

LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

MARIBEL ANACONA

El presente artículo intenta señalar algunos aportes de la Historia de las Matemáticas en la reflexión educativa. Se parte de la consideración de que en los estudios históricos acerca del desarrollo de un concepto se evidencian elementos lógicos y epistemológicos claves en el proceso de constitución teórica, que posibilitan no sólo una mejor comprensión del concepto, sino que revelan aspectos característicos de la actividad matemática de construcción, que merecen ser tenidos en cuenta por el docente en sus propuestas educativas. De igual manera, estos estudios muestran que las matemáticas, como construcción humana, están ligadas a diferentes dinámicas sociales. Desde esta perspectiva, se promueve una actitud diferente frente al conocimiento matemático y a su enseñanza, pues éste aparece en una interesante relación con otras formas de expresión de la cultura, tales como el arte y la filosofía.

The purpose of this paper is to point out some contributions of Mathematics History to the educational reflection. The starting point is the consideration that, in historic studies about concept development, key logic and epistemological elements to the process of theory constitution are evidenced. Not only do these elements improve the understanding of the concept, but they also reveal characteristic aspects of the mathematical activity of construction which deserve to be considered in teachers' educational proposals. Likewise, these studies show that mathematics, as human construction, is linked to different social dynamics. From this perspective, a different attitude towards mathematical knowledge and its teaching is promoted, since this knowledge appears in an interesting relationship with other forms of cultural expression, like Arts and Philosophy.

Palabras claves: Educación Matemática, Historia de las Matemáticas, formación de profesores.

INTRODUCCIÓN

Cada vez adquiere más fuerza en el ámbito internacional la discusión sobre los vínculos existentes entre Historia de las Matemáticas y Educación Matemática. Pese a los diferentes proyectos de investigación, congresos y artículos que se han desarrollado alrededor de esta temática en las últimas décadas, aún no existe en la comunidad académica una total claridad y consenso sobre los aportes que desde la Historia se puedan ofrecer a la reflexión en Educación Matemática.

El presente artículo intenta aportar algunos elementos a esta reflexión, a partir de los diferentes estudios, prácticas educativas y proyectos de investigación, desarrollados en el Grupo de Historia de las Matemáticas¹ del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle (Colombia). Las consideraciones que aquí se plantean, responden a una percepción personal de la experiencia docente e investigativa del equipo y, por tanto, no compromete posturas de otros integrantes del mismo.

En la primera parte del artículo, se caracterizan tres maneras de abordar el trabajo histórico, desde cada una de las cuales se señalan aspectos conceptuales que apuntan y contribuyen a la reflexión educativa. En segundo lugar, se presentan diversas formas de incidencia de la Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. Para tal efecto, se consideran fundamentalmente dos dimensiones educativas, una ubicada en la formación de profesores y otra ligada a procesos de aprendizaje.

ALGUNOS TEMAS DE REFLEXIÓN EN HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

Tradicionalmente se han distinguido dos maneras de abordar el trabajo histórico en torno al conocimiento científico, una internalista y otra externalista. Desde la corriente internalista, se considera que el objeto de la Historia de las Ciencias, es la ciencia misma. Es así como se trata de hacer una historia de los conceptos, atendiendo básicamente su estructura lógica de producción. Desde la externalista, se considera que las explicaciones sobre acontecimientos científicos se pueden obtener primordialmente desde el ámbito social, postura que se acerca más a una sociología de las ciencias.

1. Desde hace un poco más de doce años, este equipo de profesores realiza diferentes trabajos en Historia de las Matemáticas, bajo la coordinación del profesor Luis Carlos Arboleda; y desde hace unos ocho años, sus reflexiones y trabajos se inscriben en el plan de desarrollo del Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía.

Cada una de estas formas de trabajo, asumidas desde una posición exclusivista, no brinda suficientes elementos para hacer una historia íntegra y completa sobre la producción y evolución de los conceptos científicos. Desde la primera postura, se dejan de lado factores que han incidido de manera definitiva en la construcción y apropiación del conocimiento. Se origina en esta clase de estudios la idea de que el desarrollo científico es independiente del contexto social y cultural; para el caso de las matemáticas, se transmite tácitamente la concepción de que son una disciplina no contaminada por el medio que la rodea, una disciplina considerada fundamentalmente como un armazón lógico que se va descubriendo de manera autónoma. Desde la corriente externalista se corre el riesgo de limitar el estudio a una historia que señale el contexto sociocultural, las condiciones políticas, económicas o religiosas en que emergen los conceptos, y deje de lado el entramado teórico en sí. Sería entonces hacer una historia de las matemáticas por fuera de las matemáticas, lo cual resulta vacío y sin fundamento.

Sin embargo, existe un tercer camino que trata de reconciliar estas dos posturas filosóficas y metodológicas. Es posible pensar en un trabajo en Historia de las Matemáticas que dé cuenta de los complejos procesos de génesis, evolución y consolidación de una teoría matemática, sin olvidar que estos procesos de construcción se desarrollan en el marco de un contexto sociocultural, donde circulan de manera particular concepciones pedagógicas, filosóficas y teológicas, así como políticas educativas, entre otras. Aquí se parte de la premisa de que las matemáticas son, ante todo, una actividad humana; una construcción social compleja edificada durante miles de años en arduos procesos de interrelación cultural. Esto significa que las matemáticas se encuentran ineludiblemente ligadas a su historia; una historia que da cuenta de su desarrollo conceptual, sobre la base de que tal desarrollo tiene lugar en medio de complejas dinámicas sociales. Es así como los estudios históricos, desde una perspectiva cultural, exigen tener en cuenta nuevas y ricas variables al analizar los procesos de construcción teórica.

Ubicados en esta forma de concebir las matemáticas y el trabajo histórico, se pueden identificar varias perspectivas o temáticas de análisis, que dan lugar a posibles líneas de investigación dentro del trabajo histórico, a saber: Historia y epistemología de las matemáticas, Historia y enseñanza de las matemáticas e Historia social de las matemáticas.

En los estudios *histórico-epistemológicos* juega un papel esencial, el análisis del proceso de construcción teórica de un concepto. Sin embargo, éste se realiza teniendo siempre en cuenta el contexto particular de producción teórica. Aunque los estudios se realizan fundamentalmente al interior de la teoría, ellos se elaboran bajo la consideración de que el discurso mate-

mático es una actividad de razonamiento que se desarrolla en un medio sociocultural específico.²

Esta clase de estudios ofrece significativos aportes a la Educación Matemática, pues tener un conocimiento sobre los diversos aspectos y conceptos que han incidido en la construcción de una teoría, permite formarse una idea más completa del discurso matemático en la que aparecen otros elementos constitutivos de las matemáticas y su actividad, los cuales generalmente se ocultan bajo una presentación acabada y netamente formal. Por ejemplo, el *continuo* y el *infinito* navegan de manera intuitiva en los primeros años de universidad; la referencia a ellos en los textos es especialmente técnica y operatoria, lo cual esconde las discusiones y riquezas conceptuales que los rodean. En los cursos de cálculo se trabaja con límites, funciones continuas, sumas infinitas, convergencia de sucesiones y series en los reales; sin embargo, una conceptualización que vaya más allá del uso técnico, es difícil de encontrar. Para un acercamiento más integral a conceptos tan complejos como continuo e infinito es necesario estudiar algunos de los momentos claves en el proceso de su constitución teórica.

Un estudio histórico-epistemológico acerca de la génesis y consolidación de estos conceptos da cuenta de la complejidad que los rodea y de los múltiples aspectos que incidieron en su construcción teórica. Además, en un estudio de esta naturaleza, tal como lo presentan Salanskis y Sinaceur (1992)³, el concepto de continuo se muestra como el resultado de intensas discusiones de carácter matemático, físico, filosófico y teológico. Una mirada a la concepción aristotélica del infinito y el continuo, por ejemplo, ofrece explicaciones de carácter filosófico acerca de la manera de ser y de la forma de existencia de estos conceptos en sus orígenes, aspectos claves para comprender la naturaleza de los mismos.⁴ Los trabajos de Cantor, por su parte, revelan la instauración del infinito en acto, hecho que condujo a un derrumbamiento del infinito como concepto único, pues abrió la puerta a la construcción de infinitos infinitos. Además, al igual que Dedekind, Cantor aborda el continuo con un tratamiento puramente aritmético, en contraposición al geométrico que tenía desde la antigüedad griega.

2. En esta perspectiva se han elaborado varios trabajos de investigación en el Grupo de Historia de las Matemáticas. Como ejemplo se puede mencionar la tesis doctoral “La representación de funciones en la obra de René Baire” del profesor Luis Recalde, próxima a ser sustentada.
3. Este libro recoge variados artículos de reconocidos investigadores europeos, quienes abordan la génesis y desarrollo conceptual del continuo desde aspectos históricos, filosóficos, ontológicos, matemáticos y físicos.
4. En esta línea se ubica el proyecto de Maestría en Educación Matemática, titulado “De la matemática de la continuidad aristotélica a la filosofía del continuo matemático”, que actualmente adelanta el profesor Fernando Gálvez.

Estas nociones matemáticas de alto nivel de abstracción, fundamentales en el desarrollo de las matemáticas y de difícil aprendizaje, desbordan toda intuición sensible y, por tanto, un estudio que dé cuenta de las condiciones lógicas que intervienen en el proceso de constitución en objeto matemático, contribuye a una mejor comprensión de los conceptos de continuo e infinito.

En los estudios relacionados con la *Historia y enseñanza de las matemáticas* se analizan aspectos, conceptos o métodos históricos que pueden incidir, directa o indirectamente, en las reflexiones sobre la enseñanza o el aprendizaje de las matemáticas. Las formas directas de intervención son aquellas posibilidades de aprovechar un estudio histórico en el ámbito de una propuesta educativa. Están relacionadas fundamentalmente con estrategias didácticas de intervención. Las formas indirectas de incidencia, son aquellas que circulan en el ámbito escolar a veces de manera inconsciente, tales como las concepciones acerca de las matemáticas y su enseñanza. Es importante mencionar, que no se trata aquí de ahondar en esta presentación, pues una amplia caracterización de estas formas de incidencia de la historia en la enseñanza, es el propósito de la segunda parte del artículo.

Los trabajos en *Historia social de las matemáticas* se relacionan con el análisis de los diferentes procesos de elaboración, apropiación y transformación de teorías y saberes matemáticos en contextos socioculturales propios. En este tipo de investigaciones, además del análisis epistemológico del concepto o la teoría, se requiere de un complejo estudio de las diferentes condiciones sociales y culturales del país o la comunidad, para comprender, en una dimensión más amplia las dificultades de difusión, recepción y apropiación de tal concepto o teoría. Esto conlleva a la observación de instituciones educativas, al análisis de textos de enseñanza, a la revisión de currículos y directrices político-educativas y, en general, al estudio de todas aquellas dinámicas académicas y educativas, que inmersas en un contexto social particular, obstaculizaron o hicieron posible la incorporación y apropiación de ciertos conceptos. En últimas, se pretende identificar y caracterizar los diversos aspectos que han contribuido a la formación de una cultura matemática en una comunidad específica. Esta clase de estudios hace parte de una concepción más general que ha tomado fuerza en América Latina y que se conoce como Historia Social de las Ciencias (Arboleda, 1993, p. 24)⁵.

Un estudio sobre la recepción de las geometrías no euclidianas en Colombia, se instaura en esta clase de problemáticas. Para acercarse de manera más integral a lo sucedido a principios del siglo pasado con la llegada de las geometrías no euclidianas a Colombia y, en particular, para entender la postura antagonista del profesor Julio Garavito Armero, no es suficiente identi-

5. En este documento el autor presenta una interesante clasificación y caracterización del tipo de estudios y problemas que se pueden considerar desde esta perspectiva histórico-social.

ficar los errores matemáticos en la “prueba” del quinto postulado o conocer sus apasionados escritos en contra de la instauración de las geometrías no euclidianas, sino que se hace necesario revisar las concepciones filosóficas más predominantes, las políticas educativas, e incluso, el ambiente de practicidad que se vivía en nuestro país. Un estudio articulado de todos estos aspectos, permite comprender que en ese momento histórico y en las condiciones socioculturales del país, la única geometría viable en los ambientes escolares e intelectuales era la geometría euclidiana (Arboleda y Anacona, 1996).

Otras temáticas de interés en esta línea de trabajo son, por ejemplo, la relación matemáticas-diversidad cultural y la formación de cultura científica en Colombia. Estas temáticas pueden enfocar cuestiones como el estudio de: aspectos etnomatemáticos, la incidencia de teorías matemáticas en la comunidad académica y educativa del país, la producción original de teorías en nuestros entornos culturales⁶, etc. Desde este tipo de estudios se espera contribuir a una mejor comprensión de las condiciones de nuestra inserción histórica en la modernidad y a una caracterización de una cultura matemática y educativa propia.⁷

INTERVENCIÓN DE LA REFLEXIÓN HISTÓRICA EN EL ÁMBITO EDUCATIVO

Las reflexiones de este apartado se hacen sobre la consideración de que la Educación Matemática es un campo de naturaleza interdisciplinaria (Vasco, 1994)⁸ y, por tanto, las problemáticas educativas deben ser pensadas tanto desde cada una de las disciplinas que la configuran, como desde el conjunto de disciplinas, en un esfuerzo por trascender el nivel de agregado disciplinar (Arboleda y Castrillón, en prensa). Este esfuerzo debe finalmente traducirse en la elaboración de propuestas conjuntas en las que intervengan las diferentes disciplinas con sus propios conceptos y métodos. No obstante la necesidad del trabajo conjunto e interdisciplinar, el propósito de este tra-

6. Actualmente la profesora Gabriela Arbeláez aborda, en su tesis doctoral, el estudio de los trabajos de Indalecio Liévano sobre el continuo y el infinito.

7. En esta línea recientemente el Grupo de Historia junto con el equipo REHSEIS de la Universidad París 7 desarrolló el proyecto “Formación de cultura científica en Colombia: el caso de las matemáticas y la física, (1880-1940)” (Arboleda y Paty, 2002). En este proyecto participaron los profesores Luis Carlos Arboleda, Maribel Anacona, Gabriela Arbeláez, Regino Martínez-Chavanz, Michel Paty y Martin Zerner.

8. En este artículo el profesor Vasco ubica a la Educación Matemática en un octógono de ocho disciplinas, que permite pensarla como distinta de ellas pero a su vez impensable sin ellas. La Historia de las Matemáticas ocupa uno de los vértices del octógono.

bajo es identificar y caracterizar las posibles formas de incidencia de la Historia en la Educación Matemática.

En el análisis se consideran tres componentes: el alumno, el profesor y el conocimiento matemático. Esta tríada no es de manera alguna estática; las reflexiones de los docentes inciden en los estudiantes y naturalmente una comprensión más integral del discurso matemático por parte de los alumnos, tendrá consecuencias en la formación de los futuros docentes.

Aquí, el conocimiento matemático está mediado por una reflexión educativa a partir de los estudios en Historia de las Matemáticas. En efecto, desde los diversos estudios históricos se pretende mostrar que **las matemáticas son una construcción humana**, y como tal, están ligadas al ámbito social y cultural que las produce. Con esta postura filosófica, se pretende contribuir al derrumbe de la concepción tradicional, según la cual se considera a las matemáticas como una disciplina completamente abstracta y formal, desligada del hombre y de su entorno. Se intenta mostrar, por el contrario, que las matemáticas son el producto de una actividad viva de razonamiento en la que han intervenido históricamente, de una u otra manera, diversos aspectos del contexto sociocultural.

A partir de una concepción de las matemáticas como construcción social, se propende por una enseñanza dinámica en la que se replantean constantemente tanto los contenidos, como las maneras de comunicarlos. Estudiantes y profesores podrán ver las matemáticas como una actividad del hombre, con vínculos con el arte, la historia, la filosofía y otros campos del conocimiento. Una disciplina en la que también tienen lugar el error, el fracaso y, por supuesto, la creatividad. Esta postura filosófica tiene consecuencias en todos los escenarios del ámbito educativo; por tal motivo ocupa un lugar central en el diagrama de la Figura N° 1; desde ahí, y hacia allá, apuntan las formas de incidencia del discurso histórico.

El diagrama bosqueja las posibles formas de intervención de la reflexión histórica en el ámbito educativo, en dos escenarios. Uno ligado a procesos de aprendizaje de conceptos o teorías matemáticas⁹ y otro ubicado en la formación inicial y continuada de profesores de matemáticas. En el primero se ubican aquellas propiedades de los estudios históricos, que inciden en un mejor acercamiento al conocimiento matemático; es el lugar de los estudiantes. En el segundo escenario, se ubican las características del trabajo histórico que son especialmente útiles en el diseño de diversas actividades de tipo didáctico; es el lugar de los profesores. La reflexión histórica en torno a cada uno de los escenarios incide en el otro, como lo representan las flechas entre éstos en el diagrama. A continuación se desarrollan cada uno de los escenarios.

9. Es importante decir aquí que la experiencia adquirida en el Grupo de Historia es fundamentalmente en el ámbito de la educación universitaria.

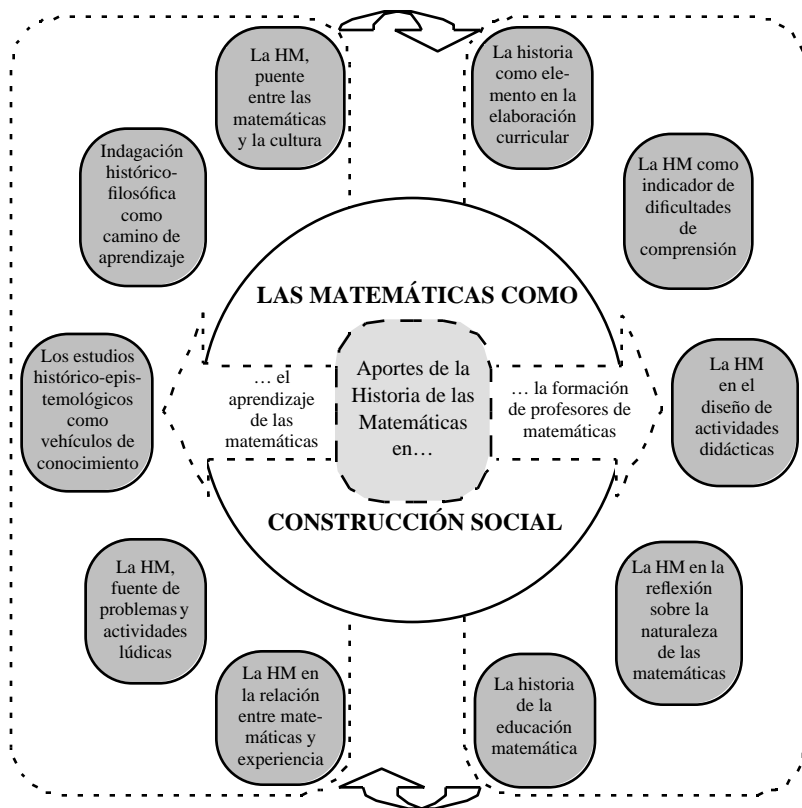


Figura N° 1. Intervención de la reflexión histórica en el ámbito educativo^a

a. En el diagrama, la expresión abreviada para *Historia de las Matemáticas* es HM.

Intervención de la reflexión histórica en la formación de profesores de matemáticas

Existen algunos aportes de la reflexión histórica que interesan especialmente a los profesores en sus reflexiones acerca de la enseñanza. El estudio de los procesos matemáticos de construcción, generalmente ocultos en una presentación exclusivamente formal o en la presentación escolar, aporta elementos conceptuales, metodológicos y epistemológicos, que el docente puede emplear en sus propuestas educativas. A continuación se describen algunas de las posibles formas de incidencia.

La historia de las matemáticas como elemento en la elaboración de un currículo

Varios autores han señalado la importancia de considerar la historia de las matemáticas como uno de los componentes en la elaboración del currículo (Sierra, 1997; Moreno, 1998), sobre la base de que existe una especie de paralelismo entre el proceso de evolución de un conocimiento matemático y el que siguen los jóvenes en el proceso escolar de aprendizaje de dicho conocimiento. Independientemente de aceptar como válida esta postura, sí es importante reconocer que la historia, en un interjuego con el análisis epistemológico, da luces sobre la naturaleza del conocimiento matemático. Esto es de hecho importante cuando se pretende diseñar unos contenidos, pues la Historia muestra que detrás de ciertos conceptos matemáticos se encuentran nociones que han sido esenciales en su génesis o en su proceso de construcción. Pensar por ejemplo, en introducir el concepto de diferencial o integral sin considerar previamente un tratamiento didáctico de las nociones de infinito, límite y continuo, dará como resultado un manejo netamente operatorio y algorítmico que no da cuenta de la riqueza teórica que involucran estos conceptos.

La Historia de las Matemáticas como indicador de dificultades para la comprensión

La Historia es un indicador de la complejidad epistemológica de ciertos conceptos matemáticos y, por ende, de la posible dificultad en su aprendizaje. El conocimiento de las múltiples facetas en la construcción histórica, ofrece al docente un panorama más real que le permite comprender las eventuales dificultades que tengan sus estudiantes al enfrentarse a ese nuevo conocimiento.

Desde esta perspectiva, un aporte de la reflexión histórica reposa en la toma de consciencia, por parte del profesor, acerca de la complejidad de ciertos conceptos matemáticos. Un ejemplo que permite ilustrar la importancia de esta intervención histórica, lo constituye el reconocimiento de los entramados filosóficos y epistemológicos que rodean al concepto de número real. Así, una revisión histórica sugiere al docente el pensar en estrategias que superen la simple pretensión de “hacer entender” a los estudiantes el conjunto de los reales, con todas sus propiedades algebraicas, de orden y topológicas, en una exposición magistral de dos horas.

La Historia de las Matemáticas en el diseño de actividades didácticas

Una manera de ver la intervención directa de la Historia en la enseñanza de las matemáticas es a través de la elaboración de actividades didácticas de

carácter histórico. Con esta idea, se han realizado varios trabajos en Francia a nivel de la educación secundaria (Barbin y Douady, 1996)¹⁰, en los cuales se ha recurrido a la utilización de textos históricos, al estudio de un concepto en distintos momentos históricos y a la ilustración de un método de resolución acorde a una época en particular, etc.

La utilización de textos históricos resulta muy atractiva para los estudiantes, quienes se sorprenden con las técnicas, los símbolos y lenguajes utilizados, ampliando así su panorama de resolución del problema (Barbin et al.)¹¹. La demostración y el rigor, por ejemplo, conceptos transversales en las matemáticas y su enseñanza, se dinamizan enormemente al comparar varias pruebas de un mismo resultado en momentos históricos distintos. El análisis de estas pruebas muestra, entre otras, que las nociones de demostración y rigor no son estáticas e inamovibles, sino que han sido construcciones ligadas a concepciones filosóficas acordes con la época y la cultura.¹²

La Historia de las Matemáticas en la reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas

La importancia de las reflexiones históricas sobre las distintas concepciones frente a la naturaleza de las matemáticas reposa en la intención de que el docente tome consciencia de la postura que comparte y de sus posibles implicaciones didácticas (Santos Trigo, 1993).

Desde una concepción exclusivamente formalista de las matemáticas, un profesor, consciente o inconscientemente, hace énfasis en los procesos lógicos de demostración y en la forma rigurosa de presentación de un concepto. De igual manera, se establecen tácitamente en el ámbito escolar algunos elementos de poder: el discurso matemático se presenta perfecto y acabado, esquivo a la mayoría de los seres humanos; y, el profesor y el texto, se convierten en una autoridad académica infranqueable, cuya función principal radica en juzgar la validez de las producciones de los estudiantes.

Si por el contrario, el profesor considera que las matemáticas son una construcción humana rodeada de múltiples contingencias y relacionada con otras disciplinas, reflejará esta concepción en su relación con el conocimiento matemático, con el texto y con los estudiantes. Propiciará reflexiones y

10. En este libro las autoras recopilan varios trabajos de investigadores en Educación Matemática de los IREM de Francia, en los que se muestran las posibilidades de la Historia como estrategia didáctica.

11. Este libro, compuesto de quince artículos, relata experiencias de inserción de la historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria, en la universidad y en la formación de adultos.

12. Desde esta consideración, el Grupo ha diseñado el curso *Historia de las Matemáticas en la Didáctica de las Matemáticas*, ofrecido a los estudiantes de la Especialización en Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

diversas actividades en las que los estudiantes sientan que no es un conocimiento acabado sin lugar para la creatividad.¹³

La historia de la educación matemática

El análisis de ciertos momentos claves en la historia de la educación matemática colombiana, se constituye en una manera de responder a la pregunta sobre la identidad intelectual colombiana, específicamente en lo que se refiere a la identidad en el campo de la educación. En términos generales, se espera que este tipo de estudios sobre las prácticas educativas en el país, brinde explicaciones históricas, epistemológicas y pedagógicas de nuestro pasado, con el fin de encontrar luces sobre aspectos de la cultura y de la educación en matemáticas en el presente, lo que puede ser aprovechado por parte de los docentes, los directivos y la comunidad académica escolar, para hacer más viables futuros proyectos educativos.

Un ejemplo de este tipo de estudios, lo constituye el análisis de la influencia de la propuesta matemática de Bourbaki en la educación universitaria colombiana.¹⁴ En este trabajo se pretende, entre otras, identificar cuáles fueron las formas más representativas de incidencia de la propuesta estructuralista en la enseñanza, de qué manera se presentaron y en qué medida se dieron. Se indaga, por ejemplo, si la incorporación de la propuesta bourbakista logró caracterizar y tipificar en su momento formas autóctonas de pensamiento, conductas y comportamientos, ligados a las diferentes actividades educativas e investigativas en el campo de las matemáticas en Colombia. O si por el contrario, se constituyó en una corriente filosófica más, que se impuso sin una profunda reflexión sobre su viabilidad para nuestras condiciones nacionales. Este estudio ofrecerá información sobre nuestra historia y prácticas pedagógicas, que tiene sentido tener presente cuando se asuma el reto de incorporar nuevas propuestas educativas en el país.

Intervención de la reflexión histórica en el aprendizaje de las matemáticas

Así como se mostraron diversas maneras de intervención del discurso histórico en la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas, se señalan a

13. Con estas ideas, se diseñó el curso *Elementos filosóficos de las matemáticas*, para los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y el curso *Matemáticas y realidad* para la Especialización en Educación Matemática, programas académicos del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

14. En la actualidad la autora de este artículo desarrolla su tesis "El formalismo matemático bourbakista en la educación superior en Colombia", en el marco del Doctorado en Educación realizado en la Universidad del Valle.

continuación otras particulares formas de incidencia; se trata de los aportes que puede ofrecer el análisis histórico en el proceso de aprendizaje.

La Historia de las Matemáticas en la relación entre matemáticas y experiencia

En un discurso netamente formal de las matemáticas, se eliminan las trazas de la actividad humana que las produjo. Precisamente, uno de los grandes propósitos de la Historia de las Matemáticas es reconstruir la heurística de tales procesos, para mostrar que son el producto del razonamiento humano en el marco de un contexto sociocultural. Esto significa reconocer que las matemáticas se han nutrido y han estado en interrelación con múltiples tipos de experiencia, ya sea de orden sensorial o intelectual, y que, por tanto existen interesantes vínculos con otras disciplinas del conocimiento tales como la física, la filosofía, la teología y el arte, entre otras, en sus diferentes procesos de génesis y evolución teórica.

Esta consideración humanizante de la ciencia genera en el aprendiz una posición distinta frente al conocimiento y estimula en él una participación analítica, crítica y creativa, distinta de aquella que se obtendría a partir de una exposición estática y acabada de los conceptos, en la cual todo está perfectamente terminado y donde las múltiples contingencias de construcción teórica quedan ocultas.¹⁵

Existen varios ejemplos históricos que nos muestran esta fructífera relación con el mundo de la experiencia. Uno de ellos se refiere a las construcciones aritméticas de los pitagóricos. En este pasaje de la historia, el número como ente abstracto y la “cosa” como ente concreto, están íntimamente relacionados. Los números eran conjuntos de puntos que se clasificaban ontológicamente de acuerdo con su forma geométrica. La figura geométrica era quien determinaba y caracterizaba al número; ella era efectivamente el constitutivo de su realidad. El número se presenta aquí como producto de una relación particular con el mundo sensible y acorde a las concepciones filosóficas de la época.¹⁶

15. En esta perspectiva histórica, el Grupo ha diseñado y coordinado el curso *Matemáticas y experiencia*, ofrecido a los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle.

16. Las ideas aritméticas de los pitagóricos son objeto de un artículo escrito por la autora de este artículo en conjunto con el profesor Arboleda. Este documento hace parte del libro “Matemáticas y experiencia”, escrito por diferentes miembros del Grupo y próximo a publicarse.

La Historia de las Matemáticas, fuente de problemas y actividades lúdicas

La Historia de las Matemáticas ofrece un rico manantial de problemas que pueden ser objeto de un tratamiento lúdico. Distintos momentos y grandes problemas teóricos, que ocuparon un lugar de importancia en la historia, se pueden convertir en actividades de matemáticas recreativas, en las que el juego y todos sus componentes pedagógicos ocupen un lugar central.¹⁷

Desde esta perspectiva, la historia se puede emplear para propiciar un acercamiento distinto al conocimiento matemático. Se pueden convertir los datos de un estudio histórico en actividades de naturaleza lúdica. Problemas referidos al infinito, las paradojas, los sistemas formales o las geometrías no euclidianas han ocupado un lugar importante en la historia de las matemáticas y constituyen importantes núcleos de saber. Por tanto, pensar en estrategias lúdicas para propiciar un encuentro informal con ellos, resulta de gran motivación en el proceso de aprendizaje.

Los estudios histórico-epistemológicos como vehículos de conocimiento

Un estudio histórico-epistemológico que dé cuenta de la génesis, evolución y consolidación de un concepto matemático en el marco de unas condiciones socioculturales, contribuye a un conocimiento del concepto matemático que trasciende los meros procesos algorítmicos.¹⁸ Este aspecto es de gran importancia para la Educación Matemática pues el estudiante y el futuro docente deben tener una visión más profunda de las matemáticas y de su actividad, de tal manera que le permita entender la composición, su finalidad, utilidad y sus relaciones con el entorno. Es importante recordar que no se trata de un análisis netamente internalista, sino que se consideran las particularidades del contexto sociocultural, así como la presencia de concepciones filosóficas en la génesis del concepto (Arboleda, 1983).

Han sido motivo de especial atención, estudios histórico-epistemológicos acerca de conceptos como número, continuo, infinito, límite, derivada, integral y convergencia de series, entre otros. Estos conceptos son fundamentales en el desarrollo del cálculo y el análisis y de difícil apropiación por parte de los estudiantes en los primeros años de universidad.

17. En el Área de Educación Matemática del Instituto de Educación y Pedagogía se diseñó y se tiene en marcha el curso *Matemáticas recreativas*, el cual ha contado con la participación de un buen número de profesores, quienes desde distintas disciplinas y perspectivas han aportado a esta reflexión.

18. En esta línea de acción, se ofrecen los siguientes cursos: *Historia de las Matemáticas, Geometrías no euclidianas, y Pruebas, demostraciones y refutaciones*, para estudiantes de pregrado y los cursos: *Historia del número y la magnitud e Historia del análisis*, para estudiantes de postgrado.

La indagación histórico-filosófica como camino de aprendizaje

La reflexión filosófica, por su naturaleza y variedad de interrogantes, permite recobrar el sentido del conocimiento matemático, el cual parece perderse en medio del tecnicismo y del formalismo a ultranza. Interrogantes acerca de lo que es un objeto matemático, acerca de la naturaleza del razonamiento, de los juicios de valor, de los paradigmas de conocimiento, etc., son vías que pueden conducir a una mejor comprensión de los conceptos y de la actividad matemática. Desde esta perspectiva se trata de que los estudiantes encuentren en los caminos de la filosofía y la historia, una forma no convencional, sugestiva y al mismo tiempo reflexiva, para comprender la naturaleza y dinámica de las matemáticas. De igual manera, se espera que este tipo de reflexiones forje en los futuros docentes un espíritu de constante indagación y crítica, indispensables en la vida académica y profesional.¹⁹

La Historia como puente de comunicación entre las matemáticas y la cultura

La Historia de las Matemáticas ofrece la posibilidad de mostrar los lazos que existen entre las matemáticas como construcción histórica y otras producciones culturales de la humanidad. Como lo hemos mencionado, esto conlleva a un acercamiento más humano a las teorías matemáticas y genera una aptitud diferente en los estudiantes, pues encuentran vínculos con manifestaciones culturales de su entorno, tales como la música, la pintura, la literatura, la arquitectura o el arte en general.

Es así como a partir de ciertos casos históricos, se trata de encontrar convergencia donde clásicamente se ha observado divergencia. Un ejemplo de ello, lo constituyen las relaciones entre matemáticas, arte y literatura. Las conexiones entre los números y la música en el pensamiento pitagórico, constituyen otro ejemplo. El papel que jugaron los artistas del Renacimiento en la caracterización del movimiento parabólico, es otro caso que se puede mencionar, pues ellos, antes que los teóricos, pintaron en sus obras —entre otras— las trayectorias que seguían las balas de un cañón y el camino que describían las fuentes de agua, lo cual contribuyó a la posterior descripción matemática.

De otro lado, esta mirada cultural de las matemáticas se constituye en un fructífero camino para acercarse al conocimiento matemático.²⁰ Conceptos como el de simetría y proporcionalidad se presentan de forma viva y significativa en obras de pintura y arquitectura (Pedoe, 1979); el infinito matemá-

19. Desde esta postura se ofrece el curso *Matemáticas y filosofía*, a estudiantes de todos los planes de la Universidad del Valle.

20. A partir de esta relación se creó el curso *Matemáticas, arte y literatura*, ofrecido a distintos planes de la Universidad.

tico puede tener una mejor recepción a partir de la lectura de cuentos y ensayos literarios, como los ya conocidos de Jorge Luis Borges (Recalde, 2000) y los conceptos de análisis y síntesis se pueden presentar de manera menos rígida a partir de algunos cuentos de Edgar Allan Poe (Arboleda, 2002).

Este es otro lugar desde el cual se insiste en el propósito de que los futuros profesionales tengan una idea más real y menos estereotipada de las matemáticas; una idea de una disciplina que aunque formal y abstracta tiene profundas raíces y relaciones con la cultura humana.

COMENTARIOS FINALES

Este intento por caracterizar algunas formas de incidencia de la Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática, muestra un panorama alentador. Sin embargo, no se quiere transmitir la idea de que sea una tarea fácil, ni mucho menos dejar en el ambiente la sensación de que las experiencias en el Grupo han sido siempre exitosas.

Se tiene plena consciencia de la complejidad de la problemática, en tanto que en ella intervienen diferentes dimensiones tales como el tipo de saber, la formación de los docentes, la situación concreta del currículo, las estrategias didácticas frente al saber del alumno, las concepciones acerca de las matemáticas, la historia y la didáctica y, naturalmente, los intereses de los estudiantes y de la sociedad (Vasco, 2002). La complejidad de esta problemática expresa la necesidad de continuar en esta reflexión, a través de propuestas y prácticas educativas, programas de formación, diversas estrategias de difusión, y naturalmente a través de proyectos de investigación, pues como lo afirma el profesor Vasco (2002):

[...] iniciar investigaciones en la historia de las matemáticas y de la educación matemática en cada país no es sólo un lujo teórico, sino una necesidad cultural para recuperar la historia de las ideas, las ciencias y las artes en el propio país, y el mejor vehículo para la autoformación y para involucrar y entusiasmar a otros docentes por la historia de las matemáticas.

Por lo anterior, se insiste en que el presente artículo se encuentra lejos de querer mostrar una relación transparente y completamente establecida entre la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática; su finalidad no es la de proponer lineamientos educativos para el aprovechamiento de la historia de las matemáticas en el mejoramiento de la enseñanza. Es simplemente un intento de situar el problema de la relación entre dos campos del

saber de naturaleza diferente pero complementaria y de presentar un esquema particular de análisis que contribuya a esta reflexión en el país.

REFERENCIAS

- Arboleda, L.C. (1983). *Historia y enseñanza de las matemáticas* (nº 4, Serie Epistemología, Historia y Didáctica de la Matemática). Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Arboleda, L.C. (1993). Tesis para la historia social de las ciencias en América Latina. En L.C. Arboleda, J. Arias y E. Armando (Vol. Eds.), *Historia Social de las Ciencias en Colombia: Tomo II. Matemáticas, Astronomía y Geología* (pp. 19-27). Bogotá: COLCIENCIAS.
- Arboleda, L.C. (2002). *El método de análisis en Poe*. Conferencia presentada en el Ciclo "Lunes de Debate". Universidad del Valle, Santiago de Cali.
- Arboleda, L.C. y Anacona, M. (1996). Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito Armero (1865-1920). *Revista Latinoamericana de las Ciencias y la Tecnología QUIPU*, 11 (1), 7-24.
- Arboleda, L.C. y Castrillón, G. (en prensa). Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica. En *Educación y formación del pensamiento científico*, Bogotá: ICFES-Universidad del Valle.
- Arboleda, L.C. y Paty, M. (2002). *Formación de cultura científica en Colombia: el caso de las matemáticas y la física, (1880-1940)*. (Informe presentado a ECOS-Nord). Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Barbin, E., Bkouche, R., Bühler, M., Friedelmeyer, J.P., Guillemot, M., Hallez, M., Jozeau, M., Kahn, C. y Plane, H. (1996). *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques*. Paris: Bulletin Inter-IREM epistémologie.
- Barbin, E. y Douady, R. (1996). *Enseñanza de las matemáticas: relación entre saberes, programas y prácticas*. París: Topiques éditions.
- Moreno, M. (1998). *Didáctica de la matemática en la educación secundaria. Manual para la formación inicial del profesorado de secundaria*. Almería: Universidad de Almería.
- Pedoe, D. (1979). *La geometría en el arte*. Colección punto y línea. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, S.A.
- Recalde, L. (2000). Borges y el infinito. En W. González (Ed.), *Filosofía en la ciudad* (pp. 165-192). Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Santos Trigo, L. (1993). La naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas. *Mathesis*, 9 (4), 419-432.

- Salanskis, J-M y Sinaceur, H. (Eds.) (1992). *Le Labyrinthe du continu. Colloque de Cerisy*. Paris: Springer-Verlag.
- Sierra, M. (1997). Notas de Historia de las Matemáticas para el currículo de secundaria. En L. Rico (Coord.), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 179-194). Barcelona: ICE-Horsori.
- Vasco, C. (1994). La educación matemática: una disciplina en formación. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 3 (2), 59-75.
- Vasco, C. (2002, noviembre). *Siete tensiones irresolubles en la articulación de la historia de las matemáticas con la enseñanza de las matemáticas*. Conferencia inaugural de la Primera Escuela Latinoamericana de Historia y Epistemología de las Matemáticas. Universidad del Valle, Santiago de Cali. (En línea. Documento disponible en <http://www.historiadelasmaticas.univalle.edu.co>).

*Maribel Patricia Anaconda
Área de Educación Matemática
Instituto de Educación y Pedagogía
Universidad del Valle
Santiago de Cali, Colombia
E-mail: maribel@univalle.edu.co*