

# USO DE RECURSOS DIGITALES EN LA CLASE DE GEOMETRIA: UN ESTUDIO DE CASO CON PROFESORES DE PRIMARIA

Marisol Santacruz Rodríguez; Ana Isabel Sacristán; François Pluvinage

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav - IPN

[mary21391@gmail.com](mailto:mary21391@gmail.com); [asacrist@cinvestav.mx](mailto:asacrist@cinvestav.mx); [fpluvinage@cinvestav.mx](mailto:fpluvinage@cinvestav.mx)

*En este artículo se presentan avances de una investigación sobre usos de recursos digitales para la enseñanza de la geometría. En particular, nos interesa investigar el proceso documental que los profesores desarrollan mientras usan recursos digitales en sus clases y el tipo de actividad matemática relacionada con la construcción de un espacio de trabajo geométrico personal. Para esto, se propone un estudio de casos, con un grupo de diez profesores de primaria que han participado en un proceso de formación de tres años. En dicha formación, se enfatiza en que la introducción de algún dispositivo a la clase se acompaña de una reflexión sobre su uso didáctico. En la fase piloto del estudio participaron dos profesores, quienes seleccionaron y usaron un recurso digital para enseñar geometría: distinción entre líneas abiertas y cerradas en primer grado de primaria y áreas en quinto grado. El análisis obtenido permitió rastrear una trayectoria de selección de un recurso y proponer una primera taxonomía de uso de recursos digitales en la clase.*

Palabras clave: Recursos digitales, proceso documental, espacio de trabajo geométrico personal, educación primaria.

## **Planteamiento y justificación del problema**

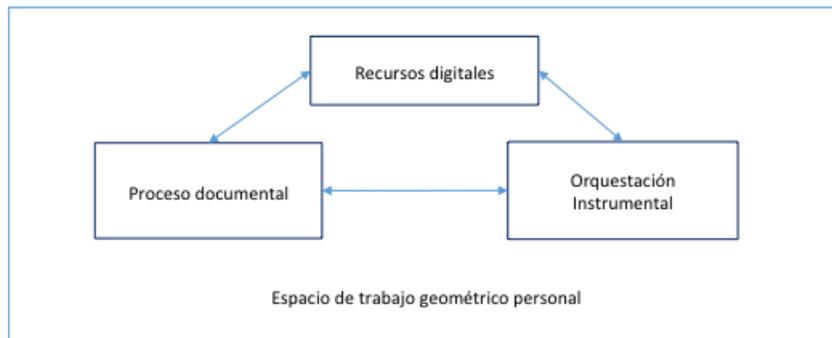
Esta investigación se propone revisar posibles usos que profesores de primaria hacen de recursos digitales para la enseñanza de la geometría. Consideramos que el uso de éstos contempla aspectos matemáticos, didácticos y cognitivos, por tal razón, incluimos la noción de espacio de trabajo geométrico personal para dar cuenta de los aprendizajes de los estudiantes.

Reconocemos que a nivel internacional existe un interés creciente por indagar el trabajo del profesor de matemáticas, particularmente, la comprensión de las prácticas en el aula y el estudio de los usos de recursos digitales en la clase (Artigue, 2011; Llinares, 2014; Trgalová & Jahn, 2013). En esta perspectiva, se considera la potencialidad de los recursos digitales para modificar las prácticas de los profesores, y la susceptibilidad de los recursos para ser adaptados a las mismas.

En este sentido, nos interesa investigar el proceso documental (Gueudet & Trouche, 2009) que los profesores desarrollan para usar recursos digitales en sus clases, es decir, la emergencia y evolución de documentos producidos por éstos –textos,

diagramas, presentaciones- que permiten dar cuenta de su práctica a través de los usos de los recursos.

La Figura 1, presentada a continuación, sintetiza las unidades de análisis centrales de esta investigación: uso de recursos digitales (selecciones, adaptaciones y reelaboraciones propuestas por profesores), orquestación instrumental (organización, disposición y conducción de la clase), proceso documental (emergencia y evolución de documentos que cristalizan el uso de recursos) y el espacio de trabajo geométrico personal (experimentación de ideas geométricas elementales con la mediación de tecnologías digitales).



*Figura 1.* Unidades de análisis.

El enfoque documental permite abordar la práctica del profesor como objeto de estudio, e implica el reconocimiento de la complejidad de la clase de matemáticas. Los recursos se entienden como artefactos, dispositivos concebidos, seleccionados y adaptados con una intencionalidad didáctica explícita (Gueudet & Trouche, 2009). Se destaca cómo los recursos se relacionan con las distintas organizaciones y disposiciones que los profesores proponen en el aula –orquestación instrumental-, a través de los documentos que producen y acompañan el uso de los recursos.

La orquestación instrumental da cuenta de la organización y disposición de los recursos en el aula –cómo, cuándo y dónde usar los recursos que se tienen previstos-, las selecciones, adaptaciones, organizaciones y reelaboraciones que el profesor ha tomado respecto a los dispositivos puestos en juego, las tareas propuestas a los estudiantes y las maneras como el profesor conduce la clase (Parada, Pluinage & Sacristán, 2013).

Por su parte, el espacio de trabajo geométrico personal (Kuzniak & Richard, 2014), se vincula con la construcción de un ambiente concebido para que los estudiantes experimenten con geometría elemental; ambiente que suponemos relacionado con los recursos orquestados por los profesores para propiciar el aprendizaje.

Teniendo en consideración este enfoque, la investigación se ocupa fundamentalmente de reconocer posibles usos de recursos digitales que hacen

profesores de educación primaria para la enseñanza de la geometría. En esta perspectiva, las preguntas de investigación serían las siguientes:

- ¿De qué manera los profesores seleccionan, adaptan, reelaboran y orquestan recursos digitales para la enseñanza de la geometría?
- ¿Qué caracteriza el proceso documental que los profesores desarrollan mientras usan recursos digitales en sus clases de geometría?
- ¿Qué actividades matemáticas de los estudiantes, relacionadas con la construcción de un espacio de trabajo geométrico personal, promueven los profesores al usar recursos digitales?

### **Algunos antecedentes**

Como señalan Bressan, Bogisic y Crego (2000), la enseñanza de la geometría aparece con renovado rigor en los currículos internacionales de matemáticas (avanzando en el reconocimiento del valor empírico e intuitivo de la geometría en la construcción de conocimiento matemático), sin embargo, en contraposición a lo anterior, la práctica exhibe que los escasos contenidos geométricos trabajados a lo largo de la educación básica se reiteran cada año, sin mayor cambio en su extensión y complejidad.

De esta forma, continúan persistiendo dificultades en la enseñanza de la geometría que repercuten en el aprendizaje de los estudiantes, tal como se evidencia en los desempeños de los estudiantes en pruebas estandarizadas.

Resultados internacionales del *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) en Colombia (Instituto Colombiano de Fomento a la Educación Superior, 2010), México (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2003) y Chile (Agencia de la calidad de la educación, 2011), evidencian que las actividades que con menor frecuencia realizaron los estudiantes, entre los seis a los catorce años, se relacionan con el trabajo con figuras, líneas y ángulos para resolver problemas. TIMSS sugiere que es prioritario que se preste especial atención a tópicos relacionados con formas geométricas en los primeros grados de escolaridad.

Igualmente, se resalta que los profesores de primaria manifiestan sentirse menos preparados para enseñar geometría, en comparación con otros aspectos de las matemáticas escolares, tales como números y presentación de datos; también manifestaron recibir una débil preparación específica para enseñar matemáticas, incluso, por debajo de la media internacional. En conclusión, TIMSS sugiere atender la formación de profesores de educación primaria, prestando especial atención a los aspectos relacionados con la enseñanza de la geometría.

Estas dificultades persistentes en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría han sido estudiadas desde diversos puntos de vista: epistemológicos, didácticos y cognitivos.

En un acercamiento epistemológico, Bkouche (2009) ha determinado que el saber geométrico de los profesores en educación primaria corresponde a lo que ha descrito como geometría elemental, la cual estudia problemas relacionados con la forma, la igualdad, la congruencia y la semejanza. Al respecto, destaca dos aproximaciones importantes: una de ellas concibe la geometría como una ciencia empírica que trata del estudio de sólidos y superficies, configurándose como problemas centrales las formas y tamaños; la otra aproximación, reconoce el carácter hipotético-deductivo de la geometría, por lo cual adquiere importancia el discurso lógicamente organizado con fines de construir razonamientos y pruebas.

No obstante, es necesario precisar que, si bien las aproximaciones empírica e hipotético-deductiva de la geometría no se excluyen ni se restringen la una ni a la otra, es posible reconocer que el saber seleccionado por profesores de educación primaria se aproxime más a un enfoque empírico de la geometría.

En este sentido, destacamos la mirada didáctica de la geometría natural (Houdement & Kuzniak, 2006), en la cual se prioriza la mediación de instrumentos en el aprendizaje de la geometría que permiten explorar el mundo sensible que rodea al estudiante a partir de la intuición, la experiencia y posteriormente, la deducción.

Kuzniak (2011) propone la construcción de espacios de trabajo geométrico personal, a través de la acción del sujeto sobre el mundo sensible y un posterior proceso de abstracción relacionado con las propiedades matemáticas de los objetos geométricos. Esta mirada permitirá entonces caracterizar, desde una perspectiva didáctica, la geometría que se moviliza en los recursos digitales usados por profesores en educación primaria.

### **Ejemplo de análisis de uso de un recurso digital**

A manera de ejemplo, proponemos el análisis de un recurso digital, cristalizado en un documento, que contempla el uso de un tangram digital (Figura 2), con el cual se propone que estudiantes de primaria avancen en el reconocimiento de las figuras con la mediación de la geometría dinámica y la experimentación de ideas geométricas elementales, en la cual se prioriza la validación de la realidad a través de aquello que es sensible (Houdement & Kuzniak, 2006; Kuzniak & Richard, 2014.).

Siguiendo el planteamiento de Kuzniak y Richard (2014), la posible configuración de espacios de trabajo geométrico personal para el aprendizaje de los estudiantes se relaciona con el diseño de tareas en un ambiente didácticamente concebido para que ellos resuelvan problemas matemáticos. El problema propuesto, de geometría elemental

en este ejemplo, es que los estudiantes configuren cuadrados con el número de fichas que deseen.

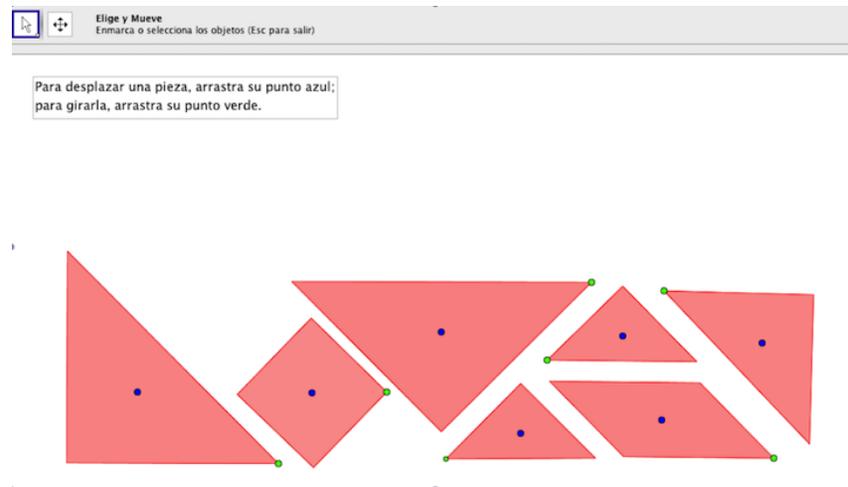


Figura 2. Tangram en geometría dinámica.

En cuanto al ambiente para resolver el problema, nótese las selecciones previstas en el diseño de la tarea: el color homogéneo de las figuras, su disposición en la pantalla y las posibilidades de arrastre de cada pieza, ya sea, desplazándola con el punto azul o girándola con el verde.

Otro elemento importante del software dinámico tiene que ver con el control de las herramientas. Los estudiantes solo tienen disponible el puntero y desplazamiento de pantalla, restringiendo las posibles acciones de los estudiantes, mientras intentan resolver el problema.

Las probables producciones de los niños pueden ser las que se muestran en la Figura 3, en las que es posible reemplazar ciertas piezas del tangram por otras, conservando las características de la figura cuadrado.

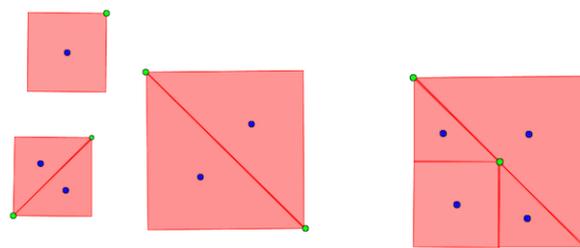


Figura 3. Posibles producciones de los estudiantes.

En términos de la orquestación, interesa la organización y disposición de la clase, destacándose la gestión del profesor como elemento central para la construcción de los

aprendizajes de los estudiantes. El ambiente didáctico generado a partir del tangram en geometría dinámica invita a que los estudiantes indaguen sobre sus producciones, por ello la tarea se puede desarrollar en pequeños grupos con una plenaria posterior. La intervención del profesor es vital para que los estudiantes profundicen en su experimentación: ¿Qué hicieron? ¿Cómo lo hicieron? ¿Cómo pueden comprobar que su construcción cumple con los requisitos para ser cuadrado?

Con este tipo de diseños se espera recoger información suficiente sobre los posibles usos que hacen los profesores de recursos digitales (selecciones, modificaciones, orquestaciones), cómo documentan ese proceso y cómo reconoce el tipo de actividad matemática que desarrollan los estudiantes relacionada con la construcción de un espacio de trabajo geométrico personal.

### Diseño metodológico de la investigación

El enfoque metodológico se caracteriza por ser predominantemente cualitativo; el diseño permite la delimitación de unas unidades de análisis y posibilita el estudio de casos y la consideración de los datos (Ver Figura 4). Antecedentes de este tipo de investigación se pueden encontrar en Askew y Canty (2013) y en Parada, Pluinage y Sacristán (2013).

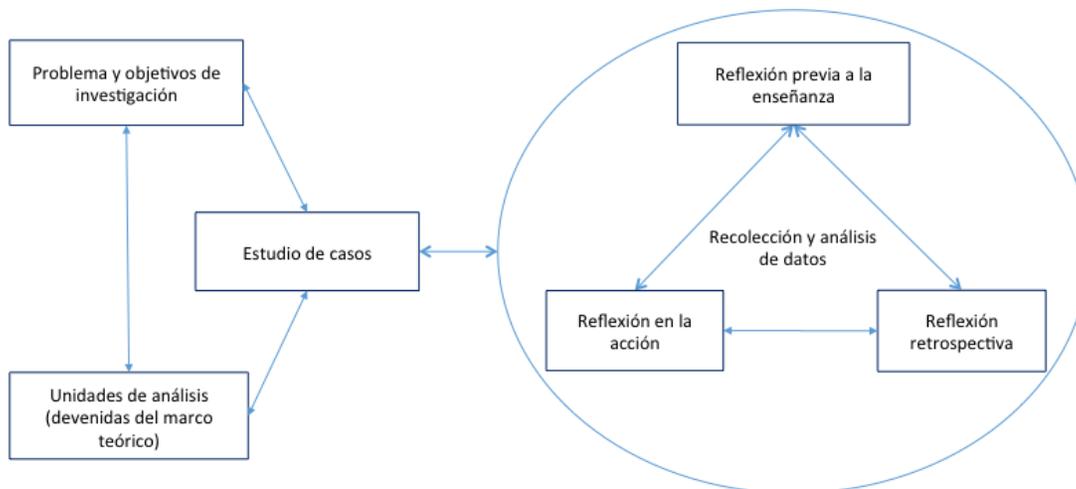


Figura 4. Diseño metodológico.

Esta investigación propone un estudio de casos con un grupo de profesores de educación primaria, que trabajan en una institución educativa pública en el departamento del Valle del Cauca (Colombia). Éstos han participado en un proceso de formación en su propia institución educativa y en programas de cualificación auspiciados por el Estado, en los cuales se ha enfatizado en la integración de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas. Dicha formación ha posibilitado que los profesores realicen trabajo colaborativo e integren recursos digitales a sus clases, ya que

la institución ha auspiciado que cada aula cuente con cañones de proyección (video *beam*), acceso internet, computadores y tabletas electrónicas para los estudiantes.

A continuación se presentan las fases de la investigación:

- Preliminar: delimitación de las unidades de análisis y diseño del dispositivo experimental. Incluye la elaboración de una aproximación al estado del arte, y el diseño de instrumentos para la recolección, y posterior, análisis de datos.
- Estudio de casos: corresponde a la fase de trabajo de campo y comprende la elaboración del contexto de la institución y descripción de la población de estudio, selección de los casos a estudiar, toma de datos de la clase y determinación de los episodios a estudiar.
- Análisis de datos. Priorización y segmentación de la información, vaciamiento de los datos en las rejillas de análisis y elaboración del análisis.

Metodológicamente, por tratarse de una investigación cualitativa implica considerar varias fuentes de información a través de entrevistas, cuestionarios y filmación de clases. La configuración del estudio de casos contempla el reconocimiento del contexto de la institución educativa donde se desarrollará el trabajo y una descripción detallada de la población de estudio, que incluye una descripción del programa de formación (de más de tres años de duración) en el cual participaron los profesores.

Igualmente, interesa el diseño de instrumentos de recolección de datos *in situ*, para dar cuenta de las orquestaciones propuestas por los profesores cuando usan recursos digitales en sus clases. Para el análisis de datos se diseñarán rejillas de análisis para recoger información sobre las variables que consideran los maestros cuando usan recursos digitales.

## Referencias

- Agencia de la calidad de la educación (2011). *Resultados TIMSS 2011. Estudio internacional de tendencias en matemática y ciencias*. Santiago de Chile. <http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/uploads/2013/02/resultados-timss-18-dic-2012.pdf>
- Artigue, M. (2011). La educación matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, desafíos. *XIII Comité Interamericano de Educación Matemática*. 26-30 junio. Recife: CIAEM.
- Askew, M. & Canty L. (2013). Teachers and researches collaborating to develop teaching througuh problem solving in primary mathematics. In: Margolinas, C. (Ed.) *Task designing in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22* (vol. 1, pp. 423-432). Oxford.
- Bressan, A., Bogisic, B & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*. Buenos Aires: Novedades educativas.

- Bkouche, R. (2009). *De l'enseignement de la géométrie*. REPERES - IREM. (No. 76, juillet, 85-103).
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards New Documentation Systems for Teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*. 11, 175 – 193.
- Instituto Colombiano de Fomento a la Educación Superior (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Resumen ejecutivo*. Bogotá: Cadena.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2003). *Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias Naturales (TIMSS): Resultados de México en 1995 y 2000. Informe técnico*. México.  
[http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Cuadernos\\_investigacion/cuatro/Completo/3ertimss.pdf](http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Cuadernos_investigacion/cuatro/Completo/3ertimss.pdf)
- Kuzniak A. (2011) L'Espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 16, 9–24.
- Kuzniak, A. & Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Relime*. Diciembre, 17, 1, 191-210.
- Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*. Marzo, 31-51.
- Parada, E; Pluinage, F. & Sacristán, A. (2013). Reflexiones en una comunidad de práctica de educadores matemáticos sobre los números negativos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 33,3, 233-266.
- Trgalová, J. & Jahn, A. P. (2013). Quality issue in the design and use of resources by mathematics teachers. *ZDM Mathematics Education*. 973-986.