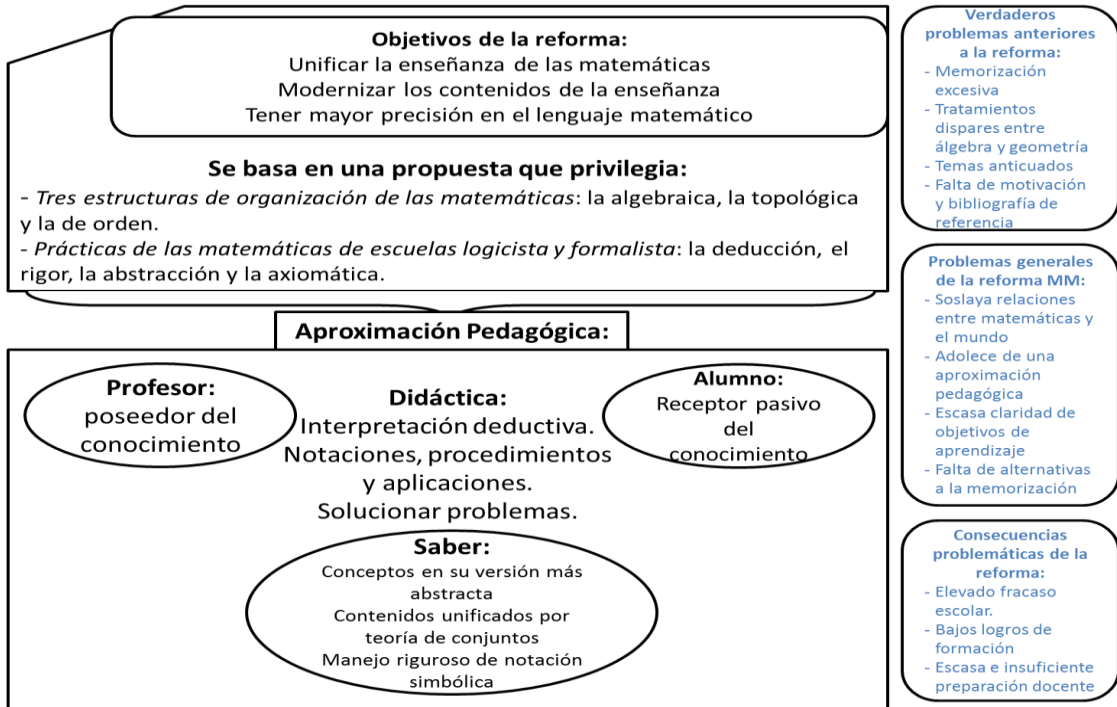
Figura 2: Contexto de cambio del modelo educativo para la reforma de la MM



Este esquema está basado en investigaciones como Davis (2014) y García (1996)

Finalmente, haciendo un análisis de la reforma de la MM misma, podemos observar las siguientes relaciones con la teoría y la educación, así como las principales problemáticas que surgieron:

Figura 3: Relaciones y problemáticas surgidas a partir de la reforma de la MM



Esta tabla está basada en investigaciones como Kline (1976), Gispert (2014) y García (1996)

Por todo lo anterior podemos destacar varias cuestiones relevantes para el análisis de las transformaciones educativas, que se posicionan como un paso previo de donde los profesores reciben los resultados de investigación interpretados para sus propuestas.

En primer lugar podemos ver que existen varios intereses que afectan la línea a seguir en educación matemática y a veces los diseños educativos sugieren transformaciones radicales que pueden tener resultados muy desfavorables para el aprendizaje, sin embargo aunque una reforma se abandone con razón, no se le abandona del todo ya que se retoman y reincorporan propuestas, contenidos y estrategias que aportó y que resultaron de utilidad para una mejora o ampliación de la concepción de lo que debe enseñarse, estos se recuperan a través nuevos contenidos, un enfoque de aprendizaje distinto, actividades de enseñanza novedosas, alguna novedad en la aproximación a los temas matemáticos o las actividades de aprendizaje que estos promueven.

Por lo anterior observamos que existe un fenómeno al que llamamos la *memoria histórica*, que muestra la conservación de algunas aportaciones de antiguos modelos educativos para su implementación dentro de las nuevas propuestas.

Para mayor claridad, retomando el caso de la reforma de la matemática moderna y observando en conjunto los cambios en el aprendizaje del álgebra como ejemplo, observamos que después de ser abandonada dicha reforma dejó algunos aportes en la enseñanza matemática que vemos actualmente como:

1. Considerar temas de estadística,
2. La importancia de la función;
3. Se conservó y retomó con mayor fuerza la idea de que es necesario enseñar las matemáticas que sean útiles para tratar con problemas reales de aplicación,
4. Se profundizó posteriormente en la actividad de resolver problemas durante el aprendizaje y
5. Se propuso como objetivo la unificación de los contenidos de enseñanza en matemáticas.

Por otro lado observamos que los movimientos de reformas a nivel global no se implementan de una sola vez y al mismo tiempo en todas partes, sino que son movimientos que se afianzan o abandonan como lo que llamamos olas de información, con desfases en los tiempos dependiendo de cada país y de cada nivel educativo (en el caso del sistema educativo mexicano).

En específico, para la tarea docente las reformas provocan cambios radicales que sacuden al sistema educativo y cuyas decisiones, favorables o no, se amplifican sobre las problemáticas que el profesor debe resolver en el aula.

Queremos hacer notar que, desde nuestro punto de vista, las reformas educativas no resultan ser siempre absolutamente buenas ni completamente malas, como hemos visto, hasta aquellas que son consideradas un completo fracaso, han nutrido a la educación matemática. En este sentido una reforma no lo cambia todo ni tampoco llega a resolverlo todo, aunque sí son estructuras poderosas que desestabilizan al sistema educativo y, junto con ello, a la práctica docente. Finalmente se puede decir que una reforma no es irrelevante, pero tampoco necesaria en primera instancia para resolver cada una o todas las problemáticas de las prácticas educativas.

Además, para que las investigaciones de la ME incidan en la actividad de la enseñanza, los trabajos de investigación y las aportaciones del campo deben ser interpretadas en más de una comunidad o entorno de trabajo que se constituyen como elementos de una cadena de comunicación entre el estudio de la actividad en cuestión (la actividad de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas) y la práctica de la misma.

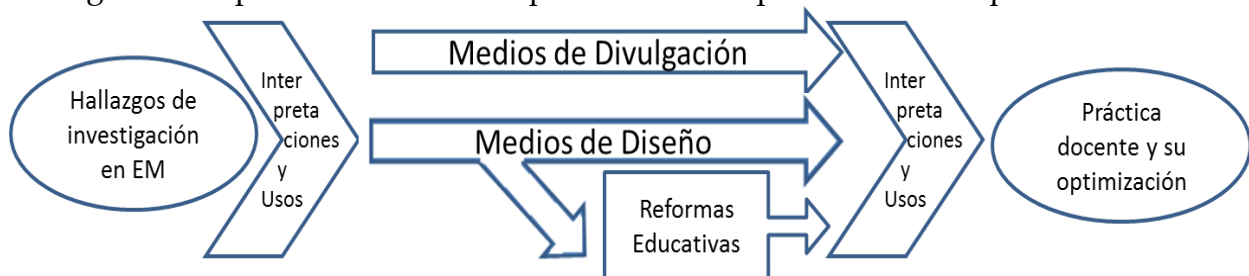
Por tanto notamos que algunos de los elementos más importantes de dicha cadena de comunicación son:

1. La comunidad científica y de investigadores de la matemática educativa,
2. Los agentes que llevan a cabo reformas (ya sea a nivel global o local) para la enseñanza en las instituciones educativas – de los currículos, los programas de formación de profesores, los materiales de apoyo para el aprendizaje en el aula, los objetivos de enseñanza, etc. –, y
3. Los profesores que aterrizan en la actividad de enseñanza los esfuerzos de mejora del aprendizaje.

Y cada uno de estos elementos sustenta paradigmas propios de su actividad, cuyo reconocimiento nos permitirá analizar las interpretaciones sobre la teoría que hacen los agentes educativos.

Finalmente, con todo lo anterior, las relaciones de interpretación entre los resultados de investigación y las prácticas docentes se pueden observar de la siguiente manera:

Figura 4. Esquema relacional del proceso de interpretación teoría-práctica en EM



De esta interpretación podemos observar tres tipos de paradigmas sostenidos por los tres protagonistas ya mencionados: 1. Los paradigmas de investigación, 2. Los paradigmas de diseño curricular, y 3. Los paradigmas del profesor; los cuales van a definir los principales referentes teóricos que estaremos tomando en cuenta para la siguiente etapa de la investigación.

Conclusiones

Pensamos, en primer lugar, de acuerdo con Godino (2010) que la investigación en Educación Matemática es capaz de conformarse como una disciplina de tipo científico, y además, de acuerdo con Lesh & Sriraman (2010) la vemos como una ciencia de diseño que necesita crear modelos a partir de las condiciones iniciales y las interacciones del fenómeno de estudio.

Partiendo de esto decimos que la investigación en EM tiene resultados de investigación, que son los que surgen de generar propuestas, validar o invalidar hipótesis e inferir conclusiones, y dichos resultados son reinterpretados para la adaptación a la práctica en la enseñanza.

Observamos que las reformas educativas constituyen un formato de procedimientos que se pretende que guíen al profesor en la mejora de su labor docente y se pierden elementos en las interpretaciones de forma que se simplifican demasiado los supuestos centrales y esto se refleja en la disparidad final entre las propuestas educativas de las reformas y las propuestas desde la investigación.

Pero además la filosofía, reflejada principalmente en los supuestos ontológicos y epistemológicos, se observa en los procesos de enseñanza desde las propuestas de reformas hasta la práctica docente.

Decimos también que las reformas, aunque sacuden al sistema educativo, no son del todo novedosas y al abandonarse no se pierden del todo sus propuestas, ya que se observa un fenómeno de *memoria histórica* mediante el cual se conservan en las nuevas propuestas elementos de enseñanza implementados anteriormente que resultaron de gran utilidad y relevancia.

Finalmente reconocemos que las propuestas teóricas sostienen sus paradigmas característicos que dan significado a los resultados encontrados, pero cuando se reinterpretan los resultados, dichos paradigmas pasan por un proceso natural de simplificación, mediante la simplificación de ideas complejas que resultan en paradigmas visibles perfilados de manera popular y que se asocian con una corriente de investigación de la que parten las propuestas educativas.

Referencias

- Bednarz, N., Kieran, C. & Lee, L. (1996). Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 115-136.
- Chalé, S.D. & Acuña, C.M. (2014). Investigaciones sobre el pensamiento algebraico, una revisión. Reporte Oral, RELME 2014, Colombia.
- Confrey, J. & Kazak, S. (2006). A thirty year reflection on constructivism in mathematics education in PME. En Gutiérrez, A. & Boero, P. (Eds.), Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future. Sense Publishers. 305-346
- Davis, B. (2014). Where Mathematics Curriculum Comes From. Sinclair, N. & Bruce, C., Spatial Reasoning for Young Learners. En Liljedahl, P., Nicol, C., Oesterle, S., & Allan, D. (Eds.), Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36 (Vol. 1). Vancouver, Canada: PME. 175-176
- García, G. (1996). Reformas en la enseñanza de las matemáticas escolares: perspectivas para su desarrollo. Revista EMA, Vol.1, No. 3. 195-206.
- Gispert, H. (2014). Mathematics Education in France: 1800-1980. En Karp, A. & Schubring, G. (Eds), Handbook on the History of Mathematics Education (2014). 229-240.
- Godino, J.D. (2010). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica.
- Glaserfeld, E. (1991). Radical Constructivism in mathematics education, Introduction. (Ed). Kluwer Academic Publishers.
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. Kaput, D. W. Carraher, y M. L. Blanton (Eds), Algebra in the early grades. New York: Routledge. 5-17
- Kilpatrick, J. (1987). What Constructivism Might Be in Mathematics Education. En Bergeron, J.C., Hercovics, N., & Kieran, C. (Eds), Proceedings of PME XI – Montreal. 3-27
- Kline, M. (1976). El fracaso de la matemática moderna: ¿por qué Juanito no sabe sumar? Siglo Veintiuno ed. España. Madrid.
- Lesh, R. & Sriraman, B. (2010). Re-conceptualizing Mathematics Education as a Design Science. En Sriraman, B. & English, L. (Eds), Theories of Mathematics Education. Seeking New Frontiers. 123-146