

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE DOCENTES EN FORMACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE ESTOCÁSTICOS: PROBLEMÁTICA Y PLANTEAMIENTO DE INVESTIGACIÓN

Ana María Martínez Blancarte; Ana María Ojeda Salazar

Cinvestav

amatinezb@cinvestav.mx; amojeda@cinvestav.mx

El presente avance de investigación, de orden cualitativo, pretende identificar y caracterizar la comprensión de estocásticos de los estudiantes de Licenciatura en Educación Primaria. Las diez ideas fundamentales propuestas por Heitele (1975) son el principal referente para caracterizar cada uno de los tres tipos de Conocimiento Matemático para la Enseñanza de estocásticos: el especializado; el de estudiantes normalistas resultante de la enseñanza del tema; y el conocimiento para la enseñanza, manifiesto en la propuesta institucional para estocásticos en la primaria así como en el diseño y práctica de la enseñanza de estocásticos en el aula por los normalistas. Este último se caracterizaría mediante las ideas fundamentales agrupadas en los cuatro dominios intuitivos del pensamiento probabilístico (Fischbein, 1975).

Palabras clave: Ideas fundamentales de estocásticos, Conocimiento Matemático Especializado y formación de profesores de primaria.

1. Introducción

Algunas investigaciones sobre la comprensión de estocásticos en diversos niveles educativos han llegado a la conclusión de que es poca la importancia que se otorga a ese contenido en la formación matemática pre-universitaria (por ejemplo, Limón, 1995; Carballo, 2004; Vázquez, 2004; López, 2006; Rivera, 2011; Salcedo, 2013). Esas investigaciones han mostrado que los alumnos tienen dificultades de comprensión de ideas de estocásticos, además de que en los planes y programas (por ejemplo, SEP, 1999 y SEP, 2011) y en las evaluaciones mismas (por ejemplo, Enlace, 2009, 2013) el tema no parece tener la relevancia que suponen sus aplicaciones en la diversidad de ámbitos de la actividad humana. Otras investigaciones han señalado el desconocimiento de estocásticos de docentes de educación básica en activo (por ejemplo, Limón, 1995; Alquicira, 1998; Elizarraras, 2004; Flores, M., 2009). En contraste, llama la atención la reciente inclusión del tema de estocásticos para todo un semestre en el curriculum de la Educación Normal (SEP, 2012), dado que en los planes y programas de 1997 sólo la cuarta unidad de la asignatura *Matemáticas y su enseñanza II* destinaba veinticuatro horas

a *Tratamiento de la información, predicción y azar*, pero por ser la última del programa con frecuencia su enseñanza se omitía.

Por tanto, se pretende investigar las características de la formación docente en estocásticos para la educación primaria, dadas las reformas en primaria (SEP, 2009 y 2011) y en la Educación Normal (SEP, 2012). La formación del docente de primaria incluye que adquiera el conocimiento de los temas de matemáticas que tendrá que enseñar en prácticas de enseñanza efectiva en el aula de primaria bajo la supervisión del docente titular de esa aula y, después de su egreso, durante el ejercicio de su profesión. Las preguntas que orientan esta investigación son:

1. ¿Qué caracteriza a la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos de los maestros en formación para primaria?
2. ¿Qué elementos para la enseñanza de ideas fundamentales de estocásticos a alumnos de primaria proporciona el plan y programas 2012 de formación de profesores de primaria?
3. ¿Qué caracteriza a las prácticas de enseñanza de estocásticos en el aula de primaria diseñadas y ejecutadas por los maestros en formación?

Los objetivos que se persiguen con esta investigación son:

- Identificar el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) de los docentes en formación sobre el tema de estocásticos.
- Identificar dificultades de comprensión de ideas fundamentales de estocásticos de docentes en formación, así como de los dominios intuitivos del pensamiento probabilístico de alumnos de primaria durante las prácticas de enseñanza.
- Proponer lineamientos para el diseño de estrategias de enseñanza de estocásticos en la Licenciatura para la Educación Primaria.

2. Antecedentes

La problemática de la formación del docente de matemáticas para la educación básica ha sido foco de investigaciones recientes y, en particular desde la perspectiva teórica de nuestro interés, las concernientes a la formación en estocásticos se han referido a la actualización docente y a la práctica docente en el aula.

La investigación realizada por Martínez (2010) se centró en una de las facetas del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) que proponen Ball y Bass (2000), el cual es una composición de contenido matemático y pedagogía, cuyo conocimiento requiere cualquier profesor en su diaria labor.

Los resultados de la investigación fueron que los docentes en formación no consideraban relevante al Conocimiento Pedagógico para la enseñanza de las matemáticas, sino al conocimiento de los contenidos matemáticos a impartir. En su primera jornada de prácticas, los docentes se centraron en una interacción directiva; las hojas de trabajo que diseñaron consistían en una lista de ejercicios o problemas que planteaban a los alumnos para mecanizar algoritmos. Una coincidencia entre el papel del docente y cómo lo consideran los alumnos de secundaria fue que esperan que él sea quien explique el contenido y hasta el procedimiento de solución de los ejercicios.

A partir de la lectura y reflexión de artículos de investigación en un taller de siete sesiones, propuesto a 21 estudiantes del sexto semestre de la Licenciatura en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas (ENSM, 1999) referido a la importancia del aspecto pedagógico, ellos reconocieron cuatro parámetros importantes —actividades, herramientas, comunicaciones, las relaciones y normas— del Conocimiento Pedagógico que un docente debe poseer para diseñar y desarrollar una clase. En su segunda práctica, las hojas de trabajo que los normalistas diseñaron para desarrollar la clase en el aula de secundaria ya incluyeron un objetivo y variedad en los ejercicios; esas hojas fueron consideradas una herramienta para desarrollar toda una clase. Al final, en ocasiones el papel de los futuros docentes en el aula de secundaria pasó de una interacción directiva a una observacional y exploratoria, de acuerdo con la clasificación de la interacción maestro-alumno que proponen Jacobs y Ambrose (2003).

De acuerdo con Ojeda (1987), la enseñanza de la probabilidad inició en el nivel superior con introducciones a la teoría matemática de la Probabilidad. Cuando se le incluyó en el nivel medio superior, para la formación técnica o pre-universitaria de sujetos de 15 a 18 años de edad, se esperaba que los estudiantes tuvieran intereses más o menos definidos de la carrera u ocupación a la que se dedicarían. La Probabilidad y la Estadística son disciplinas que ponen en juego diversos conceptos matemáticos que exigen dar sentido a lo aleatorio. Por ello, la formación en la Probabilidad y la Estadística desde etapas básicas es recomendable (Limón, 1995), mediante la consideración de las fuentes intuitivas del razonamiento probabilístico (Fischbein, 1975; Heitele, 1975).

Desde un enfoque principalmente epistemológico, se han realizado diversas investigaciones acerca de la comprensión de las ideas fundamentales de estocásticos en el sistema educativo nacional mexicano, entre ellas las citadas en la introducción. Con un planteamiento que ha aspirado a ser integral y con la articulación de docencia e investigación, se ha puesto en juego en la educación básica el *órgano operativo de la investigación* de la enseñanza de estocásticos (Ojeda, 2006, p. 204). En consecuencia, cada uno de esos estudios ha incluido resultados desde: la *propuesta institucional* respectiva

(planes y programas de estudio, libros de texto y otros medios), seminarios de *estudio dirigido* al docente en servicio, la enseñanza en el *aula* de contenidos de probabilidad y de estadística, así como los resultados de esa *enseñanza* en el desempeño de los alumnos (por ejemplo, en preescolar, Limón (1995); en primaria, Carballo (2004) y Flores M. (2009); en secundaria, Alquicira (1998), Elizarraras (2004), Vázquez P. (2004) y López Molina (2006); en telesecundaria, Vázquez T. (1998)). En particular, la investigación de López Mojica (2013) en educación especial básica incorporó, además, el desempeño del *docente en formación* para educación especial durante sus *prácticas* en el aula; aún más, la investigación de Ramos (2015) en preescolar regular incluyó resultados de la *formación* (inicial) de educadoras con la propuesta institucional (SEP, 1999) anterior a la recientemente implementada (SEP, 2012). Algunos de los resultados generales de estas investigaciones se han citado en la introducción; pero además, al cabo de la articulación entre docencia e investigación en los espacios del órgano operativo, el docente empieza a reconocer la intervención del azar en una variedad de fenómenos del entorno y en los reproducidos para su estudio en el aula, surge su apertura a lo posible y a ponderarlo, así como la advertencia del valor intrínseco de los contenidos de estocásticos para promover la aplicación de otros conceptos de matemáticas (singularmente, en López Mojica, (2013)), esto último en consonancia con lo propuesto por Gattuso (2006) y señalado antes por Freudenthal (1973). No obstante, como ya lo ha señalado Fischbein (1975), se ha enfrentado el problema de la mayor dificultad para erradicar sesgos del pensamiento probabilístico entre los docentes que entre los niños.

3. Marco de referencia

Tres ejes orientarán nuestra investigación: uno epistemológico, otro cognitivo y un eje social (Ojeda, 2006). Según la distinción que han expresado Burril y Biehler (2013), a diferencia del enfoque en auge en la educación que pone el acento en la formación del sujeto como usuario de la estadística, en esta investigación adoptamos el punto de vista de una formación conceptual en estocásticos que da su lugar a la probabilidad (Biehler, 1994; Biehler y Pratt, 2012), dado que se esperaría del docente un conocimiento no simplemente como usuario de estadística, sino del *tópico* de estocásticos en tanto un individuo educado (Heitele, 1975) en ese contenido, lo que aseguraría que lo dominara, que lo capacitara para diseñar sus estrategias de enseñanza en el aula y para reconocer los resultados de ellas en el desempeño de sus alumnos.

3. 1. Eje Epistemológico

Para su propuesta de un curriculum en estocásticos, Heitele (1975) ha tomado como uno de sus referentes: la concepción de Bruner de un curriculum en espiral guiado por las ideas fundamentales del *tópico* a que se refiera, los resultados de las investigaciones del

origen de la idea de azar en el niño, los juicios de los adultos en situaciones de incertidumbre, y la historia de la probabilidad.

3. 1. 1. *Ideas fundamentales de estocásticos*. Para la formación en estocásticos, Heitele (1975) propuso diez ideas fundamentales, interrelacionadas entre sí, como guía continua de un curriculum en espiral: medida de probabilidad, espacio muestra, adición de probabilidades, regla del producto e independencia, combinatoria, equiprobabilidad y simetría, modelo de urnas y simulación, variable aleatoria, ley de los grandes números y muestra.

3.1.2. *Evolución de la idea de azar*. Piaget e Inhelder (1951) caracterizaron para cada estadio de la evolución del pensamiento del niño la de la idea de azar. En el estadio de las operaciones preconcretas (edades de 4 a 7 años) hay fallas para entender la naturaleza aleatoria de la mezcla. En el estadio de las operaciones concretas (de los 7 a los 11 años), el niño descubre el azar como una realidad no componible como una antítesis de operaciones. En el estadio de las operaciones formales (de los 11 a los 12 años), se da la composición probabilística que es la síntesis del azar y las operaciones concretas.

3.1.3. *El triángulo epistemológico*. Para la constitución del concepto matemático se requiere un balance entre el objeto, el signo y el concepto (Steinbring, 1991). Sólo puede haber definiciones implícitas de conceptos de probabilidad y de azar, si se presenta una relación abierta y sujeta al desarrollo entre los niveles de signo y de objeto. Al *objeto*, al que se le dota de sentido según el contexto de referencia, se le representa por el *signo*, de manera que el concepto matemático se construye como una estructura simbólica relacional y se le codifica mediante signos y símbolos que se pueden combinar lógicamente en operaciones matemáticas (Steinbring, 1999).

3. 2. Eje Cognitivo

Fischbein (1975) destaca aspectos relevantes de las fuentes de la intuición de la probabilidad. Ojeda (2007) subraya la consideración para la enseñanza de lo que él señala como cuatro dominios intuitivos del pensamiento probabilístico.

3.2.1. *Intuición y probabilidad*. Fischbein (1975) afirma que la cognición humana es unitaria; debido a su carácter adaptativo, para cualquier nivel considera sólo una realidad. Un componente de la cognición es la intuición, cuyos principales rasgos son: es componente de la inteligencia en acción, es una adquisición estructural, ejecuta la función de engranar el conocimiento a la acción, constituye procesos cognitivos autónomos con funciones únicas e importantes, y es un programa de acción parcialmente autónomo dentro de la cognición.

3.2.2. *Dominios intuitivos del pensamiento probabilístico*. Fischbein (1975) también ha identificado las cuatro principales fuentes para la advertencia del azar y el surgimiento

de la idea de probabilidad: 1) la *combinatoria*, específicamente las técnicas de conteo, que permiten establecer el número de posibilidades en una situación discreta dada. 2) El *enfoque frecuencial* de la probabilidad posibilita estimar la probabilidad de un evento de un fenómeno aleatorio mediante su frecuencia relativa en un número suficientemente grande de repeticiones del fenómeno. 3) La *decisión* entre dos o más posibilidades exige poner en juego el razonamiento probabilístico (Piaget e Inhelder, 1951) al establecer, para cada una, la relación entre la parte favorable y el total de posibilidades, para comparar entre esas relaciones y optar por lo conducente. Y 4) la *simulación*, que demanda identificar los elementos relevantes del carácter aleatorio de un fenómeno dado y sus relaciones, para incorporarlos a otra situación análoga a ese fenómeno, accesible a sus repeticiones efectivas y, por tanto, a la puesta en juego del enfoque frecuencial de la probabilidad.

3.3. Eje Social

De entre los aspectos a considerar relevantes al llevar a cabo la enseñanza en un aula están: la interacción en el salón de clase; el entorno social y el conocimiento; y las propuestas institucionales que confluyen en esa actividad.

3.3.1. *La interacción en el aula.* Steinbring (1991) señala que “la interacción entre los docentes y los alumnos durante la enseñanza diaria produce una comprensión específica del escolar del status de conceptos matemáticos. En específico, el concepto de azar se concibe como una generalización concreta...” (Steinbring, 1991, pág. 1; traducido por Garnica y Ojeda).

La interacción en el salón de clase con el juego y la evaluación de los resultados experimentales constituyen un medio sociocultural para futuros desarrollos conceptuales: a nivel de *objeto*, las extracciones experimentales, la determinación de frecuencias relativas, etc.; y a nivel de *símbolo*, el recurso a un modelo estocástico elemental para calcular probabilidades.

3.3.2. *El entorno social y el conocimiento.* La enseñanza debería desencadenar en el proceso de aprendizaje los procesos de desarrollo que se encuentran en ese momento en la zona de desarrollo próximo (Vygotski, 1995). Esta zona traduce la perspectiva histórico-cultural, vuelve a la idea de que entre el mundo cultural y el individuo (niño-alumno), los conocimientos se transmiten por intermedio de otra persona, lo que da idea de la mediación semiótica y social.

3.3.3. *Propuesta Institucional para la formación docente.* En los planes de Educación Primaria se establece que “el aprendizaje de cada alumno y del grupo se enriquece en y con la interacción social y cultural; con retos intelectuales, sociales, afectivos y físicos, y en un ambiente de trabajo respetuoso y colaborativo” (SEP, 2011, pág. 30).

Para estocásticos, el único vínculo entre los programas de la Normal con lo propuesto para primaria es la cuarta unidad titulada *Vinculación con el eje manejo de la información*, lo que reviste un desfase entre la formación en el contenido y la práctica de su enseñanza, pues desde principios del semestre los normalistas acuden al aula de primaria a practicar la docencia sobre temas que incluyen a los del eje de tratamiento de la información.

El plan y programas de la Licenciatura de Educación Primaria (SEP, 2012) establece la asignatura *Procesamiento de Información Estadística*, para ser impartida en el cuarto semestre. Sus cuatro unidades de aprendizaje están asociadas a las competencias profesionales y a las específicas del curso, las cuales son: Unidad 1, Estadística; Unidad 2, Probabilidad y muestreo; Unidad 3, Inferencia Estadística; y Unidad 4, Vinculación con el eje de manejo de la información. Las dos unidades que más se acercan a la tarea docente en la escuela primaria son: la segunda, que concierne a la probabilidad y al muestreo; y la cuarta, que es la vinculación con el estudio del eje de manejo de la información. En la asignatura *Procesamiento de Información Estadística* se tratan las medidas de tendencia central en la Unidad 1.

El tema 2 de la Unidad 2 de este programa es el principio fundamental del conteo, para el cual se sugiere la elaboración de “diagramas de árbol derivados de problemas de conteo” (SEP, 2012, pág. 26). Heitele (1975) señala que el diagrama de árbol es una estrategia importante porque prefigura todos los posibles resultados así como los pasos del experimento y que los espacios muestra discretos pueden ser identificados mediante un “diagrama de árbol”, recurso semiótico que contribuye a evitar que los niños se limiten a un determinismo.

Un punto desfavorable es que se deja hasta la Unidad 4 la vinculación con la enseñanza de Estadística en la escuela primaria, en la que se espera que el normalista diseñe y aplique secuencias didácticas; sin embargo, como ya señalamos, desde el inicio de este semestre los docentes en formación realizan prácticas en la primaria con cualquier contenido que les asigne el maestro que funge como tutor en el aula.

3.3.4. *Propuesta institucional para la educación primaria.* El programa actual de primaria 2011 no incluye contenidos de estadística en el eje de “Manejo de la Información” para primero y segundo grados, sino a partir de tercer grado. La mayoría de las lecciones del libro de texto de primaria (SEP, 2011) proponen actividades relacionadas con el análisis y el tratamiento de la información, además de la proporcionalidad y funciones. Se introducen las medidas de tendencia central como contenidos finales en los grados quinto y sexto.

Libros de texto de Primaria (Desafíos Matemáticos). Fischbein (1975) y Heitele (1975) recomiendan que la enseñanza de estocásticos se inicie desde los primeros grados

escolares. Sin embargo, en los libros de texto (SEP, 2011) sólo se incluyen tres lecciones (la 46, *Trajes*, del bloque V de segundo grado; la 16, *Figuras y colores*, de tercer grado; y la 13, *Combinaciones*, de cuarto grado) que desarrollan el principio multiplicativo y se les podría aprovechar para introducir técnicas de conteo específicas (permutaciones y combinaciones). En efecto, Fischbein (1975) desarrolló actividades favorables para la enseñanza de ideas de probabilidad y de combinatoria a niños de 9 a 10 años. Las lecciones del libro de texto de primaria privilegian un objetivo aritmético al ponderar únicamente el principio multiplicativo, frecuentemente mediante el llenado de tablas, y se desaprovecha la oportunidad para usar el diagrama de árbol y prefigurar la regla de la suma y del producto de probabilidades (Fischbein, 1975), además de contribuir a evitar que los niños se limiten a un enfoque determinista (Heitele, 1975).

3.3.5. *Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME)*. En la propuesta de Ball y Bass (2010) se distinguen tres facetas del CME: 1) *Conocimiento Matemático Especializado*, al que Hill, Ball y Schilling (2008) definen como el contenido adicional que va más allá del conocimiento matemático “común” para la enseñanza de un tópico matemático. 2) El *Conocimiento de estudiantes* es el que se relaciona con los conocimientos de contenido y el razonamiento de los alumnos, es decir, el conocimiento de los conceptos, las estrategias, dudas, confusiones o ideas erróneas de los educandos sobre un tópico matemático. 3) El *Conocimiento para la enseñanza* es la fusión de matemáticas y pedagogía para el diseño y planeación de la enseñanza en el aula.

4. Métodos e instrumentos

La investigación, de carácter cualitativo (Vasilachis, 2006), se realizará en cinco espacios interrelacionados: un *seminario de investigación*, la revisión de la *propuesta institucional* de la Licenciatura en Educación Primaria (SEP, 2012) y de primaria (SEP, 2011), el aula para la formación en estocásticos del futuro docente de primaria, un *seminario de introducción a la investigación* del futuro docente y las *prácticas de la enseñanza* de estocásticos del futuro docente en el aula de primaria.

Participarán en la investigación 54 estudiantes de la Licenciatura de Educación Básica de la Benemérita Escuela Nacional de Maestros y los alumnos de edades entre 6 y 12 años de edad, de la escuela primaria en la que los normalistas lleven a cabo sus prácticas docentes.

Se diseñarán los siguientes instrumentos para recopilar datos: guiones de experienciación (Maturana y Varela, 1994) de la enseñanza en el aula normalista, cuestionarios, guiones de observación (Wittrock, 1986) de las prácticas acerca de estocásticos de los normalistas en el aula de primaria; guiones de entrevista

semiestructurada (Zaskis, y Hazzan, 1999) aplicada a los normalistas y a alumnos de primaria.

Las técnicas de registro de datos serán: la escritura en papel, escritura en pizarrón, las videograbaciones y sus transcripciones de las sesiones de enseñanza impartidas a los normalistas por la investigadora, de las prácticas de los primeros en el aula de primaria y de las entrevistas que se realicen.

4.1.4 Criterios de análisis. A los datos, tanto documentales como recopilados por medio de los diversos instrumentos en los espacios del órgano operativo, se les aplicará la célula de análisis (Ojeda, 2006), la cual recoge los aspectos teóricos que sustentan la investigación en lo epistemológico, lo cognitivo y lo social: Ideas fundamentales de estocásticos, Otros conceptos matemáticos, Recursos semióticos, Términos empleados y Fenómenos referentes. En particular, mediante estos criterios se espera identificar en todo el proceso lo que correspondería a las tres componentes del Conocimiento Matemático para la enseñanza (CME):

- El *Conocimiento especializado*: Nos referimos a La propuesta de los contenidos de estocásticos que se presentan en los programas de la normal y de la primaria.
- El *Conocimiento de estudiantes*: Lo identificamos de los datos de los normalistas que se recopilen en el aula de la Normal y de la puesta en escena de sus estrategias de enseñanza en la escuela primaria.
- El *Conocimiento para la enseñanza*: Nos referiremos a la estrategia de enseñanza que diseñen los normalistas, a la forma en que la pongan en práctica en el aula de primaria y a su tratamiento en las intervenciones de los alumnos. En particular, es de nuestro interés identificar los dominios intuitivos de pensamiento probabilístico en las secuencias de enseñanza en el aula.

5. Resultados esperados

Se espera caracterizar la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos de los maestros en formación para primaria y sus dificultades, identificar las ideas fundamentales que proporciona el plan y programas 2012 de formación de docentes de primaria para la enseñanza de estocásticos a alumnos de primaria. Se espera también identificar las dificultades de comprensión de docentes en formación de ideas fundamentales de estocásticos y, mediante las prácticas de enseñanza en el aula de los docentes en formación, sus dificultades para reconocer los dominios intuitivos del pensamiento probabilístico de alumnos de primaria en situaciones de enseñanza. Lo anterior posibilitará caracterizar, para estocásticos, las tres facetas del Conocimiento Matemático para la Enseñanza, que son: Conocimiento Especializado, Conocimiento de Estudiantes y Conocimiento para la Enseñanza, lo que, a su vez, se utilizará para

proponer lineamientos para el diseño de estrategias de enseñanza de estocásticos en la Licenciatura para la Educación Primaria.

Se espera, además, identificar las debilidades y las fortalezas de los planes y programas de estudio de la escuela Normal y de la Primaria y, de ser necesario, proponer modificaciones a ellos. Por ejemplo, en la Normal, la Unidad 4 podría ser la Unidad 1 para proporcionar a los docentes en formación el contenido que les permita llevar a cabo una práctica en primaria más efectiva de los contenidos de Estadística y de Probabilidad.

Referencias bibliográficas

- Alquicira, Z. M. I. (1998). *Probabilidad: Docencia y Praxis. Hacia una Fundamentación Epistemológica*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51 (3), 241-247.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). *Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*. En B. Davis y E. Simmt (Eds.), *Proceeding of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14) Edmonton. AB: CMESG.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?* Manuscrito enviado para publicación, 2007.
- Biehler, R. (1994). Probabilistic thinking, statistical reasoning, and the search for causes – Do we need a probabilistic revolution after we have taught data analysis? Extended version of a paper presented at the *Fourth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 4)*, Marrakech, Morocco, 25-30 July 1994.
- Biehler, R., Pratt, D. (2012). Research on the reasoning, teaching and learning of probability and uncertainty. *ZDM Mathematics Education*. Springer. Published online: 01 October 2012.
- Burril, G., Biehler, R. (2013). Les idées statistiques fondamentales dans le curriculum scolaire. *Statistique et Enseignement*, 4(1), 5-24
- Carballo, M. T. (2004). *Estocásticos en el segundo grado de educación primaria. Determinismo y azar*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Elizarraras, S. (2004). *Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en el segundo grado de secundaria*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Flores L., P. (2002). *La predicción y el azar: praxis, creencias, saberes y conocimientos del docente de educación primaria*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Flores M., P. (2009). *Medios y enseñanza de estocásticos en el tercer ciclo de educación primaria*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Holland: Reidel.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrech-Holland: Reidel. Chap.XVIII, pp. 580-613.
- Gattuso, L. (2006). Statistics and mathematics: is it possible to create fruitful links? In Rossman, A. & Chance, B. (Eds.), *Proceeding of the Seventh International Conference on the Teaching of*

- Statistics*. IASE. Salvador, Bahía, Brasil, 2-7 July. Recuperado de <http://www.ime.usp.br/~abe/ICOST7/Proceedings/index.html>
- Heitele, D. (1975). An epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*. 6(2), 187-205.
- Hill, H. C., Ball, D. L. & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372-400
- Jacobs, V. R. & Ambrose, R. C. (2003). Individual interviews as a window into teachers' practice: A framework for understanding teacher-student interactions during mathematical problem solving. *American Educational Research Association Annual Meeting*. Chicago. IL.
- Limón, A. (1995). *Elementos para el análisis crítico de la posible inserción curricular de nociones estocásticas, ausentes en los programas de preescolar y primaria*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- López Molina, J. M. (2006). *Comprensión de la ley de los grandes números en el tercer grado de secundaria*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- López Mojica, J. M. (2013). *Pensamiento Probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial*. Tesis de doctorado no publicada. México: Cinvestav.
- Martínez, A. (2010). *Un estudio con profesores en formación sobre su conocimiento pedagógico en matemáticas*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Maturana, H. y Varela, F. (1994). *El árbol del Conocimiento*. Ed. Universitaria.
- Ojeda, A. M. (1987). Ideas Fundamentales y Actividades Modelo en la Enseñanza de la Probabilidad. Nivel Medio Superior. En *Cuadernos de Investigación*. Año II. Nos. 3 y 4. Julio/Octubre, 1987. México: Cinvestav.
- Ojeda, A. M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En Filloy (Ed.) *Matemática Educativa, treinta años* (pp. 257-281). México: Santillana-Cinvestav.
- Ojeda, A. M. (2007). *Probabilidad y Estadística en Matemática Educativa. Seminario de Investigación*. Documento Interno. Manuscrito no publicado. México: Cinvestav.
- Perrusquía, E. (1998). *Probabilidad y Aritmética: estudio Epistemológico en el Estadio Medio. Dificultades de Interpretación*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Piaget, J., Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hazard chez l'enfant*. Paris: PUF.
- Ramos, A. (2015). *La probabilidad y la estadística en la construcción del pensamiento matemático del niño preescolar*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Rivera Casales, M. (2011). *Comprensión de ideas fundamentales de estocásticos en el bachillerato universitario*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Salcedo, J. (2013). *Razonamiento Probabilístico en el Bachillerato Tecnológico*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- SEP (2009). Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares (ENLACE). *Educación Primaria*. México.
- SEP (2013). Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares (ENLACE). *Educación Primaria*. México.

- SEP (1999). Plan de estudios. *Licenciatura en Educación Preescolar*. México.
- SEP (2012). Plan de estudios. *Licenciatura en Educación Preescolar*. México.
- SEP (1997). Plan de estudios. *Licenciatura en Educación Primaria*. México.
- SEP (2011). Plan de estudios. *Licenciatura en Educación Primaria*. México.
- SEP (1999). Plan de estudios. *Licenciatura en Educación Secundaria*. México.
- SEP (2012). *Matemáticas, primer grado* (Libro para el alumno). México.
- SEP (2012). *Matemáticas, segundo grado* (Libro para el alumno). México.
- SEP (2011). *Matemáticas, tercer grado* (Libro para el alumno). México.
- SEP (2011). *Matemáticas, cuarto grado* (Libro para el alumno). México.
- SEP (2011). *Matemáticas, quinto grado* (Libro para el alumno). México.
- SEP (2011). *Matemáticas, sexto grado* (Libro para el alumno). México.
- SEP (2011). *Planes y programas de estudio 2011*. Educación Básica. México.
- SEP (2012). *Planes y programas de la Licenciatura en Educación Primaria 2012*. México.
- Steinbring, H. (1991). The Concept of Chance in Everyday Teaching: Aspects of a Social Epistemology of Mathematical Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 22, 503-522. (Traducción interna de Garnica y Ojeda, 1996).
- Steinbring, H. (1999). How do mathematical symbols acquire their Meaning? –The methodology of the epistemology-based interaction research. Recuperado el 23/03/2015 de http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/e/gdm/1999/steinbring_99.pdf
- Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. España: Gedisa.
- Vázquez Pérez, O. (2004). *Enseñanza y comprensión del enfoque clásico de la probabilidad en primer grado de secundaria*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Vázquez Tirado, G. (1998). *Enseñanza de la probabilidad en los sistemas abiertos: identificación teórica de fundamentos: el caso de la Telesecundaria en el Sistema Educativo Nacional*. Tesis de maestría en ciencias no publicada. México: Cinvestav.
- Vygotski, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*, págs. 153-196. España: Paidós
- Wittrock, M. (1986). *La investigación de la enseñanza II*. Barcelona, España: Paidós.
- Zazkis, R. y Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (4), 429-439. ISSN 0364-0213.