

ANÁLISIS CONCEPTUAL E INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA¹

LUIS RICO

En este capítulo se resalta la importancia del análisis conceptual como herramienta metodológica que permite controlar la complejidad, seleccionar las opciones conceptuales idóneas y disponer del aparato teórico adecuado en una investigación. Se ubica el análisis conceptual dentro del proceso de diseño de una investigación y se presenta un ejemplo de esta herramienta para la noción de modelo.

In this chapter we emphasize the conceptual analysis as a methodological instrument which allows in a research to control the complexity, to choose the conceptual suitable options and to lay out a theoretical framework. The conceptual analysis is embedded in the process of designing a research and is presented as an instrument for the notion of a model.

Palabras claves: Didáctica de la Matemática, Educación Matemática, análisis conceptual, investigación.

PRESENTACIÓN

La metodología de investigación en ciencias sociales ha evolucionado en los últimos años, superando el paradigma positivista y los trabajos exclusivamente de laboratorio. En el campo de las Ciencias de la Educación, la metodología de investigación constituye un área de conocimiento diferenciada, cuya complejidad es difícil controlar y evaluar (Jaeger, 1988; Wittrock, 1986; Denzin y Lincoln, 1994). Los problemas específicos, derivados de la peculiaridad de la Didáctica de la Matemática, muestran la importancia de formación metodológica adecuada para el estudiante de doctorado en esta área de conocimiento (Shumway, 1980; Romberg, 1992; Hart y Hitt, 1999).

La necesidad de una sólida formación metodológica para alumnos de doctorado, que se inician en la investigación educativa, es incuestionable. La experiencia muestra la importancia del marco metodológico para la rea-

1. Reimpreso del libro *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (2001). Universidad de Granada.

Agradecemos a Pedro Gómez y Luis Rico (Eds.), por haber autorizado la publicación de este artículo en la Revista EMA.

lización de una tesis. Parte inicial del trabajo de un investigador en Educación Matemática es el análisis de los conceptos sobre los que va a trabajar y que sostienen la investigación, lo cual debe conducir a una delimitación adecuada del problema. Un diseño adecuado, junto con los instrumentos pertinentes para el análisis de datos, discusión de hallazgos y resultados, contribuyen decisivamente a la calidad del producto final.

Algunas herramientas metodológicas, como es el caso del análisis conceptual, ponen de manifiesto su utilidad para la demarcación de los problemas de investigación educativa y el progreso en su resolución. Por ello resulta necesario lograr que los investigadores en formación aprecien la utilidad y alcancen un nivel razonable de competencia en el análisis conceptual (Scriven, 1988; Rico, 1999).

MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN

En el Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada se imparte la asignatura *Investigación en Educación Matemática. Avances Metodológicos*, valorada en 3 créditos y que ha venido siendo obligatoria para todos los estudiantes inscritos en el Programa.

Este curso pretende cubrir las necesidades de formación básica que sobre metodología de investigación educativa deben tener los estudiantes que inician su trabajo de doctorado en el área de Didáctica de la Matemática. Para ello, el curso presenta una serie de métodos generales de investigación educativa, centrados en la Educación Matemática y con un enfoque primordialmente cualitativo, que se pueda complementar con un enfoque metodológico cuantitativo. La organización de este curso está centrada en lo eminentemente educativo y se estructura sobre la especificidad de las diferentes dimensiones curriculares insertas en el proceso didáctico: la materia, el aprendizaje del alumno, la enseñanza del profesor, la institución educativa y la integración enseñanza-aprendizaje.

Entre los fines y metas generales que se proponen de modo mediato están:

- Preparar al doctorando para ser un consumidor cualificado de juicios de investigación en Educación Matemática, que se ha de concretar en unas capacidades para evaluar críticamente informes y proyectos.
- Dotar al estudiante de un repertorio de conocimientos y destrezas que le posibiliten realizar o, al menos, iniciar investigaciones en Educación Matemática; es decir, prepararle para ser un productor cualificado de investigación.

- Comprender y evaluar el papel de la metodología de investigación en la mejora práctica de la Educación Matemática y en la génesis y desarrollo de esta disciplina.

Los bloques de contenidos que estructuran el curso son tres:

Bloque I. Estadios Lógicos de la Investigación en Educación Matemática.

- El problema a investigar. El análisis conceptual o de significado.
- Revisión de literatura. Búsquedas informatizadas en Internet y CD-ROM. Estudio de casos retrospectivo.
- Caracterización de los problemas de investigación. Objetivos e hipótesis.
- Naturaleza de los datos empíricos. Saber buscar, saber ver, saber preguntar. El cuaderno de investigación.

Bloque II. Métodos diferenciales de investigación en Educación Matemática.

- Métodos centrados en la materia de enseñanza-aprendizaje.
- Métodos centrados en la enseñanza del profesor.
- Métodos centrados en la enseñanza del alumno.
- Métodos centrados en la institución educativa.
- Métodos centrados en la integración enseñanza-aprendizaje

Bloque III. Evaluación de la investigación en Educación Matemática.

- El informe de la investigación. Agendas de investigación.
- Capacidad investigadora. Revisión por pares. Análisis de citación.

Este programa de trabajo se desarrolla en el primer curso de cada bienio del Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, durante 10 sesiones de trabajo de 3 horas de duración y con una periodicidad quincenal.

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El objetivo central del curso es conseguir que cada estudiante caracterice y plantee adecuadamente un problema de investigación en Educación Matemática. Igualmente, disponer de las competencias necesarias para evaluar críticamente el enunciado de otros problemas de investigación. En particular, interesa que los investigadores en formación adquieran los conocimientos y destrezas metodológicas necesarias para plantear su propio problema de

investigación. Conseguir un primer enunciado aceptable de dicho problema se considera un índice de madurez del alumno al concluir este curso, es decir, al finalizar su primer año de formación en el Programa de Doctorado.

A diferencia de lo que puede ocurrir en otras áreas de conocimiento, el estudiante que se inscribe en un programa de doctorado de didáctica de la matemática no tiene conocimientos ni formación metodológica suficiente que le permitan abordar con autonomía el trabajo de enunciar con precisión un problema de investigación en Educación Matemática.

La falta de preparación previa sólida en el área de Didáctica de la Matemática, por un lado, y, por otro, el desconocimiento de la metodología de investigación educativa, contribuyen a dificultar enormemente lo que, en principio, pudiera parecer una tarea sencilla: enunciar un problema de investigación en Educación Matemática. Revisemos algunos criterios que pueden ayudar en esta tarea.

En primer lugar, para la detección e identificación de un problema el investigador novel comienza por situarse en uno de los ámbitos de actuación de la Educación Matemática, es decir, trata de precisar el problema que quiere estudiar, el contenido al que se refiere, los sujetos con los que va a trabajar y la institución donde va a llevar a cabo el estudio. Esta elección es, inicialmente, muy general y responde a alguna preocupación surgida en su trabajo profesional dentro de la Educación Matemática. Progresivamente, el investigador va esforzándose por dar mayor precisión a la cuestión que le interesa dentro de un área problemática, trata de expresar con claridad y delimitar las intuiciones iniciales. De este modo se van perfilando los componentes generales que caracterizan el problema que quiere estudiar y surge la necesidad de ubicarlo dentro de un marco objetivo preciso.

Este momento está vinculado, principalmente, con la elección de un campo o ámbito de actuación y concluye cuando el investigador logra establecer un objetivo general bien enunciado y sin ambigüedades para su estudio. La elección del ámbito es una decisión importante del doctorando que va a condicionar su trabajo e incluye integrarse en un equipo de investigación (Rico y Sierra, 2000).

Cuando el investigador novel se integra en un equipo que desarrolla una agenda propia de investigación, la detección de problemas se hace con menos dificultad, ya que los intereses del grupo tienen su ámbito bien delimitado y la experiencia de estudios previos permiten señalar puntos de dificultad con los que identificar el problema.

En segundo lugar, la representación del problema está basada en un marco teórico y epistemológico. Este momento transcurre con la caracterización precisa del problema que se quiere estudiar, con la consecución de un enunciado cuyo significado venga dado por un marco conceptual de referencia.

Para ello se siguen distintas técnicas, como son elaborar un primer listado de términos y palabras clave del problema; revisar la bibliografía y buscar sistemáticamente en bases de datos; seleccionar y leer documentos que hayan abordado previamente un problema similar; finalmente, es conveniente disponer de un informe sobre el estado de la cuestión y de resultados de investigaciones relacionadas. En la maraña de información que se puede obtener de estas búsquedas hay que establecer una cierta organización y estructura, para lo cual el análisis conceptual proporciona un método adecuado (Rico, 1999).

El desglose del objetivo general en objetivos parciales es una buena estrategia para definir un problema de investigación. De este modo se lograrán establecer los diversos componentes que estructuran el marco teórico del problema, en sus distintas dimensiones: cognitiva, epistemológica, pedagógica y sociológica.

También en este momento es conveniente hacer una descripción general del diseño metodológico, que deberá incluir el tipo de investigación, la muestra, los instrumentos de recogida de información y su temporalización. Finalmente, las conjeturas que se quieren contrastar pueden dar lugar a unas hipótesis de la investigación.

El tipo de estudio que se quiere realizar va conectado con su racionalidad y ambas nociones, tipo de estudio y racionalidad, muestran el sistema de ideas con las que el investigador se representa el problema en estudio.

El trabajo del doctorando en este caso requiere de un esfuerzo intelectual considerable, que pasa por el trabajo personal de lectura y revisión críticas, pero también por un trabajo en el seminario donde irá presentando los sucesivos intentos de expresión del problema. La discusión con el director del trabajo y con otros investigadores es muy provechosa. Este momento comprende la fase de preparación y redacción del proyecto de tesis doctoral.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Esquemáticamente, podemos considerar tres etapas en el planteamiento de un problema de investigación. En cada una de ellas hay que tomar varias decisiones y se pueden señalar diferentes actuaciones:

1. Identificación y delimitación de un área problemática

- Elección de un tópico general; intuiciones y justificaciones genéricas.
- Establecimiento de componentes generales que caracterizan el problema.

- Enunciado del objetivo general del estudio. Desglose en objetivos parciales.

2. *Caracterización del problema*

- Primer listado de términos y palabras clave.
- Revisión bibliográfica.
- Búsqueda en bases de datos.
- Selección y lectura de documentos.
- Informe sobre estado de la cuestión y resultados de investigación relacionados.
- Análisis conceptual.

3. *Definición del problema de investigación*

- Componentes que estructuran el marco teórico del problema.
- Tipo de estudio que se quiere realizar.
- Racionalidad del estudio.
- Conjeturas que se quieren contrastar.
- Hipótesis de la investigación.

La elección e identificación del problema de investigación es la primera dificultad que encuentra el doctorando en Didáctica de la Matemática, y se pueden hacer varias reflexiones en este sentido. Por un lado, es usual que el doctorando tenga algunas preocupaciones personales respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y pretenda convertirlas directamente en problemas de investigación. Esta intuición inicial puede ser útil, pero en la mayor parte de los casos resulta insuficiente e imprecisa y puede no responder a los intereses prioritarios del grupo de investigación en el cual el investigador en formación quiere integrarse y del que forma parte su director. Por otro lado, el doctorando estima que una preocupación general es más que suficiente para iniciar su investigación y no valora la necesidad de disponer de un marco teórico adecuado, donde su preocupación general adquiera límites nítidos y pueda abordarse con el aparato adecuado. En este momento el doctorando debe someterse a la disciplina del grupo de investigación y del marco teórico global en que el grupo se ubica. Esta elección no resulta sencilla y debe asumirse como una incorporación activa y crítica a un grupo que dispone de mayor experiencia y no como una aceptación pasiva. El doctorando debe estar dispuesto a aprender pero también a discutir y objetar todo aquello que resulte confuso o ininteligible.

REPRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

La representación y planteamiento del problema de investigación consiste en su delimitación y descripción, en su interpretación dentro un determinado marco teórico. El enunciado de los objetivos, el análisis conceptual y el enunciado de las hipótesis de investigación son elementos clave de este proceso. Para precisar la cuestión que se investiga es necesario establecer el propósito del estudio, las categorías teóricas con las que se va a trabajar y las expectativas que se ponen a prueba.

Para un enunciado coherente del problema de investigación es imprescindible un conocimiento amplio del campo de estudio, un marco teórico sólido y unos conceptos precisos que permitan plantear cuestiones significativas, que supongan algún tipo de reformulación de las condiciones usuales con las que se ha abordado anteriormente el problema.

Los objetivos de una investigación dan paso a los *interrogantes* que definen de forma precisa el planteamiento de un problema de investigación. Estos interrogantes constituyen una guía para el enunciado de las *hipótesis de investigación* que son explicaciones posibles o provisionales que tienen en cuenta los factores, sucesos o condiciones que el investigador procura comprender. En éstas hipótesis se incluyen hechos que trascienden los elementos conocidos para dar explicaciones plausibles de las condiciones desconocidas. Al relacionar los hechos conocidos con las conjeturas formuladas acerca de las condiciones ignoradas, las hipótesis, tanto si son confirmadas como rechazadas, incrementan el conocimiento. (Segovia, 1995, p. 57)

Las hipótesis de investigación dan forma al problema de investigación en términos del marco teórico y del marco metodológico con el que se aborda. Las hipótesis expresan conjeturas que proporcionan algún modo de explicación del fenómeno en estudio, cuya verificación o rechazo, en algunos casos, y su consideración conjunta, en otros, profundiza el conocimiento sobre el campo en estudio. Las hipótesis expresan, en términos estrictos, la globalidad del problema que se quiere estudiar. Por tanto, deben avanzar interpretaciones sobre una cuestión cuya respuesta no se conozca y que tenga interés intrínseco, cualquiera que ésta sea, por razón de que se quiera aumentar el conocimiento sustantivo sobre el campo en estudio mejorando la información disponible. Las hipótesis tienen que expresar con rigor y claridad el problema que se quiere estudiar.

El enunciado del problema de investigación mediante una o varias hipótesis de investigación es condición formal necesaria para la realización efectiva de una investigación; también permite calibrar la profundidad e interés

del estudio propuesto. En el caso de una tesis doctoral se convierte en una de las claves del estudio. La bondad de las hipótesis (o en su defecto, de las cuestiones de investigación) es uno de los criterios para delimitar la calidad de una tesis doctoral. Uno de los momentos importantes en la intervención del director de una tesis doctoral está en la delimitación inicial y enunciado preciso posterior del problema que se quiere abordar (Rico, 1999).

Ahora bien, una de las trampas que suelen acechar al investigador novel radica en fundamentar sus hipótesis en un marco teórico mal definido, que incluya términos equívocos o acepte conceptos imprecisos. La falta de precisión conceptual induce fácilmente confusión e incoherencia.

Una de las mayores dificultades de la investigación en ciencias y sociales y, por tanto, de la investigación en las disciplinas educativas es la enorme polisemia de buena parte de los conceptos centrales que se utilizan en estos estudios. Gran parte de esos conceptos proceden de la historia milenaria del pensamiento occidental y encierran sutilezas que la reflexión y la experiencia de multitud de pensadores han ido colocando en ellos. Como conocimiento científico los conceptos son públicos, son el tipo de cosas que muchas personas pueden compartir y comparten (Fodor, 1999). La atribución arbitraria de significado o la desconsideración de significados centrales, como se dirá más adelante, son usos patológicos de los conceptos que han de quedar excluidos del trabajo científico.

El investigador novel no es apenas consciente de la pluralidad de significados diferentes que encierran términos como *conocimiento*, *aprendizaje*, *enseñanza*, *representación*, *comprensión* y que, no obstante, se utilizan para expresar de modo comprensivo los fenómenos que se quieren estudiar.

Estos y algunos otros conceptos forman la red conceptual básica con la que es usual caracterizar y abordar un problema de investigación en Educación Matemática. Por ello, ignorar la diversidad de significados de esos conceptos y las dificultades que se presentan para interpretarlos adecuadamente puede llevar, fácilmente, a una trivialización y falta de control en las ideas con las que se trabaja. Por otra parte un análisis superficial puede derivar en un bloqueo. El investigador novel puede terminar atrapado en una tupida red de definiciones cuyo carácter diverso y superficial modifique constantemente el sentido del trabajo, de manera que no permita abordar la resolución del problema propuesto.

ANÁLISIS CONCEPTUAL

Para superar las limitaciones señaladas el análisis conceptual ofrece un método que permite al investigador convertir los conceptos en piezas teóricas precisas para el estudio que quiere llevar a cabo. Éste es un método pro-

pio de la filosofía analítica, por contraposición a la filosofía especulativa; actualmente se emplea en filosofía de la ciencia.

Suele entenderse muy frecuentemente hoy el análisis como la descomposición de un todo en sus partes.... Casi siempre la descomposición es entendida en un sentido lógico o mental. Se habla en este caso de análisis de un concepto en tanto que investigación de los subconceptos con los cuales el concepto en cuestión ha sido construido, o de análisis de una proposición en tanto que investigación de los elementos que la componen. En todos estos casos el análisis es contrapuesto a la síntesis, la cual es una composición de lo previamente descompuesto. (Ferrater, 1980, pp. 135-138)

El análisis conceptual se puede caracterizar como un método no empírico, que trabaja con enunciados textuales y no con datos de naturaleza sensible. Los datos con que opera son descripciones, definiciones, listas extensivas, ejemplificaciones de uso, contraposición de textos con significados alternativos y formulaciones simbólicas.

El análisis conceptual se preocupa por la naturaleza de las definiciones y del lenguaje; trata de encuadrar los términos y sus interconexiones. Tiene como principios orientadores la naturalidad, aplicabilidad, complejidad y simplicidad. Examina cuidadosamente la diversidad de significados, las posibilidades de conexión entre los términos y los niveles subjetivos (creencias y concepciones) y objetivos (conceptos) de cada campo conceptual. Contextualiza la definición dentro del área en que se inserta. Usa ejemplos y contraejemplos, en vez de la definición explícita. Emplea analogías y términos evocativos en vez de pruebas, axiomas o cuantificaciones.

El análisis conceptual se sirve de la historicidad y dinamicidad de los términos. Permite una reflexión previa sobre la cuestión que se quiere investigar, determinando y caracterizando aquellos puntos claves que delimitan el problema en estudio y las ideas, conceptos y teorías sobre los que se quiere abordar su resolución. Trata de eliminar las inconsistencias derivadas de la falta de precisión en el significado de los conceptos utilizados.

DEFICIENCIAS EN EL ANÁLISIS CONCEPTUAL

Scriven (1988) denuncia dos interpretaciones inadecuadas del análisis conceptual: la operacionalización y la arbitrariedad lingüística. La primera de ellas sostiene que el modo correcto de definir los términos en la ciencia es la llamada *definición operacional*, es decir, el tipo de definiciones que igualan un concepto con el resultado de ciertas medidas:

La idea que subyace en esta aproximación es laudable, consiste en asegurar que concretemos el significado de cualquier término que utilicemos de manera que eliminemos la imprecisión y, en particular, se conecte el lenguaje de la ciencia con la operaciones de la ciencia (mediciones). La aproximación operacionalista sostiene que todos los conceptos debieran definirse en términos de medidas (operaciones), que podrán utilizarse para determinar su presencia y magnitud. (p. 136)

La arbitrariedad lingüística sostiene que el modo en que los términos se definen es una cuestión convencional, que las definiciones son esencialmente arbitrarias. La definición ha de estar cuidadosamente elaborada y parecer razonable a su autor. Scriven denomina este planteamiento la *Falacia de la Irresponsabilidad en las Definiciones*, que describe así:

Los lenguajes son obviamente arbitrarios en el sentido de ser convencionales más que leyes de la naturaleza. Sin embargo, eso no equivale a sostener que los lenguajes son, en un momento dado, arbitrarios. Tienen reglas muy estrictas, y si se toma uno de sus términos por otro y se le asigna una nueva definición, no se estará hablando en ese lenguaje, igual que no se está jugando al ajedrez si se mueven las torres en diagonal.... Los usuarios de una lengua quieren soluciones a los problemas que expresan en esa lengua, al igual que los jugadores de ajedrez quieren soluciones a los problemas de ajedrez, no a otros problemas. Redefinir los conceptos no contribuye a su comprensión y es una contribución inútil a la solución de los problemas que se abordan. (p. 138)

Para la investigación educativa es necesario analizar los conceptos complejos implicados. Se trata de conceptos que no pueden reducirse de manera plausible por versiones más simplificadas. Sin embargo, el análisis conceptual puede resultar excesivo si no se delimita previamente su utilidad. Por ello, antes de comenzar el análisis conceptual hay que plantear y dar respuesta a una serie de cuestiones:

- ¿Por qué es necesario realizar el análisis de un término determinado?
- ¿A qué nivel de precisión es necesario caracterizarlo?
- ¿Qué distinciones se tratan de elaborar?
- ¿Es necesaria una definición general o bastaría con una restringida?

ANÁLISIS CONCEPTUAL DE LA NOCIÓN DE MODELO

Veamos un ejemplo de análisis conceptual con la noción de *modelo*, que tiene cierta relevancia en Educación Matemática y que admite diversas interpretaciones. Consideramos cuatro niveles de reflexión; en cada uno de ellos proponemos unas tareas y planteamos unas cuestiones.

Una primera aproximación: el término

Un primer nivel de análisis lo proporcionan los diccionarios de lengua. Consultamos diccionarios etimológicos y de régimen y uso de la lengua castellana.

Modelo: derivado del latín *modulus*: molde. Familia etimológica de modo, *modus*: medida para medir algo (Corominas y Pascual, Vol. IV, 1991, p. 100).

Modelar: dar forma artística a una sustancia plástica. Conformar, constituir algo por procesos naturales, humano, históricos. Hacer que una persona adquiera o desarrolle una aptitud o toda la personalidad, educar. Derivado de modelo (Cuervo, Tomo VI, 1998, p. 564).

Modelo: persona o cosa que se imita o se debe imitar. Cosa que se concibe y construye o realiza para que sirva de modelo a otras idénticas o similares. Persona u objeto cuya imagen se reproduce. Objeto que es reproducción reducida de otro y que generalmente funciona como él. Esquema teórico de un sistema o de una realidad compleja. Persona que posa como modelo. Persona encargada de exhibir creaciones de moda (Seco, Andrés y Lucena, Vol. II, 1999, p. 3099).

Modelo: vestido con características únicas. Arquetipo o punto de referencia para imitarlo o reproducirlo. En las obras de ingenio y en las acciones morales, ejemplar que por su perfección se debe seguir e imitar. Representación en pequeño de alguna cosa. Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja, que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento. Objeto, aparato, construcción o conjunto de ellos realizados con arreglo a un mismo diseño. En empresas, indica que lo designado por el nombre de modelo ha sido creado como ejemplar o se considera que puede serlo. Figura de barro, yeso o cera, que se ha de reproducir en madera, mármol o metal. Persona de buena figura que en las tiendas de modas se pone los vestidos, trajes y otras prendas para que las vean los clientes. Persona u objeto que copia el artista (Real Academia Española, 1992).

Modelo: Esquema conceptual, susceptible de un tratamiento matemático, que interpreta o predice el comportamiento de un sistema en el que se desarrolla un fenómeno determinado. Réplica a pequeña escala de un determinado sistema (Real Academia de Ciencias, 1996).

Tareas

- Establecer los significados del término que resultan pertinentes para su uso en Educación Matemática. Diferenciar, si es posible, significados alternativos.
- Localizar sinónimos del término modelo. Diferenciar entre los sinónimos según que sean términos comunes o términos técnicos, que puedan tener significados propios diferentes.
- Listar términos relacionados con la noción de modelo.

Cuestiones

- El término presenta significados diferentes e, incluso, contrapuestos: materiales o conceptuales. Un modelo, ¿es un objeto físico o mental?
- ¿Cuántas acepciones diferentes del término aparecen?
- ¿Hay una idea inicial que se mantenga en las diversas acepciones?
- ¿Cuáles acepciones interesan para la investigación en curso?
- ¿Qué interpretación resulta más adecuada?
- ¿Cuáles significados pueden inducir a confusión o entrar en conflicto con el sentido elegido?
- ¿Cuáles términos relevantes se asocian con el término modelo?

Revisión filosófica

Una vez elegidos unos significados prioritarios, conviene establecer una mayor precisión conceptual para el término en estudio. Una primera aproximación consiste en detectar las variantes conceptuales del significado elegido. Para ello conviene trabajar con diccionarios o enciclopedias especializadas, tales como diccionarios de filosofía o educación. De este modo será posible controlar que las definiciones y los conceptos empleados puedan incluir ideas que el investigador se haya propuesto excluir.

El término modelo se encuentra en el volumen 3 del *Diccionario de Filosofía* de Ferrater. Caracteriza el concepto metafísicamente, estéticamente, éticamente y epistemológicamente.

Tareas

- Localizar el término en Ferrater y resumir las acepciones principales. Subrayar las acepciones que resulten pertinente para la Educación Matemática.
- Señalar los conceptos conectados con la noción de modelo. Enumerar procedimientos conectados con esta noción. Elaborar, si procede, un mapa conceptual con estos términos.
- Localizar el término modelo en otro diccionario de filosofía y completar la información obtenida de Ferrater.
- Enumerar filósofos que han trabajado sobre este concepto de manera destacable.
- Seleccionar, si procede, alguna lectura de interés para el estudio que se quiere realizar; consultar la conveniencia de esa lectura o de otra alternativa.

Cuestiones

- La acepción del término modelo que se quiere manejar, ¿a cuál o cuáles de las caracterizaciones corresponde?
- ¿Qué interés pueden tener esas distinciones para la Educación Matemática?
- ¿Cuáles otros conceptos corresponden a las principales acepciones detectadas?

Empleo técnico en otras disciplinas

El término modelo se utiliza en diversas disciplinas relacionadas con las matemáticas y la educación. Cada disciplina hace un uso técnico específico del término modelo, que mantiene algún significado original pero lo dota de mayor precisión. Así podemos apreciarlo con el uso que se hace de este concepto en psicología, pedagogía o en la propia matemática.

Dependiendo del tipo de investigación que se quiera realizar, será conveniente precisar los marcos disciplinares que lo encuadran y el sentido que tiene el término en cada caso. A título de ejemplo, indicamos algunas lecturas relativas al concepto de modelo procedentes de distintas disciplinas.

Así, en el *Diccionario Oxford de la Mente* (1995) tenemos una caracterización cognitiva del concepto, seguida de 16 entradas que precisan significados para diferentes marcos teóricos que interesan a la psicología.

En la obra *Teoría de la Enseñanza y Desarrollo del Currículo* (Gimeno, 1984), el capítulo 3 está dedicado al estudio de los modelos didácticos, haciéndose una interpretación del significado de este término para la didáctica.

La obra *Modelización* (Rios, 1995) presenta un estudio detallado del concepto de modelo desde la matemática actual. El capítulo 1 es especialmente indicado para establecer el concepto de modelo desde una perspectiva matemática.

Tareas

- Enumerar las principales disciplinas que delimitan el área problemática en la que se quiere enmarcar la investigación. Localizar un documento procedente de cada uno de estos campos en que se trate de la noción de modelo.
- Mediante los documentos seleccionados, establecer el significado del concepto de modelo para cada una de las disciplinas consideradas.
- Señalar las similitudes y diferencias entre las distintas conceptualizaciones del término modelo; señalar contradicciones y paradojas.
- Establecer significados prioritarios, limitaciones del concepto, confusiones en que se puede incurrir y que se quieren evitar. Enunciar algún uso inadecuado.
- Establecer el mapa conceptual que, en su caso, servirá de referencia para este concepto.

Cuestiones

- ¿Qué se entiende por modelo en matemáticas? ¿Qué es un modelo matemático?
- ¿Qué se entiende por modelización en matemáticas?
- ¿Con cuáles otros conceptos de modelo es congruente esta noción?
- ¿Es posible emplear un concepto de modelo que cubra distintas disciplinas?

Noción de modelo en Educación Matemática

Además del uso en distintas disciplinas, los expertos en Educación Matemática tienen un uso propio del término. Son muchos los autores que han analizado el concepto de modelo en relación con los procesos de enseñanza

y aprendizaje de las matemáticas. A título de ejemplo proponemos algunas lecturas que contribuyen a mostrar la variedad conceptual de esta noción.

Skemp (1980) presenta la noción de modelo asociada al significado matemático en el capítulo X de su *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*.

En la obra *Intuition in Science and Mathematics* (Fischbein, 1987) el capítulo 11 está dedicado a precisar la noción de modelo y su empleo intuitivo en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Se establece una definición de la noción de modelo y se desarrolla una tipología detallada de diferentes clases de modelos.

Castro (1995) en *Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales* dedica un extenso apartado al estudio de la noción de modelo, realizando una revisión de las aportaciones de distintos especialistas.

Castro y Castro (1997), en el trabajo *Representaciones y modelos*, hacen un análisis de este concepto, lo ejemplifican y lo diferencian de la noción de representación dentro del ámbito de la Educación Matemática, en relación con el diseño de unidades didácticas y la preparación de materiales para el aula.

Tareas

- Establecer el significado principal del término modelo en cada uno de los textos anteriores. Destacar las ideas y contraposiciones manejadas en cada caso.
- Buscar en la categorización de campos de investigación en Educación Matemática que realiza el ZDM aquellos relacionados con los términos modelo o modelización.
- Realizar una búsqueda documental en una base de datos sobre el término, aisladamente y cruzándolo con otros. Resumir los resultados de la búsqueda.

Cuestiones

- ¿Qué se entiende por modelización en Educación Matemática?
- ¿Qué otras nociones están relacionadas con el concepto de modelo en Educación Matemática?
- Hacer un resumen o mapa conceptual sobre la noción de modelo y de modelización para Educación Matemática.

CONCLUSIÓN

Detrás del uso familiar y cotidiano que hacemos de los conceptos educativos se esconde la complejidad y dificultad de las nociones que se utilizan en Didáctica de la Matemática. Un análisis detallado de estos conceptos pone de manifiesto la diversidad de significados comprendidos bajo cada uno de ellos y la necesidad de precisar su sentido para un trabajo de investigación. La ausencia de este esfuerzo de precisión puede conducir a dificultades en la caracterización de los problemas, deficiencias en el marco teórico y serias limitaciones en la validez de los resultados.

El análisis conceptual es una herramienta metodológica que permite controlar la complejidad, seleccionar las opciones conceptuales idóneas y disponer del aparato teórico adecuado en una investigación. De ahí el interés que tiene su conocimiento y dominio para el investigador y el peso que le asignamos en sus planes de formación.

REFERENCIAS

- Castro, E. (1995). *Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales. Estudio con escolares de Primer Ciclo de Secundaria (12-14 años)*. Granada: Comares.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Barcelona; Horsori.
- Corominas, J., y Pascual, J. (1991). *Diccionario Crítico Etimológico Castellano e Hispánico. Vol. IV*. Madrid: Gredos.
- Cuervo, R. J. (1998). *Diccionario de construcción y régimen de la lengua castellana. Tomo VI*. Barcelona: Herder.
- Denzin, N. y Lincoln, Y. (Eds.). (1994). *Handbook of Qualitative Research*. London: Sage Publications.
- Ferrater, J. (1981). *Diccionario de Filosofía*. Madrid: Alianza
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Pub.
- Fodor, J. (1999). *Conceptos*. Madrid: Gedisa.
- Gimeno, J. (1984). *Teoría de enseñanza y desarrollo del currículo*. Madrid: Anaya.
- Gregory, R. (1995). *Diccionario Oxford de la mente*. Madrid: Alianza.
- Hart, K. y Hitt, F. (Eds.). (1999). *Dirección de Tesis de Doctorado en Educación Matemática: Una perspectiva internacional*. México: CINVESTAV.

- Jaeger, M. (Ed.). (1988). *Complementary Methods for Research in Education*. Washington: AERA.
- Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (1996). *Vocabulario Científico y Técnico*. Madrid: Espasa Calpe.
- Real Academia Española (1992). *Diccionario de la Lengua Española*. Madrid: Espasa-Calpe.
- Rios, S. (1995). *Modelización*. Madrid: Alianza.
- Rico, L. (1999). Desarrollo en España de los estudios de Doctorado en Didáctica de la Matemática. En K. Hart y F. Hitt (Eds.), *Dirección de Tesis de Doctorado en Educación Matemática: Una perspectiva internacional* (pp. 1-28). México: CINVESTAV.
- Rico L. y Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e Investigación. En J. Carrillo y L. Contreras (Eds.), *Matemática española en los albores del siglo XXI* (pp. 77-131). Huelva: Editorial Hergué.
- Romberg, T. (1992). Perspectives on Scholarship and Research Methods. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 49-64). New York: Macmillan.
- Scriven, M. (1988). Philosophical Inquiry Methods in Education. En M. Jaeger (Ed.), *Complementary Methods for Research in Education* (pp. 131-183). Washington: AERA.
- Seco, M., Andrés, O. y Ramos, G. (1999). *Diccionario del español actual*. Madrid: Aguilar.
- Segovia, I. (1997). *Estimación de cantidades discretas. Estudio de variables y procesos*. Granada: Comares.
- Shumway, R. (Ed.). (1980). *Research in Mathematics Education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Morata.
- Wittrock, M. (1986). *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan.

Luis Rico
Departamento de Didáctica
Universidad de Granada
Granada, España
E-mail: lrico@goliat.ugr.es