

## Diseño de una e-actividad sobre aplicaciones de las integrales en Economía como cuaderno de trabajo para el alumno

Concepción Paralera Morales; Ana María Martín Caraballo

### Resumen

Este artículo muestra el desarrollo de una actividad dirigida a mejorar la comprensión del uso de las integrales en algunos conceptos que se imparten en los Estudios de Economía. Los alumnos han elaborado una e-actividad con los contenidos y ejercicios, que les sirve como cuaderno de trabajo. De esta manera se fomenta el aprendizaje autónomo e individualizado. Para la elaboración de la misma, se ha utilizado la calculadora Classpad 300.

### Abstract

This work describes the development of an activity aimed at improving the understanding of the use of integrals in a degree in Economics. The students have carried out an e-activity, which can be used as a workbook, with different contents and exercises. This procedure promotes an individual and autonomous learning process. This activity was performed with Classpad 300.

### Resumo

Este artigo mostra o desenvolvimento de uma atividade dirigida para melhorar a compreensão do uso das integrais em alguns conceitos que são distribuídos nos estudos de economia. Os estudantes elaboraram uma e-atividade com conteúdos e exercícios, que lhes servirá como caderno de trabalho. Desta maneira se fomenta a aprendizagem autónoma e individual. Para a construção da mesma, se utilizou a calculadora Classpad 300.

### 1. Introducción

Una de las opciones que presenta la ClassPad 300 es la creación de ejercicios electrónicos que van a ser utilizados posteriormente por el alumnado como si se tratase de “un cuaderno de trabajo”, permitiendo al alumno un aprendizaje autónomo e individualizado, así, cada alumno aprende a su propio ritmo y de acuerdo a sus propios métodos de resolución.

Las e-actividades pueden consistir, como cualquier problema de un libro de texto tradicional, en líneas de texto, cálculos algebraicos, funciones, representaciones gráficas de funciones y análisis de diferentes parámetros relacionadas con las mismas, geometría en 2D y 3D, gráficos de cónicas, gráficos estadísticos, resoluciones numéricas, notas, enlaces de geometría dinámica, hojas de cálculo, etc.

Por otra parte, como si de un "libro de ejercicios" se tratara, permiten al alumno comprobar el éxito o no del problema tratado en los siguientes aspectos:

- Visualización del desarrollo y progreso en un ejercicio.
- Revisión, repetición, comprensión de los puntos ya aprendidos.
- Reflexión.
- Vía de actualización del trabajo en formato electrónico.
- Motivación y preparación para la vida real.

En este trabajo se propone al alumno que realice una actividad que puede desarrollar con la calculadora gráfica CLASSPAD 300. Esta actividad está dirigida a los alumnos de primer curso de la Licenciatura en Administración y Dirección de Empresas y la Diplomatura en Ciencias Empresariales (por tanto, son alumnos que están en su primer año de universidad).

La actividad propuesta, se divide en dos partes; en la primera de ellas el alumno debe buscar los conceptos propuestos por el profesor y elaborar el material con el que va a trabajar en un documento de Word y, en la segunda, realizar una e-actividad con los contenidos, incluyendo tres actividades propuestas donde se aplique la materia seleccionada así como la posterior resolución de las mismas con la calculadora. Los resultados que el alumno obtenga los presentará en el mismo documento de Word al que se ha hecho referencia anteriormente, capturando las pantallas necesarias para que quede constancia de cómo se ha realizado.

El tema propuesto para el alumno es una aplicación de las integrales en Economía, en concreto, con aplicaciones de las integrales definidas. Para ello, debe definir los siguientes conceptos; excedente del consumidor, excedente del productor y en las medidas de concentración de la renta, las curvas de Lorenz, el índice de Gini y su interpretación.

## 2. El desarrollo de los contenidos

Sea  $p = D(q)$  la curva de demanda de cierto artículo y  $p = O(q)$  la curva de la oferta del mismo artículo. Denotamos por  $q$  la cantidad del artículo que puede venderse a un precio  $p$  por unidad. En general, la función de demanda es una función decreciente indicando que los consumidores dejarán de comprar si el precio se incrementa. Por otro lado la función de oferta es una función creciente porque los productores proveerán más si consiguen precios más altos.

### • Excedente del Consumidor

A medida que el precio se incrementa, la demanda decrece. Esto implica que los consumidores estarían dispuestos a comprar el artículo a un precio más alto que el precio de equilibrio en el mercado  $p_0$ , que es en realidad el que deberían pagar.

**Definición:** El excedente del consumidor es la diferencia entre lo que el consumidor está dispuesto a pagar por la compra de  $q_0$  unidades y lo que realmente paga. Habitualmente se denota por EC.

De esta forma, la siguiente integral definida nos permite calcular el valor del excedente del consumidor:

$$EC = \int_0^{q_0} (D(q) - p_0) \cdot dq = \int_0^{q_0} D(q) dq - p_0 \cdot q_0$$

### • Excedente del Productor

De manera similar, en un mercado de libre competencia existen también productores que estarían dispuestos a vender un artículo a un precio menor que el de equilibrio de mercado  $p_0$ , que los consumidores deben en realidad pagar.

**Definición:** El excedente del productor se define como la diferencia entre lo que le supone al productor la venta de  $q_0$  unidades (al precio unitario  $p_0$ ) y lo que obtendría vendiendo cada unidad de forma separada. Habitualmente se denota por EP.

El excedente del productor se calcula mediante la integral definida:

$$EP = \int_0^{q_0} (p_0 - O(q)) \cdot dq = p_0 \cdot q_0 - \int_0^{q_0} O(q) dq$$

Otras de las aplicaciones de las integrales definidas es el cálculo de las medidas de concentración de la renta y desigualdad que pasamos a describir brevemente:

### • Medidas de concentración de la renta

En Economía, a menudo es de interés conocer la distribución personal de la renta en una población y relacionado con ello, disponer de un número que indique cómo se concentra la riqueza en dicha población. Para estos dos fines se utilizan habitualmente dos descriptores que reciben el nombre de Curva de Lorenz e Índice de Gini.

#### Curva de Lorenz

Esta curva se utiliza para estudiar la distribución personal de los ingresos. Así, si  $x$  es el porcentaje acumulativo de receptores de ingresos, ordenados de más pobres a más ricos, e  $y$  es el porcentaje acumulativo de ingresos, entonces la igualdad de la distribución de ingresos viene dada por la recta,  $y = x$  (equidad perfecta).

Toda curva de Lorenz se encuentra entre la línea de perfecta equidad y la línea de perfecta desigualdad (hay un individuo que recibe toda la renta y el resto no recibe nada). Las curvas de Lorenz pueden utilizarse para comparar gráficamente distribuciones de rentas de distintos dominios geográficos siempre y cuando dichas curvas no se corten. Cuanto más próxima esté la curva de Lorenz de la diagonal (equidad perfecta), más equitativa será la distribución de la renta de ese país o región. Otra forma de observar la curva de Lorenz es estimando el área de la superficie que se encuentra entre la curva y la diagonal. Esa superficie se llama área de concentración. Cuanto mayor sea esta área, más concentrada estará la riqueza y cuanto más pequeña sea, más equitativa será la distribución de la renta del país o región representado.

#### Índice de Gini

El índice Gini,  $G$ , es un índice de concentración de la riqueza y equivale al doble del área de concentración. Este índice toma valores entre 0 y 1. de esta forma,

cuanto más cercano a 0 sea  $G$ , menor será la concentración de la riqueza y la distribución de la renta será más equitativa. En cambio, cuanto más próximo sea a 1, mayor será la concentración de la riqueza, con lo que mayores serán las desigualdades de la distribución de la renta en la población establecida.

Dada la curva de Lorenz  $L(x)$  que representa a una distribución de la renta, el índice de Gini se define como:

$$G = 2 \cdot \int_0^1 (x - L(x)) \cdot dx$$

### 3. El desarrollo de los contenidos seleccionados con CLASSPAD

En primer lugar el alumno debe seleccionar en la calculadora el tipo de operación que va a realizar, en este caso una e-activity.

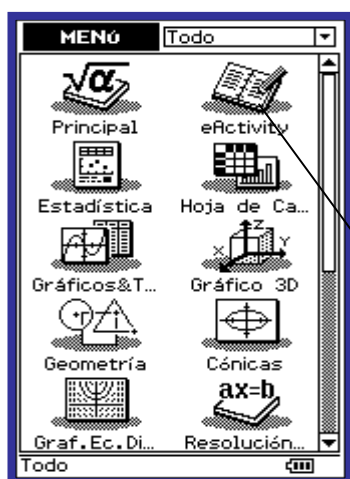


Figura 1

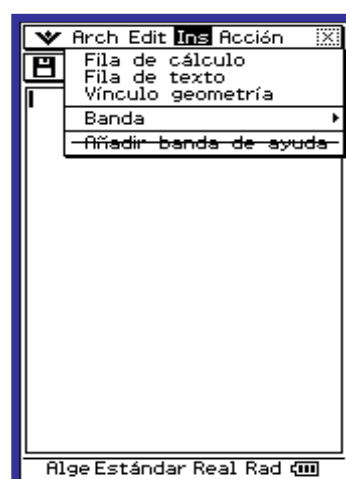
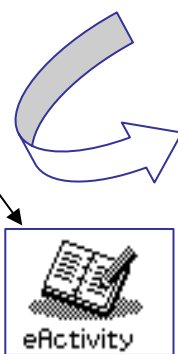


Figura 2

Para insertar los datos en la e-activity el alumno puede utilizar las líneas de texto, de cálculo, las bandas de datos o de ayuda. Las líneas de texto permiten ver y editar texto directamente en la ventana de la e-activity (no hay limitación en el número de líneas que pueden contener); las líneas de cálculo, realizar cálculos cuando se introduce una expresión matemática; las bandas de datos de una aplicación se usan para insertar datos desde otras aplicaciones de la CLASSPAD (éstas contienen un nombre y un botón de expansión para ver los datos en una ventana inferior) y por último, las bandas de ayuda donde se puede añadir un texto de ayuda a cualquier banda de datos.

La primera acción que se realiza con la calculadora es insertar una banda de datos donde el alumno pondrá sus datos para identificar la e-activity que está realizando, tal y como puede observarse en la Figura 3.

En la Figura 4 se comienzan a desarrollar los contenidos que se han detallado anteriormente.

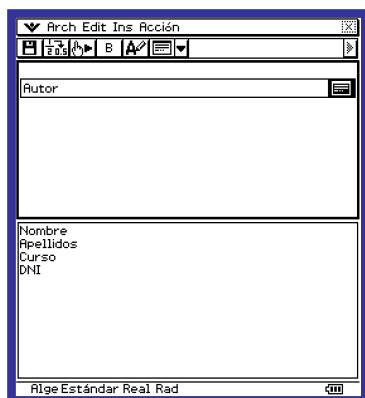


Figura 3

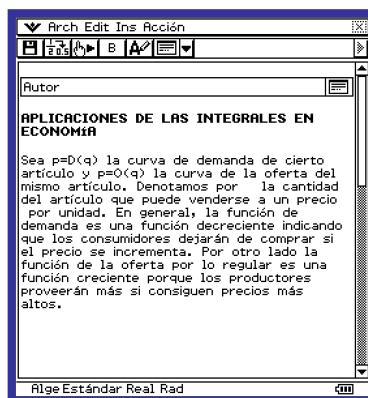


Figura 4

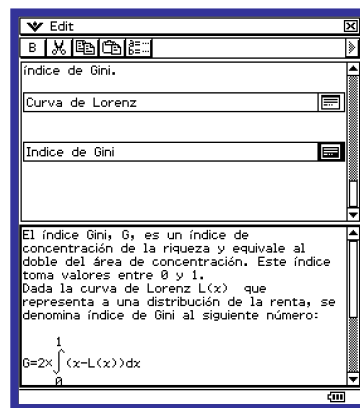
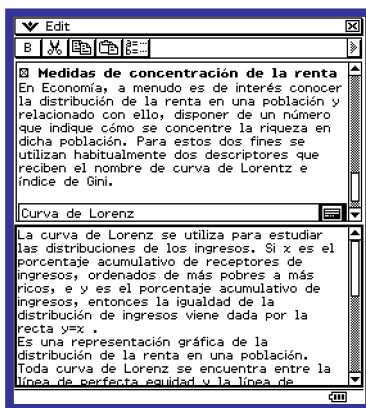
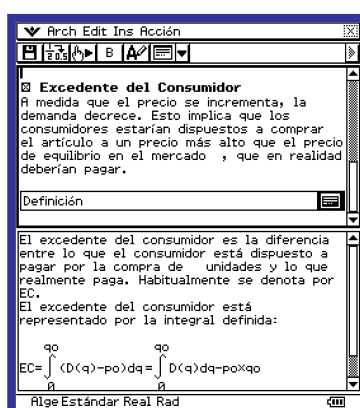
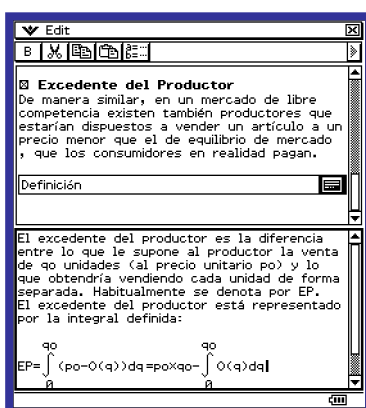


Figura 5

En las pantallas que aparecen en las Figuras 5 y 6 quedan detallados el resto de contenidos.

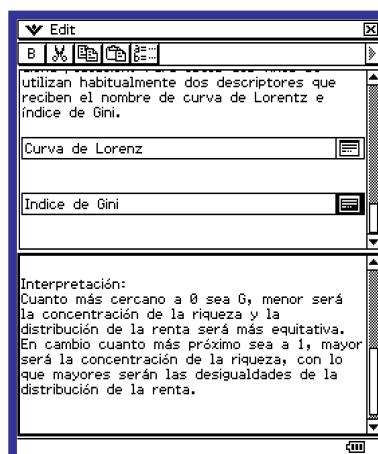


Figura 6

#### 4. Actividades propuestas por el alumno

En este apartado el alumno debe incorporar las pantallas correspondientes a cada uno de los problemas propuestos tal y como puede observarse en la Figura 7, y que posteriormente tendrán que resolver con la calculadora.

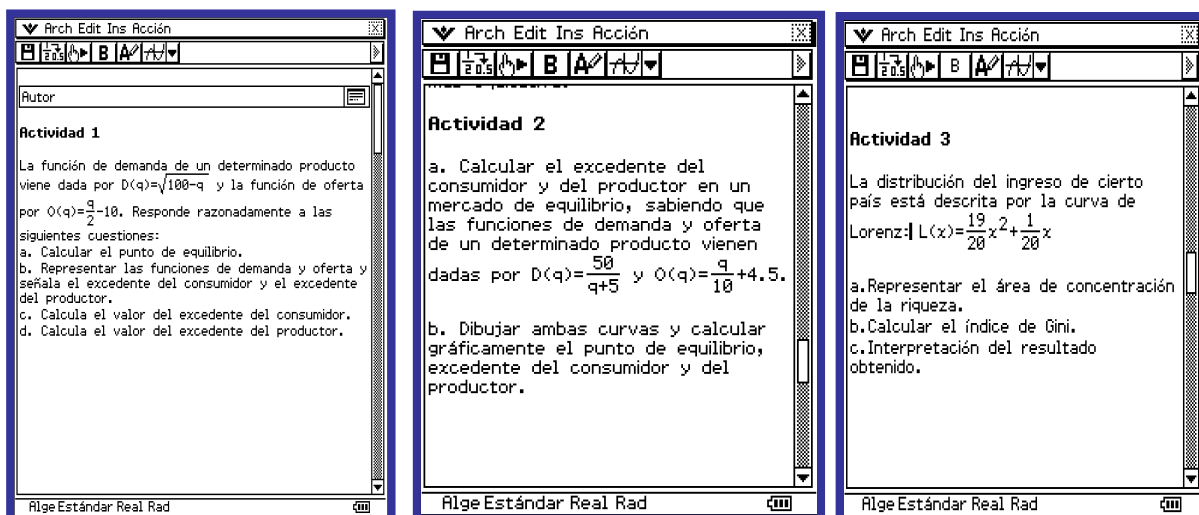


Figura 7

#### 5. Resolución de las actividades con la CLASSPAD

##### Actividad 1

En primer lugar el alumno debe buscar cuál es el punto de equilibrio resolviendo la ecuación que resulta de igualar las funciones de oferta y demanda según se puede ver en la siguiente figura:

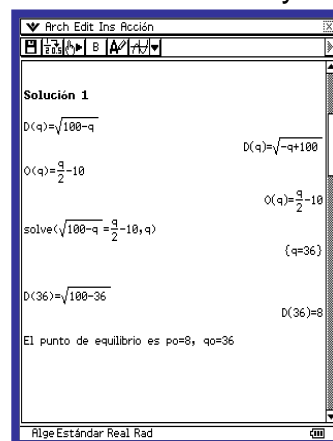


Figura 8

Una vez obtenido el valor de  $q_0$ , el correspondiente  $p_0$  se calcula sustituyendo en la función de oferta o demanda

A la hora de obtener gráficamente el excedente del consumidor y del productor, el alumno previamente debe insertar una banda de datos de gráfico y definir las funciones que va a representar. Una vez seleccionada la banda de gráfico, ésta

aparece en la parte inferior los ejes donde aparecerán representadas las funciones tal y como puede verse en la siguiente figura:

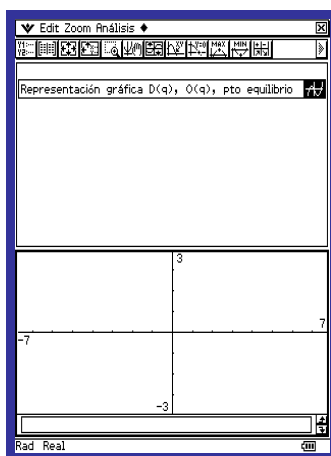


Figura 9

El siguiente paso a dar es definir las funciones. Una vez realizado, se representan tal y como puede observarse en la Figura 10, donde podemos ver el punto de equilibrio, y las regiones correspondientes al excedente del consumidor y del productor.

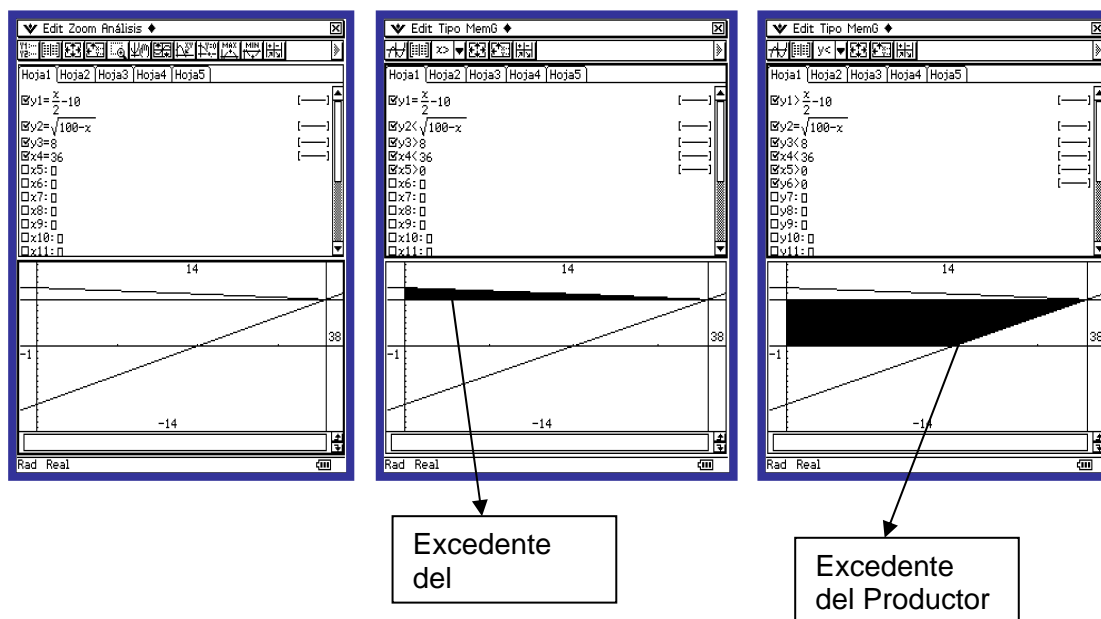


Figura 10

Una vez que se ha realizado la representación gráfica, el siguiente paso es calcular analíticamente cuál es el valor correspondiente al excedente del consumidor y del productor. En este punto es necesario insertar líneas de texto en primer lugar y de cálculo después, que nos permitan obtener el valor numérico de ambas expresiones.

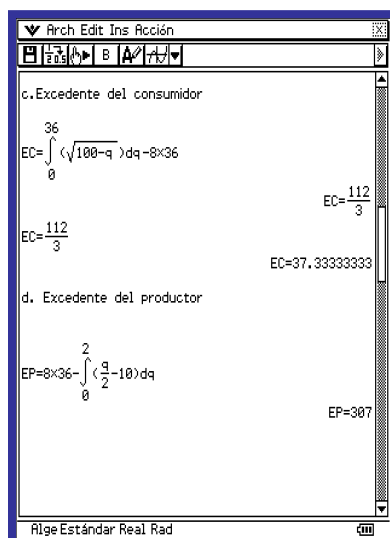


Figura 11

## Actividad 2

De igual modo en esta otra resolución se alternan las líneas de texto con las de cálculo para poder ir resolviendo el problema. Los resultados numéricos se pueden expresar también en formato decimal.

Una vez calculado el punto de equilibrio como la intersección entre las curvas de oferta y demanda, calculamos gráficamente el excedente del consumidor y del productor, indicado en la siguiente figura:

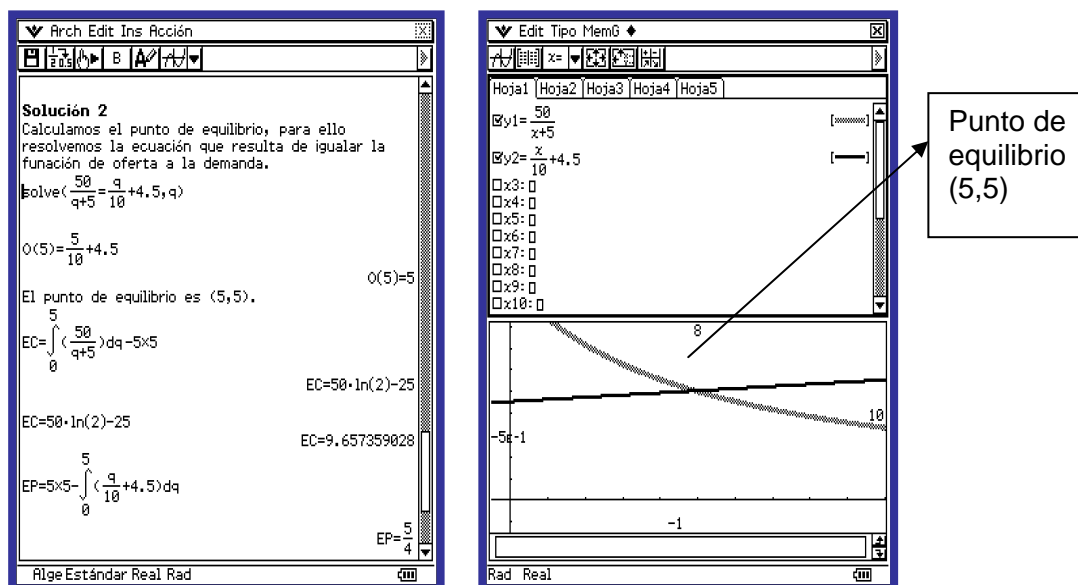


Figura 12

Las regiones que determinan el excedente del consumidor y del productor pueden observarse en la Figura 13:



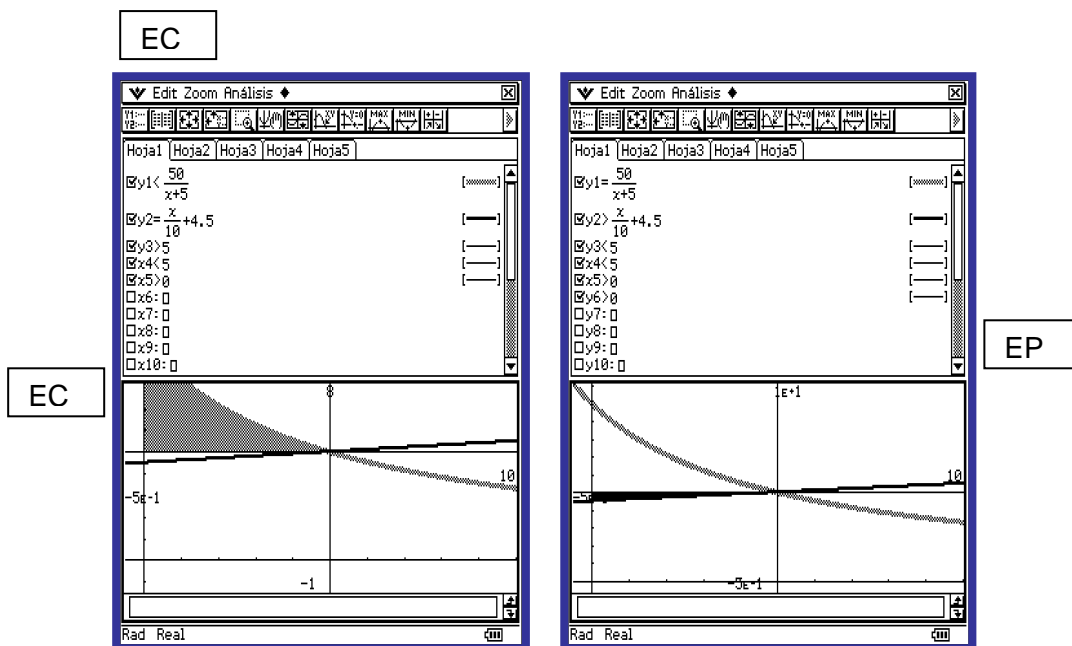


Figura 13

### Actividad 3

Como se ha visto anteriormente, otra aplicación de la integral definida es el cálculo del área de concentración de la riqueza, así como del índice de Gini.

En este caso el alumno debe, en primer lugar, representar la curva de Lorenz, así como la línea de perfecta equidad. Para ello puede hacer uso de una banda de gráfico.

A continuación, para poder representar él área de concentración de la riqueza, hacemos la intersección de las regiones que determinan ambas curvas, obteniendo la región que mostramos en el siguiente gráfico, para lo que previamente habrá que haberlas definido (Figuras 14 y 15).

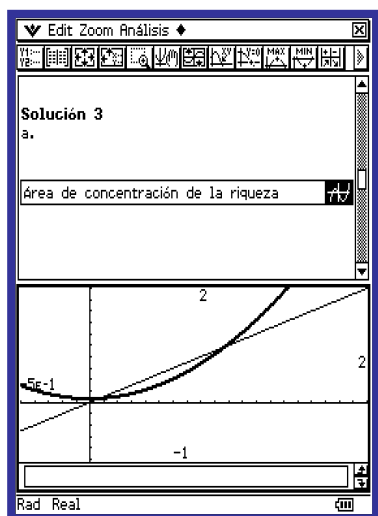


Figura 14

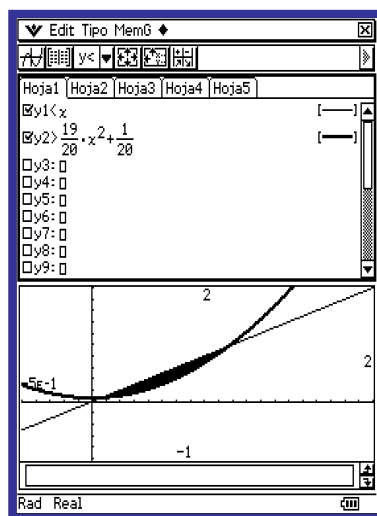


Figura 15

Por último, en la figura 16 se muestra el cálculo del índice de Gini y la interpretación del resultado obtenido:

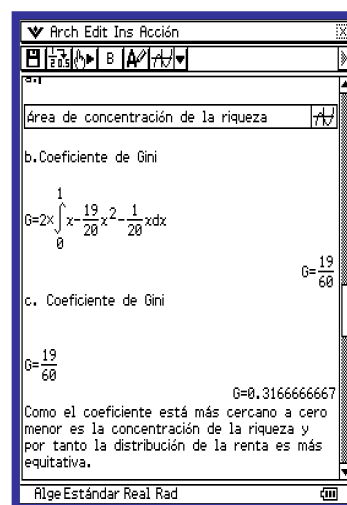


Figura 16

Una vez que el alumno finaliza el desarrollo de los contenidos y ejercicios propuestos, así como la realización de los mismos, debe elaborar el documento (en el procesador de textos) donde se recogerán todas las pantallas necesarias para ver cómo se han ido aplicando las distintas herramientas de la calculadora. Una vez finalizado se evaluará dicho trabajo mediante unas pautas que se indican en el epígrafe siguiente.

## 6. La evaluación del alumnado

Para la evaluación de la actividad realizada por el alumno se tendrán en cuenta:

- La rigurosidad con la que se hayan tratado los conceptos propuestos en la elaboración del documento (20%).
- Uso de la calculadora para el desarrollo de los conceptos (30%).
- Número y calidad de las actividades propuestas (20%).
- Resolución de las mismas con la calculadora (30%).

Se valorará positivamente a aquellos alumnos que deseen hacer una presentación de su e-activity mediante la aplicación de la herramienta de presentaciones de la calculadora.

## Bibliografía

- Arya, J.C.; Lardner, R.W. (2002). *Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía*. Pearson Educación, México.
- Haeussler, F., Ernest, JR. (2003). *Matemáticas para la Administración y Economía*. Pearson Educación. Décima edición, México.

**Concepción Paralera Morales. Ana M<sup>a</sup> Martín Carballo.** Licenciadas en Matemáticas por la Universidad de Sevilla, Doctoras por la Universidad Pablo de Olavide (Doctorado en Administración y Dirección de Empresas) y profesoras en la Universidad Pablo de Olavide. [cparmor@upo.es](mailto:cparmor@upo.es) , [ammarcar@upo.es](mailto:ammarcar@upo.es)