UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Junio de 2010, Número 22, páginas 77-89
ISSN: 1815-0640

La Demostración en los programas de secundaria de matemática en Chile

William Antonio Campillay Llanos

Resumen

Una de las actividades matemáticas más desafiantes es la demostración. Este trabajo pretende describir el estatus de la demostración en los programas de secundaria en Chile, mediante una presentación de las actividades planteadas en el curriculum escolar y una propuesta general para incorporar esta actividad de manera continua durante el proceso educativo.

Abstract

One of the most challenging mathematical activities is the proof. This work tries to describe the status of the proof in the programs of secondary in Chile by means of a description of the activities raised in the school curriculum and one presents a general offer to incorporate this activity of a constant way during the educational process.

Resumo

Uma das atividades matemáticas mais desafiantes é a demonstração. Este trabalho pretende descrever o status da demonstração nos programas de ensino secundário em Chile, mediante uma apresentação das atividades propostas no currículo escolar e uma proposta geral para incorporar esta atividade de maneira contínua durante o processo educativo.

1. Un poco de historia para comenzar

La concepción de la demostración desde los años de la Grecia antigua no ha tenido grandes modificaciones hasta nuestros días, ha conservado su característica fundamental, que es la de entender la demostración como un encadenamiento de deducciones. Para realizar un estudio sintético de la demostración durante la historia nos hemos basado en una publicación de Evelyn Barbin (IREM du Mans, Francia), quien divide la historia de la demostración en tres etapas:

La primera corresponde a los tiempos de la cultura en Grecia, donde la demostración buscaba convencer en medio del debate. Como cultura chilena debemos considerar el gran aporte de este pueblo a nuestros pensamientos, y como no mencionar personajes como Sócrates, Platón, Aristóteles, Euclides, Pitágoras, entre otros, quienes han contribuido, con su aporte intelectual a la formación de nuestros ciudadanos.

La segunda etapa correspondiente, se sitúa en el siglo XVII, en aquellos tiempos se buscaba que las demostraciones aclararán más que convencieran, donde los métodos de descubrimientos desempeñaban un papel fundamental. Siglo en cuál se conforma una nueva visión de pensamiento, esta nueva forma de mirar el mundo, de una perspectiva más racional queda perfectamente reflejada en el pensamiento de un personaje francés llamado René Descartes (1596-1650), es importante destacar su aporte para el desarrollo de la humanidad, en su gran obra "El discurso del método" comienza escribiendo lo siguiente: ***"Le bon sens est la chose du monde du mieux portagée"***, esta aseveración incluye a la humanidad completa, es por eso que como sociedad Chilena, podemos reconocer y comprender que esta afirmación es una concepción que también corresponde a nuestro contexto cultural, pues concordamos que la razón es la cosa del mundo mejor repartida, mediante este pensamiento es que nosotros consideramos a nuestros estudiantes capaces de mirar el mundo de una manera racional, y por supuesto incorporar dentro de las actividades matemáticas, la tarea de demostrar.

Y la tercera comienza en el siglo XIX, donde se regresa al rigor, que permitió hacer frente a nuevas concepciones de los objetos matemáticos, lo cual trajo consigo problemas de fundamentos de la Matemática y la aceptación de teorías antiintuitivas o no evidentes.

Como se puede apreciar durante la historia de la Matemática, la actividad matemática de demostrar no ha sido simple, en ocasiones ha sido una tarea muy difícil, como es el caso de demostrar que el quinto axioma propuesto por Euclides, era dependiente de los otros, trajo consigo interesantes aportes a la matemática, pero la tarea fue dura y tuvieron que pasar siglos para aclarar esta demostración, la cuál trajo grandes frutos para la matemática, como no mencionar el último Teorema de Fermat, es por esto que es de esperar que en el procesos de enseñanza aprendizaje, se generen obstáculos didácticos de origen epistemológicos, pues esto se encuentra en la historia misma de la validación de las proposiciones matemáticas, tomando en cuenta lo anterior "No se trata de considerar los obstáculos externos como la complejidad, la fugacidad de los fenómenos, no de incriminar la debilidad de los sentidos y del espíritu humano; es en el caso mismo de conocer íntimamente que aparece por una suerte de necesidad funcional lentitudes y problemas. Uno conoce en contra de un conocimiento anterior[1]". Es por esto y por otras razones (explicitadas en las páginas siguientes) que es posible y necesario que los estudiantes comprendan la utilidad de la demostración y las construyan, ya que una postura que debemos asumir en la enseñanza de la matemática, es la necesidad de enfrentar a los estudiantes a situaciones similares que a los de los matemáticos para que creen su propio conocimiento. Y la demostración juega un rol fundamental en el mundo matemático.

2. La demostración en distintos contextos institucionales

A continuación presentamos diferentes contextos donde esta presente la actividad de demostrar.

2.1 Lógica y fundamentos de la matemática.

En este contexto la noción de demostración esta íntimamente ligada con la noción de deducción y de sistema axiomático, siendo el argumento deductivo el principal objeto de la lógica formal, es importante que se tenga un lenguaje y este debe ser rigurosamente presentado mediante símbolos elementales y reglas presentadas. Lo que es característico de un sistema axiomático, es que a partir de

[1] Bachelar

nociones fundamentales, las cuales no se pueden demostrar se deducen otros enunciados, llamados teorema, los cuales se admiten verdaderos si la validez de basa en las reglas lógica utilizas en el proceso de demostración. Consideremos como ejemplo el sistema axiomático de Euclides donde él propone los siguientes postulados:

1. Postúlese el trazar una línea recta desde un punto cualquiera hasta un punto cualquiera.
2. Y el prolongar continuamente una recta finita en línea recta.
3. Y el describir un circulo con cualquier centro y su distancia.
4. Y el ser todos lo ángulos rectos iguales entre si.
5. Y que si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, las rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán en el lado en el que están los (ángulos) menores que dos rectos.

Euclides en el libro primero de los *Elementos* plantea la proposición 47 (o teorema), la cuál se puede demostrar dentro del sistema axiomático presentado anteriormente.

Proposición 47: En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto.

Es así como se vive el proceso de demostración en la lógica y fundamentos de la matemática siendo la característica de este proceso la deducción, pero no debemos olvidar lo siguiente "¿Cuál es la naturaleza del razonamiento matemático? ¿Es realmente deductivo ? Un análisis profundo nos muestra que no es así; que "participa en una cierta medida de la naturaleza del razonamiento inductivo, y por eso es fecundo"[2] es por eso que quizás este contexto enmascara el razonamiento inductivo, debemos considerar que la aprobación de los axiomas o postulados se realizan mediante argumentaciones intrínsicamente inductivas.

2.2 Matemática profesional.

La idea de demostración tiene un fuerte cambio debido a que esta noción se transforma en un procedimiento puramente algorítmico, que puede ser materializado mediante el uso de los ordenadores, esto genera que la matemática actual este llena de demostraciones informales, bajo este contexto las demostraciones son inductivas pero no formales. Hoy día surgen nuevas estrategias para la validación de las proposiciones matemáticas estas se realizan en forma experimentales y principalmente con ordenadores, es por eso que podríamos describir la "demostración en la práctica real del matemático como un argumento convincente juzgado como tal por jueces calificados[3]". A pesar que esta noción de demostración no tiene mucha relación con la anterior si debemos reconocer que en ellas hay algún tipo de organización jerárquica, y para establecer la relación entre el contexto de la Lógica y fundamentos de la matemática y la Matemática profesional, citamos a Balachef (1987), quien distingue tres tipos de situaciones que requieren procesos de validación, las cuales se reconocen en el trabajo del matemático, él caracteriza estas

[2] Poincaré, 1902
[3] Hersh, 1993

situaciones por la función de las demostraciones producidas: para *decidir* y *convencer* estas dos primeras utilizan como criterio la eficacia, mientras que la tercera tiene la función de *saber* y el criterio es el rigor.

2.3 Ciencias experimentales

En este contexto la demostración se basa principalmente en prácticas argumentativas, generalmente del tipo empírico inductivas. Donde una proposición puede ser verdadera en circunstancias semejantes o con cierta probabilidad. A continuación presentamos como se concibe la validez de los enunciados de contenido empírico.

a) No tiene carácter absoluto y universal
b) Su validez se incrementa a medida que se muestran o producen más hechos que se ajusten al enunciado.
c) Un ejemplo que no se cumpla no invalida completamente la afirmación

2.4 Vida Cotidiana

Comúnmente en la vida cotidiana utilizamos una argumentación informal o natural, que depende del contexto, e incluso del estado emocional de la persona, Según Fernández y Carretero la lógica informal tiene las siguientes características:

a) Se aplica a la vida cotidiana, aunque también a cuestiones profesionales y académicas.
b) Está relacionada con la capacidad de elaborar y valorar argumentos y contra argumentos.
c) No utiliza un lenguaje formal o simbólico sino el lenguaje ordinario.
d) Es dinámico y muy dependiente del contexto.
e) Se aplica a tareas abiertas y mal definidas.
f) Se aplica a tareas no deductivas.

Durante el proceso de formación del estudiante un objetivo primordial es que tome conciencia de las diferencias y similitudes entre el lenguaje matemático y el lenguaje cotidiano, y que comprenda que la adopción de símbolos permite dotar de rapidez y eficacia al pensamiento, es importante hacer notar las diferencias debido a que cuando se habla en matemáticas, él lenguaje toma un rol fundamental, donde debe precisar el significado de los objetos a trabajar y por ningún motivo debe presentar ambigüedades, es decir debe ser uniforme y unívoco, donde cada objeto matemático tienen un significado preciso, que en la vida cotidiana puede tomar diferentes matices.

También es importante saber claramente que es una proposición matemática, esta es “Una afirmación que se refiere a objetos ya introducidos o definidos, siendo esta verdadera o falsa”.

<u>Ejemplo 1</u>*:* ¡*No*, *No quiero ir al cine*!

Esta afirmación en el lenguaje común equivale a decir, que por ningún motivo la persona ira al cine, pero si traducimos esto al lenguaje matemático esta afirmación tendrá el sentido de que si quiere ir al cine.

<u>Ejemplo 2</u>*:* También encontramos expresiones que tiene similitud, como:

“Para cada número par *p* hay algún número entero *k* tal que *p=2k*”

“Para cada calle de Santiago hay dos veredas”

3. Una propuesta para incorporar la actividad de demostrar

Como hemos visto en la primera y segunda parte apreciamos que no existe una concepción inmutable y única de la demostración, en relación a esto no podríamos tener una sola concepción de la demostración y menos caer en un rigor exagerado, lo cuál desvirtúa el sentido y funcionalidad de la demostración.

El cuadrado siguiente presenta un esquema basado en los contenidos de los programas chilenos, se presenta la demostración como un proceso continuo, acompañando a las otras actividades matemáticas. Dividiendo este proceso en cuatro etapas siendo las dos primeras análogas al los dos último estadio cognitivos propuesto por Piaget.

<table>
<tr><td>Quinto</td><td>Sexto</td><td>Séptimo</td><td>Octavo</td><td>Primero</td><td>Segundo</td><td>Tercero</td><td>Cuarto</td></tr>
<tr><td colspan="2">Etapa I</td><td colspan="3">Etapa II</td><td colspan="2">Etapa III</td><td>Etapa IV</td></tr>
</table>

Etapa I:

En esta etapa se encuentran los estudiantes que cursan quinto y sexto básico, en general tienen desde 10 a 12 años, es en este periodo donde los estudiantes deben observar construcciones geométricas para establecer algunas conjeturas, argumentar acerca de figuras, en esta etapa se debe poner énfasis a la geometría observativa.

Esta división del programa es coherente con los estadios cognitivos propuestos por Piaget, que corresponde al de operaciones concretas (7-11 años). El sujeto educativo en esta fase no sólo usa el símbolo, sino es capaz de usar estos de una manera lógica y, a través de la capacidad de conservar y llegar a generalizaciones. Es importante considerar que el niño ha adquirido la noción de conservación de superficies. Por ejemplo, puesto frente a cuadrados de papel se puede dar cuenta que reúnen la misma superficie aunque estén esos cuadrados amontonados o aunque estén dispersos. En esta etapa es fundamental aclarar la idea de una proposición matemática, la cuál corresponde a una “afirmación que se refiere a objetos ya introducidos o definidos, es decir, que tiene uno de los dos valores posibles V (verdadero) o F (falso)[4]”,

Etapa II:

Esta segunda etapa que hemos considerado como fundamental para motivar la actividad matemática de demostrar, los estudiantes tienen desde 12 a 15 años y es la etapa donde se le debe presentar la necesidad de demostrar con situaciones interesantes que permitan motivar e insertar al estudiante en la investigación para que conjeture y pueda aventurarse a demostrar. A diferencia de la etapa anterior,

[4] Cómo hablar, demostrar y resolver en matemática-Miguel de Guzman

donde el estudiante presentaba dificultades al aplicar sus capacidades a situaciones abstractas. Por ejemplo, si un adulto le dice "no te burles de “Juanito” porque es gordo... ¿qué dirías si te sucediera a ti?", la respuesta del sujeto en el estadio de sólo operaciones concretas sería: "Yo no soy gordo". Es recién desde los 12 en adelante, según Piaget, que el cerebro humano está potencialmente, para formular pensamientos realmente abstractos, es aquí el momento para comenzar con el razonamiento hipotético deductivo, se deben presentar actividades, a los estudiantes, para que comprendan la utilidad del razonamiento deductivo y los principales objetivos a alcanzar serán:

- Conocer un contra ejemplo suficiente para invalidar un enunciado.
- Comprender que unos ejemplos no son suficientes para comprobar la veracidad de una proposición.
- Una constatación de medidas sobre un dibujo no es suficiente para probar que un enunciado de geometría es verdadero.
- Saber enunciar el reciproco de una propiedad de la forma “Si…..entonces….”.
- Saber buscar y redactar encadenamientos deductivos.
- Saber expresar demostraciones simples utilizando escrituras.

Etapa III:

Los estudiantes tienen entre 15 y 17, es en este periodo que se puede presentar a los estudiantes el genero de tarea como necesario e importante dentro de las actividad matemática, para convencerse de las técnicas utilizadas en matemáticas que ha ocupado durante su proceso de formación, esto va acompañado con las unidades que facilitan este proceso, principalmente como “Lenguaje Algebraico”, Transformaciones Isométricas”, “Congruencia de Figuras Planas”, “Semejanza de figuras Planas”, “La circunferencia y sus ángulos”, “Más sobre triángulos rectángulos”

En esta etapa es importante, considerar y organizar una praxeología matemática que permita al alumno elaborar técnicas de razonamientos, para desarrollar los tipos de tareas relacionado con la actividad de demostrar.

Etapa IV:

Esta cuarta etapa los estudiantes tienen entre 17 y 18, esta corresponde a una etapa de reflexión, más bien evaluativa, la cuál corresponde al último año de formación del ciudadano en su etapa escolar, es por eso que en esta fase se debe motivar y presentar demostraciones que sean útiles y que complementen su formación, es importante destacar la utilidad de ésta actividad matemática debido a que uno de los ejes centrales para la formación del estudiantes son los objetivos fundamentales transversales, y en ellos se hace explicito la necesidad de formar seres que reflexionen razonadamente, que sean críticos y puedan contribuir al desarrollo social.

4. Descripción de los programas

Para comenzar nos planteamos la siguiente interrogante ¿Cuál es el estatus de la demostración en la educación chilena? “No debemos olvidar que lo que constituye una demostración varia de una cultura a otra, así como de una época a otra[5]" es por eso que como sociedad debemos llegar a un acuerdo general en relación a que objetivos se buscan con la intención de realizar la actividad matemática de demostrar

Cuando hablamos del estatus nos referimos a la posición que se le asignan a esta actividad matemática en los programas nacionales. Para comenzar este análisis debemos considerar el camino seguido durante la formación del estudiante, y como progresivamente se pretende que se aventure en la exploración del género de tarea de demostración, para esto, en un comienzo, realizamos una revisión exhaustiva de los programas de estudio de quinto a octavo básico, pues es necesario considerar esta etapa de estudio, ya que en ella se construye, a nuestro juicio, la intencionalidad matemática referida a desarrollar algunos elementos y habilidades matemáticas que permitan el estudio de esta disciplina, comprendiendo la importancia de la matemática como una actividad cultural importante.

A continuación presentamos frases y un análisis de los programas de Quinto a Octavo básico.

"*En el ámbito del espacio y de la geometría, se continúa el desarrollo del sentido espacial, el estudio de figuras y cuerpos geométricos, enfatizando las propiedades y relaciones geométricas que se pueden observar en diversas situaciones que están al alcance de niños y niñas (construcción, dibujo, manipulación) más que en sus definiciones y clasificaciones preestablecidas[6]". Este punto es importante a considerar, pues se manifiesta la necesidad de comprensión de los elementos geométricos, pretendiendo que se formen una idea de una manera intuitiva y puedan apreciar los elementes geométricos presentados mediante la observación, este paso es importante para comenzar con la geometría deductiva. También explícitamente nos encontramos con la palabra "Construcción" y consideramos que dentro de las actividades matemáticas que se trabajan a este nivel, debe tener una posición relevante en el que hacer del estudiante, pues la construcción en geometría implica redactar un programa de construcción el cuál en una primera instancia el estudiante debe "indicar los objetos matemáticos a construir, sus nombres, sus designaciones y sus particularidades, luego el sujeto educativo debe explicitar el orden en el cual a realizado las trazas, procurando no describir ni los instrumentos utilizados ni los gestos efectuados[7]*", esto permite que los estudiantes adquieran un orden mental y puedan estructurar ideas.

Una tarea fundamental de los docentes es procurar que las situaciones de aprendizaje propuestas a los niños y niñas les den múltiples oportunidades para:

- Explorar y probar estrategias diversas para resolver problemas.
- Desarrollar procesos ordenados y sistemáticos para la resolución de problemas o desafíos matemáticos.
- Comunicar procesos, resultados y conclusiones, incorporando, progresivamente, el uso de lenguaje matemático.
- Justificar, argumentar y fundamentar, tanto resultados como procedimientos;

[5] Wilder 1981.
[6] Programa de estudio de quinto básico.
[7] Libro de estudio sixieme, Hachette, Francia.

- Buscar y establecer regularidades y patrones, tanto en el ámbito de los números como del espacio y la geometría;
- Trabajar con materiales manipulativos concretos y simbólicos.
- Desarrollar trabajos individuales y colectivos, en los que discutan tanto sobre procedimientos y resultados como sobre el sentido de las actividades.
- Proponer nuevas preguntas y problemas.
- Detectar y corregir sus errores. (Programa de estudio de quinto básico)"

La pregunta natural que puede surgir ¿Cómo los docentes diseñan este tipo de actividades? Y ¿Cuáles son?, pero como esta no es la intencionalidad del trabajo, rescatamos los componentes teóricos que presentan los programas (Queda como una investigación a realizar, para responder la preguntas planteadas) , destacando las siguientes actividades "Explorar, Probar, Desarrollar procesos ordenados y sistemáticos, Justificar, argumentar y fundamentar, Buscar y establecer regularidades y patrones, Comunicar procesos, resultados y conclusiones, incorporando, progresivamente, el uso de lenguaje matemático". Estas actividades corresponden a la base de un proceso de demostración, pero ahora es el momento de preguntarse ¿Qué entendemos por ellas?, ¿Y que importancia tienen para la demostración?

En los programas de sexto básico siguen con las mismas ideas que en quinto pero de debe destacar que en la parte geometría se pretende que los alumnos centren la atención en familias de figuras más que en figuras aisladas, esto es indispensables para que los estudiantes aprendan a organizar sus ideas y puedan distinguir y relacionar objetos matemáticos.

En séptimo se continua con la intención de desarrollar la geometría observativa continuando con el desarrollo del sentido espacial, el estudio de figuras y cuerpos geométricos y el análisis de las propiedades y relaciones geométricas que se pueden observar en diversas situaciones que están al alcance de niños y niñas (construcción, dibujo, manipulación) más que en sus definiciones y clasificaciones preestablecidas.

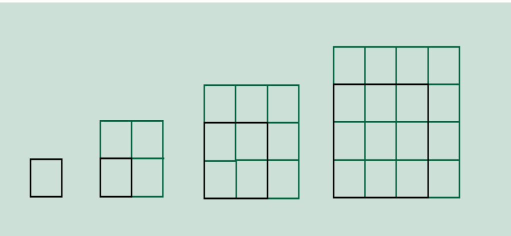
Y finalmente en Octavo "Se continúa el estudio de figuras y cuerpos geométricos y el análisis de las propiedades y relaciones geométricas. Esto último se realiza a través de diversas situaciones que están al alcance de los alumnos y alumnas, tales como construcción, dibujo, manipulación, más que en sus definiciones y clasificaciones preestablecidas[8]". Es aquí que es conveniente realizar una critica debido a que nuevamente se explicita que no será importante las definiciones y clasificaciones preestablecidas, creemos que es importante y fundamental que los estudiantes en este nivel manejen definiciones y clasificaciones, pues es útil para comenzar una nueva de etapa de estudio, es importante no subestimar la capacidad del sujeto educativo de aprender y comprender las definiciones matemáticas.

Una vez realizado el análisis anterior, continuamos con la revisión de los planes de estudio de la educación media, se debe explicitar que las actividades que se

[8] Programa de Octavo básico

exponen a continuación fueron extraídas de los mismos programas, escogidas de manera que tenga relación directa con la demostración.

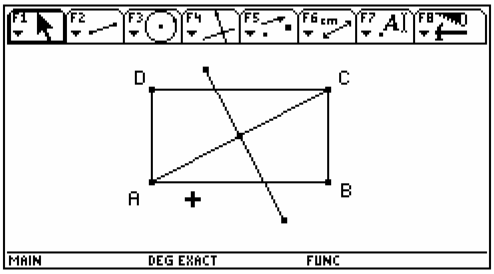
Encontramos por primera vez, en los contenidos mínimos obligatorios, la palabra de *Demostración* en el nivel de primero medio, esto corresponde a la segunda unidad correspondiente al Lenguaje algebraico y se proponen que los alumnos *demuestren propiedades asociadas a los conceptos de múltiplo, factores y divisibilidad,* en esta unidad se propone al profesor las siguientes actividades "Demostrar que la suma de tres números consecutivos es siempre múltiplo de 3" ," Determinar la suma de los n primeros números naturales" y "¿Para cuáles valores enteros positivos de n, la expresión 36/(n + 2) es un número entero?". También se propone la siguiente actividad para la evaluación.



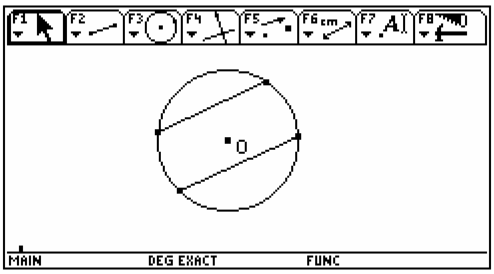
Describir la regla de formación, indicando el número de cuadraditos que se agregan cada vez y el número que corresponde al total de cuadraditos en cada caso.
Considerando la descripción anterior, ¿cuánto es 1 + 3 + 5 + ... + 55 ?

Luego en la unidad número siete, llamada Congruencia de figuras planas, encontramos nuevamente la demostración como contenido, y se pretende que los estudiantes *demuestren propiedades de triángulos, cuadriláteros y circunferencia relacionadas con congruencia,* este tema es importante pues los estudiantes comienzan el fascinante camino de la geometría deductiva. Las actividades propuestas son:

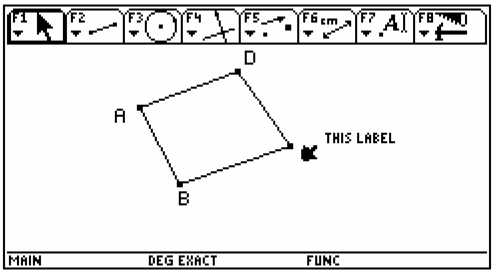
- Demostrar que si por el punto medio de la diagonal de un rectángulo se traza una perpendicular a ésta, se divide al rectángulo en dos trapecios congruentes.



- Demostrar que si en una circunferencia dos cuerdas están a la misma distancia del centro, tienen la misma longitud.

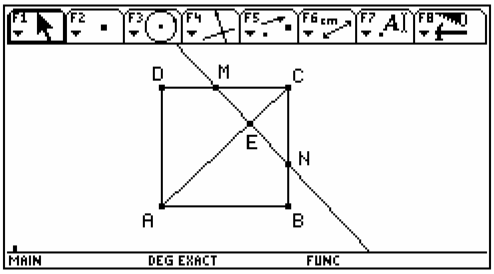


- Demostrar que en un cuadrilátero equilátero las diagonales generan triángulos congruentes



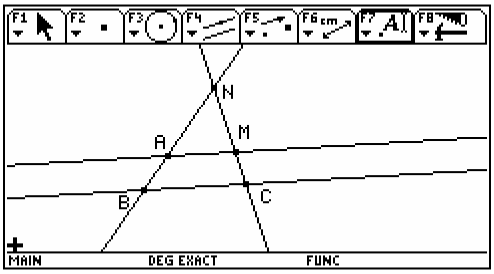
- En un cuadrado cualquiera ABCD, copiar un lado sobre la diagonal AC partiendo desde A; se obtiene el punto E. Trazar por E una perpendicular a AC generando los puntos M y N en los lados CD y CB respectivamente. Demostrar que los triángulos ABN, ANE, AEM y AMD son congruentes

.

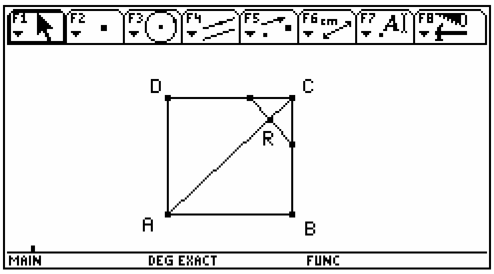


En segundo medio en los contenidos expuesto encontramos que el profesor debe enseñar la unidad de *Semejanza de figuras planas*, en esta encontramos las siguientes actividades:

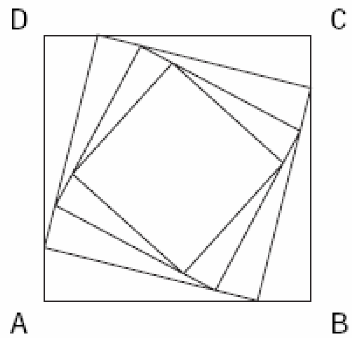
- Analizar una demostración del teorema de Thales



- ABCD es un cuadrado; R es punto cualquiera de la diagonal; trazar por R una perpendicular a la diagonal. Esta perpendicular intersecta dos lados del cuadrado generando dos triángulos. Demostrar que esos triángulos son congruentes entre sí y semejantes con el triángulo que genera la diagonal con los lados del cuadrado.



- En el siguiente dibujo, ABCD es un cuadrado y los vértices de la figura inscrita dividen el lado en la razón 1:4. Demostrar que las figuras que se generan son cuadrados y determinar la razón de semejanza entre dos cuadrados consecutivos.



También consideramos la siguiente actividad: Analizar las situaciones que se describen a continuación y determinar si se trata o no de figuras semejantes.

a) Dos triángulos cualesquiera.

b) Dos triángulos isósceles T y T' en los que el ángulo del vértice de T y de T' miden 45º.

c) Dos triángulos rectángulos R y R' en que un cateto de R es el doble de un cateto de R'.

d) Dos triángulos rectángulos R y R' en que un ángulo agudo de R es congruente con un ángulo agudo de R'.

e) Dos rectángulos A y B en que un lado de A es la mitad de un lado de B.

f) Dos cuadrados cualesquiera.

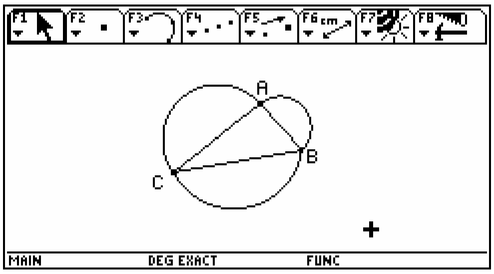
g) Dos rectángulos cualesquiera.

Es necesario destacar el siguiente contenido, que es *La distinción entre hipesis y tesis. Organización lógica de los argumentos* es a partir de esto nos preguntamos ¿Cuál es el lenguaje simbólico que los alumnos manejan? ¿Es necesario?, y creemos que este contenido debe ser tratado transversalmente y no como un contenido específico del curso, pero si estamos de acuerdo que es un momento ideal para reforzar y resaltar la importancia del lenguaje matemático.

Uno de los contenidos que debemos considerar dentro del marco demostrativo es *Conocer la evolución del pensamiento geométrico durante los siglos XVI y XVII, y los aportes de René Descartes al desarrollo de la relación entre álgebra y geometría,* en nuestro esquema de trabajo hemos considerado este contenido como inicio a la comprensión de la demostración, recordemos que René Descartes da una "demostración racional de la existencia de Dios", ¿Qué tiene que ver esto con la Matemática?, se valora a intencionalidad, pues trata de explicar una verdad que para muchas personas es trascendental para sus vidas , pero no hay duda que gracias a esta manera de pensar el desarrollo científico y matemático tuvo un progreso enorme, considerando siempre los encadenamientos deductivos intrínsicos al razonamiento y fundamentales para comenzar a trabajar la actividad matemática de demostrar.

En tercero medio en la unidad de tres, denominada Más sobre triángulos rectángulos aparece como contenido *la demostración del teorema de Euclides relativos a la proporcionalidad en el triángulo rectángulo*, y se plantean las siguientes actividades

- Demostrar que $sen^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$
- Demuestran los teoremas de Euclides. Aplican este teorema en la construcción de raíces cuadradas.
- Comparan diversas maneras de demostrar el Teorema de Pitágoras.
- Demostrar el Teorema de Pitágoras recurriendo a los teoremas de Euclides.
- Demostrar que en un triángulo rectángulo, el área de la semicircunferencia. Construida sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de las semicircunferencias construidas sobre los catetos



Y finalmente en cuarto medio no encontramos la demostración expuesta explícitamente dentro de los tres contenidos principales que son Estadística y probabilidad, Funciones potencias, logarítmica y exponencial y Geometría en el espacio.

En relación a las orientaciones didácticas presentadas en los programas, el énfasis primordial se le otorga a la resolución de problemas, esto es fundamental dentro de la actividad matemática, pues los avances matemáticos importantes se han realizado gracias al esfuerzo de resolver problemas específicos, pero debemos considerar y elevar el estatus de la demostración en los programas y en la actividad práctica en el aula, ya que si no la consideramos como parte importante es como si elimináramos los últimos pasos del método científico, es coherente resaltar esta posición pues esta acorde con los Objetivos fundamentales transversales, siendo un motivo más para considerar la actividad de demostrar como necesaria para la formación del ciudadano ya que perseguimos con esto que el estudiante desarrolle sus habilidades de pensamiento tales como son la exploración de estrategias cognitivas en la resolución de problemas, la anticipación de resultados y la *utilización de los sistemas y el instrumental de las matemáticas en la interpretación del mundo circundante (muy importante)*, la recopilación, sistematización, interpretación, evaluación y comunicación de información y en la apropiación significativa de la realidad.

La intencionalidad de la demostración también se refiere a los OFT en el ámbito *Crecimiento* y Autoafirmación Personal, los cuáles corresponden al interés en conocer la realidad, y habilidades de selección de información, uso del conocimiento, razonamiento metódico y reflexivo, y resolución de problemas.

El programa plantea objetivos, contenidos y actividades que buscan desarrollar en alumnas y alumnos las capacidades de explorar diferentes estrategias para resolver problemas, sistematizar procedimientos, descubrir regularidades y patrones, organizar y analizar información cuantitativa, y justificar y comunicar eficazmente procedimientos y resultados, detectar y corregir errores, dando énfasis al trabajo metódico.

Bibliografia

Barberi, D., Concas, C. y otros (2002): *Maths 4 emé*. Bordas, Francia.
Boye, A, Montaigne, M. y otros (2000): *Mathématiques second*. Hatier, Francia.
Chaparon, G., Mante, M (1997): *Mathématiques 5.* Hatier, Francia.
Hanouch, B., Choquer, A. (2004): *Maths 2 reperes*. Hachete, Francia
Yeterian, A., Hug, B. (2007): *Du raisonnement a la demosntration*, Francia
Recherche en didactique des mathématiques, vol 3. 3-1982, Francia
Guzmán, M. (2003): *Como hablar y demostrar en matemáticas*. Base Universitaria, España.
Planes y programas de matemática de la educación chilena de 6 básico a 4 medio vigentes en el año 2008

William Antonio Campillay Llanos, Licenciado en matemática educativa Universidad Metropolitana de la Ciencias de la Educación (UMCE). Chile. Profesor de Matemática y estadística educacional (UMCE), estudiante de magister en Matemática (Universidad de Talca, Chile). Docente de Matemática en la Universidad de Talca, Chile. wcampillay@utalca.cl