



MONOGRÁFICO ESTADÍSTICA

La resolución de situaciones problema que involucran conceptos estadísticos: un estudio que articula datos cognitivos, género e implicaciones educativas¹

Yilton Riascos Forero; María Helena Fávero

Resumen

La resolución de problemas estadísticos evalúa la lectura, análisis e inferencia sobre la distribución de datos y los conceptos estadísticos. Así, ofrece subsidios para la Psicología cognitiva y educativa. En este estudio se propuso un problema sobre media, mediana y moda para 137 estudiantes de ambos sexos, de quinta y octava serie de enseñanza fundamental, de una escuela de Brasilia, DF; cuyas edades promedios fueron 10,8 y 13,7, respectivamente. La estrategia más utilizada fue sumar los valores; pocos utilizaron división y tablas de frecuencias; todas las alumnas de 5ª serie desarrollaron alguna estrategia; 18,4% de estudiantes hombres no respondieron; esto se invirtió para la 8ª serie: 27,9% de estudiantes mujeres y 10% de estudiantes hombres no respondieron. Se concluye sobre la importancia de la estadística en el currículo de matemática de enseñanza fundamental; la importancia de considerar el género en la mediación de diferentes áreas de conocimiento; el papel de la Psicología educativa.

Abstract

We studied the relationship between reading, analysing and making inferences, mathematical knowledge and gender. By presenting a problem regarding mean, median and mode to 137 students of both sexes between the ages of 10.8 and 13.7 in the 5th and 8th grades of a public school in Brasília, Brazil, we found that: the majority used addition and avoided division and frequency tables; 100% of female students and 81.6% of males in the 5th grade developed a strategy; 27.9% of female students and 10% of males in the 8th grade did not answer. We defend the teaching of statistics in primary school, that gender be taken into account in mediating knowledge and the role of Educational Psychology.

Resumo

A resolução de problemas estatísticos avalia a leitura, análise e inferência sobre a distribuição de dados e os conceitos estatísticos. Assim oferece subsídios para a Psicologia cognitiva e educativa. Neste estudo propusemos um problema sobre média, mediana e moda a 137 estudantes de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental, com idade média de 10,8 e 13,7, respectivamente, de ambos os sexos, de uma escola pública de Brasília, DF, Brasil. A estratégia mais utilizada foi somar os valores; poucos utilizaram a divisão e as tabelas de frequência; todas as estudantes de 5ª série desenvolveram uma estratégia; 18,4% do sexo masculino não responderam; isto se inverteu para a 8ª série: 27,9% do sexo feminino e 10 % do masculino não responderam; Se conclui sobre a importância da estatística no currículo de matemática do ensino fundamental; a importância de considerar o gênero na mediação de diferentes áreas do conhecimento; papel da Psicologia Educacional.

¹ Este estudio se desarrolló dentro del Proyecto de Investigación – Las relaciones de los significados de género en al construcción y en la mediación del conocimiento matemático, coordinado por la Profa. Dra. María Helena Fávero (Universidad de Brasilia), con el apoyo del Consejo Nacional del desarrollo científico y tecnológico. CNPq.

1. Introducción

La literatura internacional sobre Educación Matemática y sobre Educación Estadística tienen señalados tres aspectos de consenso: 1/ la importancia de la enseñanza de la estadística dentro de la enseñanza básica, como instrumento para el desarrollo de la capacidad de leer, analizar y hacer inferencias a partir de la distribución de los datos; 2/ la defensa de que este contenido integre el currículo de matemáticas dentro de la enseñanza básica y 3/ la necesidad de que los profesores y futuros profesores tengan un conocimiento adecuado sobre los objetos matemáticos básicos que subyacen la idea de distribución, sobre todo en lo que se refiere a los gráficos estadísticos, medidas de posición central y de dispersión (ver por ejemplo, Watson & Morritz, 1999; Watson, 2001; Bakker, 2004; Espinel, 2007; Shaughnessy, 2007).

Los estudios en esta línea de investigación cubren una fase etaria muy amplia, que va desde los 8 a los 22 años y se enfocan principalmente en las dificultades que los estudiantes encuentran en la comprensión de los conceptos estadísticos.

Los primeros estudios datan de los años 1980 y evidencian que los errores presentados en la resolución de problemas involucran conceptos estadísticos elementales relacionados con el desarrollo de algunas propiedades matemáticas del concepto de media aritmética, con creencias equivocadas y conocimientos ya adquiridos que operan como obstáculos (Pollatsek, Lima & Well, 1981; Mevarech, 1983).

Los estudios de los años 1990 se apoyan en la perspectiva cognitiva para explicar la evolución de la comprensión de los conceptos estadísticos con los siguientes presupuestos: 1/ la comprensión de que un determinado concepto pasa por diferentes estadios, tal como los manifestados en las respuestas obtenidas en las situaciones problemas aquí propuestas; 2/ la complejidad de los raciocinios que están relacionados con el estadio en el cual el sujeto que dio la respuesta se encuentra en ese momento. Se trata, por tanto, de una perspectiva piagetiana y el objetivo de este estudio era clasificar las respuestas dadas a las situaciones problemas, de acuerdo con una jerarquía que refleja el dominio del contenido de las mismas.

Estos estudios también resaltaron el interés relacionado con la formación de profesores y futuros profesores de matemáticas, en el sentido expuesto en el primer párrafo.

Los estudios de 2000 en adelante, han enfatizado el método longitudinal complementado con entrevistas y procurando explicar la evolución de los esquemas de pensamiento asociados a los niveles de respuesta encontradas en los estudios enfocados en los conceptos estadísticos (Watson & Morritz, 2000, por ejemplo).

Como se sabe, uno de los tipos más frecuentes de análisis estadístico es la comparación de dos distribuciones. Por esto, varios autores se han enfocado en la manera como los estudiantes realizan este tipo de actividades. Los resultados han mostrado que, de manera general, a pesar de la comparación de distribuciones, que formalmente se da a partir de las medidas de posición central y de la

dispersión de las variables, los estudiantes no utilizan la media, ni de manera intuitiva, para comparar conjuntos de datos. En lugar de esto, lo más común es que ellos se centren en las frecuencias absolutas y no en las relativas para hacer las comparaciones, incluso frente a muestras de tamaños muy diferentes.

De manera general, los estudios han evidenciado que detrás de la idea de distribución subyacen algunos objetos matemáticos básicos, sobre todo cuando se trata de gráficos estadísticos, medidas de posición central y de dispersión.

En este estudio, procuramos evidenciar la relación entre la capacidad de leer, analizar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos y el conocimiento matemático escolar previo, teniendo en cuenta un corte transversal (5ª y 8ª series). También intentamos obtener datos sobre esta relación y el género de los estudiantes.

2. Método

Participaron de este estudio 137 estudiantes de ambos sexos, de una escuela de la red pública de Brasilia, DF, 64 de quinta serie con edad promedio $10,7 \pm 0,7$ y 73 de octava serie de enseñanza fundamental con edad promedio $13,7 \pm 0,7$; las distribuciones de edad y género para cada serie se presentan en las tablas I y II.

Tabla I. Distribución de edad de niños de 5ª Serie, por Sexo y Total

Edad	Mujeres		Hombres		Total	
10	13	48,1%	9	24,3%	22	34,4%
11	11	40,7%	21	56,8%	32	50,0%
12	3	11,1%	7	18,9%	10	15,6%
Total	27	100%	37	100%	64	100%

Tabla II. Distribución de edad de niños de 8ª Serie, por Sexo y Total

Edad	Mujeres		Hombres		Total	
13	22	51,2%	10	37,0%	32	45,7%
14	16	37,2%	14	51,9%	30	42,9%
15	5	11,6%	3	11,1%	8	11,4%
Total	43	100%	27	100%	70*	100%

* 3 niños omitieron información acerca de su edad

Se propuso la misma situación problema a todos los estudiantes: la comparación del contenido de dos diferentes marcas de cajas de fósforos, digitado en hojas de papel A4, involucrando las medidas de posición central – Moda, Mediana y Media Aritmética– explicitadas en 3 (tres) casos de muestras ficticias, que de aquí en adelante denominaremos tareas.

En cada una de las 3 (tres) tareas se buscó que los estudiantes determinaran, a partir de sus criterios y cálculos, la marca de fósforos (X ó Y) que, según los datos presentados tenían más contenido en sus cajas, de acuerdo con la siguiente situación problema: *“Las empresas X e Y, fabrican fósforos que venden en cajitas. Todas las cajas presentan una etiqueta que indica 40 fósforos de contenido. Se sabe, por observación y conteo, que algunas cajas no siempre traen el mismo número de fósforos. Algunas veces ellas presentan una mayor o menor cantidad de fósforos; otras veces presentan efectivamente la cantidad*

indicada (40)". Esta situación era seguida de la siguiente información, pregunta y solicitud:

"Para cada caso e independiente uno de los otros, responda las siguientes preguntas: ¿Cuál marca (X ó Y) cree usted que trae más fósforos en sus cajas? ¿Por qué cree que es esta marca? ¿Cómo procedió para escoger esta marca? Por favor responda en los cuadros inferiores y en caso de hacer alguna anotación o cálculo, no lo borre".

La variación de la distribución de los datos en cada tarea tuvo la intención de favorecer la utilización de uno de los indicadores de tendencia central (Moda, Mediana y Media Aritmética) como base de la elaboración de la estrategia de solución de la misma. Las tareas de la Moda y la Mediana contenían un total de 20 datos para cada marca, presentados en tablas, mientras que la tarea de la Media Aritmética presentó 20 datos para una marca y 30 datos para la otra, presentados igualmente en tablas.

La estructura de la tarea de la Moda correspondió a la de un proceso para determinar, en cada marca, el valor de contenido de las cajas de fósforos, que presentaba mayor frecuencia absoluta, realizando posteriormente la comparación de estos valores, entre marcas, para determinar aquella que presentaba la mayor cantidad de fósforos en sus cajas.

Los datos de la tarea, junto a una representación gráfica² puede observarse a continuación:

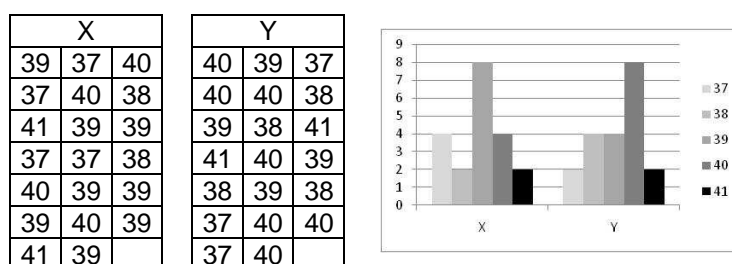


Fig. 1: Distribución de valores y gráfico de los datos de la tarea de la Moda

Considerando la Moda como el indicador de tendencia a calcular para resolver la tarea, las exigencias para su solución serían:

1. Identificar las marcas de fósforos como dos categorías diferentes (X e Y).
2. En cada marca, identificar los diferentes valores de cantidad de contenido de fósforos reportados en las listas de datos (37, 38, 39, 40, 41).
3. Calcular la frecuencia absoluta de cada uno de los diferentes valores reportados en las tablas de datos (X: 37 hay 4, 38 hay 2, 39 hay 8, 40 hay 4, 41 hay 2; Y: 37 hay 2, 38 hay 4, 39 hay 4, 40 hay 8, 41 hay 2).
4. Encontrar, en cada marca, el máximo de las frecuencias absolutas calculadas (X: 8; Y: 8).
5. Identificar, en cada marca, el valor de cantidad de contenido de fósforos asociado al máximo de las frecuencias absolutas encontrado (X: 39; Y: 40).

² Los gráficos que aquí se observen, solo son referentes para que los lectores puedan hacerse una idea de la forma de la distribución de los datos presentados en cada tarea y no fueron presentados a los niños evaluados.

6. Comparar los valores de contenido determinados en cada una de las marcas y escoger el mayor de ellos (Y: 40).
7. Seleccionar la marca a la cual pertenece el mayor de los valores de contenido escogido, como aquella que tiene las cajas con mayor contenido de fósforos (Y).

La estructura de la tarea de la Mediana correspondió a la del proceso de determinar el valor ubicado en la mitad de cada conjunto de datos ordenados, realizando posteriormente la comparación de estos valores para encontrar la marca que presentó la mayor cantidad de fósforos por caja.

Los datos, junto a una representación gráfica puede observarse a continuación:

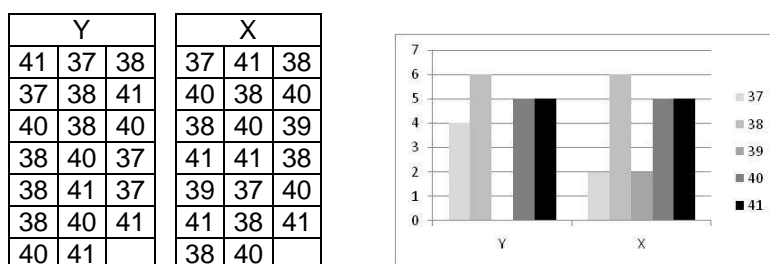


Fig. 2: Distribución de valores y gráfico de los datos de la tarea de la Mediana

Bajo estas consideraciones, las exigencias de la tarea, para alcanzar una solución a partir de la presentación de las tablas de datos serían:

1. Identificar las marcas de fósforos como dos categorías diferentes (X e Y)
2. En cada marca, identificar los diferentes valores de cantidad de contenido de fósforos reportados en las listas (37, 38, 39, 40 y 41)
3. Ordenar de manera consecutiva, creciente o decreciente, en cada marca, todos los valores de cantidad de contenido de fósforos. Esto puede hacerse calculando las frecuencias absolutas de los valores de cantidad de contenido (X: 37 hay 2, 38 hay 6, 39 hay 2, 40 hay 5, 41 hay 5; Y: 37 hay 4, 38 hay 6, 39 no hay, 40 hay 5, 41 hay 5).
4. Determinar, en cada marca, el valor de cantidad de contenido de fósforos ubicado en la mitad de la colección, para lo cual se debe:
 - 4.1. Determinar el total de elementos de cada marca (X: 20; Y: 20).
 - 4.2. Si el número total de elementos en la marca es impar, determinar la posición central de la colección, a través de calcular el cociente del número total de elementos incrementado en una unidad, y dos. Seleccionar como valor el dato ubicado en esa posición. (No aplica para este caso)
 - 4.3. Si el número total de elementos en la marca es par, determinar el valor a través de calcular la semisuma de los datos centrales ubicados, el primero, en la posición determinada por la mitad del número total de elementos, y el segundo, en la posición siguiente; es decir la determinada por la mitad del número total de elementos más una unidad. (X: 39,5; Y: 39)
5. Comparar los valores de contenido determinados en cada una de las marcas y escoger el mayor de ellos. (X: 39,5)

6. Seleccionar la marca, a la cual pertenece el mayor de los valores de contenido escogido, como aquella que tiene las cajas con mayor contenido de fósforos por caja.

La estructura de la tarea de la Media Aritmética correspondió a la del proceso de determinar, en cada marca, el valor de cantidad de contenido de fósforos tal que sumado n veces³ dé como resultado la suma total de los valores de contenido observados; esto se consigue a partir de calcular, en cada marca, la división de la suma de los datos por el número total de ellos; realizando posteriormente la comparación de estos valores para encontrar la marca que presenta la mayor cantidad de fósforos en sus cajas. Los datos, junto a una representación gráfica se observan a continuación.

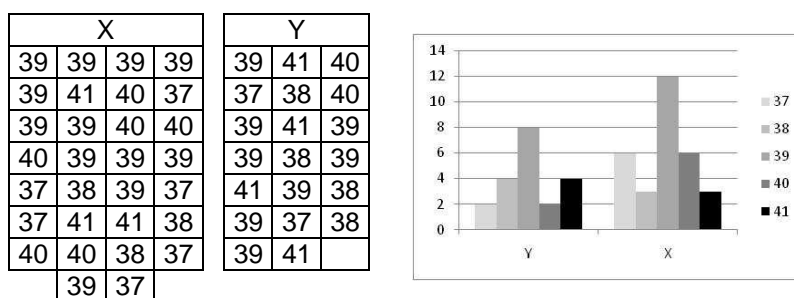


Fig. 3: Distribución de valores y gráfico de los datos de la tarea de la Media Aritmética

Al igual que en los casos anteriores, suponiendo la Media Aritmética como la medida de tendencia central a través de la cual sería posible resolver la situación, las exigencias de la tarea a partir de la presentación de las tablas de datos serían:

1. Identificar las marcas de fósforos como dos categorías diferentes (X e Y).
2. Para cada marca, calcular la suma de los valores de contenido de fósforos de todos elementos (X: 1167 e Y: 782).
3. Contar, en cada marca, el número de elementos (X: 30 e Y: 20).
4. Calcular el cociente entre la suma de los valores de contenido y el total de elementos de cada marca (X: 38,9; Y: 39,1).
5. Comparar los valores determinados en cada una de las marcas y escoger el mayor de ellos (Y: 39,1).
6. Seleccionar la marca a la cual pertenece el mayor de los valores de contenido escogido, como aquella que tiene las cajas con mayor contenido de fósforos por caja.

3. Resultados y discusión

Como ya dijimos, se recopilaron 64 pruebas de estudiantes de 5ª serie y 73 pruebas de estudiantes de 8ª serie. El procesamiento para analizar los datos, se dividió por serie y por tareas.

Inicialmente, el conjunto de evaluaciones se organizó teniendo en cuenta el género y el número de tareas que cada estudiante, hombre y mujer, procuró resolver. Así, se puede observar que la mayoría de estudiantes de 5ª serie presentó intento de solución en las tres tareas, siendo superior este porcentaje en

³ Esta cantidad n , corresponde al total de datos de cada marca

estudiantes mujeres que en estudiantes hombres. Aunque las distribuciones de las soluciones son muy parecidas, resalta el hecho que en los estudiantes de hombres, el 18,9% no resolvió ninguna tarea, frente al 0,0% de las estudiantes mujeres. Las distribuciones completas pueden observarse en la Tabla II, a bajo.

Tabla III. Distribución porcentual del número de tareas que intentan solucionar los estudiantes de 5ª Serie, según sexo

Total Tareas	Intento de solución	
	Hombres	Mujeres
0	18,9%	0,0%
1	10,8%	18,5%
2	8,1%	3,7%
3	62,2%	77,8%
Total	100%	100%

El conjunto de datos, considerando todos los estudiantes de la 5ª serie, evidenció en primer lugar que la gran mayoría intenta resolver la primera tarea (Moda). El análisis de las estrategias utilizadas en la solución de las tres tareas presentadas evidencio el desarrollo progresivo y creciente de estrategias, encontrándose en la primera tarea (Moda), 4 (cuatro) categorías, y en la segunda y la tercera tareas (Mediana y Media Aritmética) 5 (cinco) categorías, incluyendo en cada caso las 4 categorías iniciales.

Se pudieron identificar 6 categorías distintas utilizadas por los estudiantes de la 5ª serie en la solución de las tres tareas.

A continuación se describen las 6 categorías de estrategias construidas. Aunque no en todas las estrategias se logra evidenciar la secuencia ejecutada, cada categoría permitió establecer un tipo solución a la tarea, así:

1. Suma: Está conformada por las estrategias en las cuales se presenta una organización en columna de, la totalidad o parte de, los datos para calcular un indicador de cantidad (Suma Total) que permitiera realizar la comparación de los grupos y tomar la decisión por una de las marcas. Algunos ejemplos observados son las siguientes:

Handwritten mathematical work showing two examples of the 'Suma' strategy. The first example shows a vertical list of numbers (39, 37, 41, 37, 40, 39, 41, 41) being summed to get 115. The second example shows a similar vertical list (40, 39, 41, 38, 39, 39, 39, 39) being summed to get 118. Both examples include a 'Justificativa:' label and a 'Marca:' label.

2. Multiplicación: Se incluyen aquí, aquellas estrategias en las que aparecen relacionados los distintos valores presentados en la lista de datos, junto con la cantidad que de ellos se encontró, calculando al final una suma de los productos.

Podemos decir que el objetivo de las estrategias de esta categoría es igual al de las incluidas en la categoría anterior. Un ejemplo de esta estrategia es el siguiente:

Marca: X
Justificativa:

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 39 \\ \hline 312 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 37 \\ \hline 146 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times 41 \\ \hline 82 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 40 \\ \hline 120 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \times 312 \\ \hline 148 \\ + 182 \\ \hline 662 \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_Y \times \underbrace{\hspace{10em}}_X$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 40 \\ \hline 280 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 37 \\ \hline 111 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times 38 \\ \hline 144 \end{array}$$

3. Discurso Explicativo: aparecen aquellas estrategias que presentan textos que los estudiantes utilizaron como argumentos para sustentar su decisión, con la particularidad que no fue posible evidenciar, en ninguno de los casos, existencia de hechos que soportaran el discurso, como se observa en los ejemplos siguientes.

Marca: X
Justificativa: *Eu fiz as contas.*

Marca: V
Justificativa: *Porque é o melhor modo de pôr*

Marca: Y
Justificativa: *país apresenta um número maior em várias aspequitos até nas contas*

4. Proporcionalidad Directa: se encuentran aquí, aquellas estrategias a través de las cuales los estudiantes escogieron la marca que presenta el mayor valor con la mayor frecuencia o aquella que, en su criterio, presentaba mayor cantidad de valores de contenido más altos. A continuación se presentan ejemplos:

Marca: Y
Justificativa: *Porque tem mais 40 e 41 contando o número 40 e 41*

Marca: Y
Justificativa: *Porque tem mais caixinhas de fósforos 41 palitos*

5. Proporcionalidad Inversa: corresponde a aquellos procesos en los cuales los estudiantes escogieron la marca, a partir de comparar los valores de cantidad de contenido de fósforos más pequeños y con menor frecuencia. Esta estrategia se evidenció en las soluciones presentadas al resolver la tarea de la Mediana. Un ejemplo se observa en seguida.

Marca: X
Justificativa: *Pis mesma tenda menos número de caixinhas com 37 / as outras tem mais.*

6. Cantidad de Datos: considera aquellos casos en los cuales, en la tarea de la Media Aritmética, la estrategia se base en escoger la marca a partir de la comparación de la cantidad de datos que se presentaban en las listas, un ejemplo se observa a continuación:

Marca: X

Justificativa: Porque a marca X contém mais números e números altos assim a marca Y não poderia alcançar a X

X				Y		
39	39	39	39	39	41	40
39	41	40	37	37	38	40
39	39	40	40	39	41	39
40	39	39	39	39	38	39
37	38	39	37	41	39	38
37	41	41	38	39	37	38
40	40	38	37	39	41	
	39	37				

Es de notar que aquellos estudiantes que utilizaron estrategias clasificadas en la tercera categoría, no presentaron ningún tipo de cálculo matemático que acompañara su texto escrito, de otro lado, los estudiantes que implementaron otras estrategias, algunos utilizaron argumento textual en su respuesta. En la mayoría de estos últimos casos se observan errores en los cálculos realizados, así como el desarrollo de procesos de forma inconclusa. Las distribuciones de frecuencias, por género, de la clasificación de las estrategias en las categorías de solución identificadas para los resultados presentados en cada una de las tres tareas, por los niños de la 5ª serie se muestran a continuación en las tablas IV, V y VI.

Tabla IV. Distribución de frecuencias de las estrategias utilizadas en la solución de la tarea de la Moda, por género, para los estudiantes de 5ª serie

Tarea de la Moda			
	Estrategia	Hombres	Mujeres
1	Suma	31,3%	44,4%
2	Multipliación	3,1%	14,8%
3	Discurso explicativo	53,1%	25,9%
4	Proporcionalidad Directa	12,5%	14,8%
		100%	100%

Tabla V. Distribución de frecuencias de las estrategias utilizadas en la solución de la tarea de la Mediana, por género, para los estudiantes de 5ª serie

Tarea de la Mediana			
	Estrategia	Hombres	Mujeres
1	Suma	16,0%	28,0%
2	Multipliación	-	12,0%
3	Discurso explicativo	80,0%	52,0%
4	Proporcionalidad Directa	4,0%	4,0%
5	Proporcionalidad Inversa	-	4,0%
		100%	100%

Tabla VI. Distribución de frecuencias de las estrategias utilizadas en la solución de la tarea de la Media Aritmética, por género, para los estudiantes de 5ª serie

Tarea de la Media Aritmética			
	Estrategia	Hombres	Mujeres
1	Suma	13,0%	17,3%
2	Multipliación	-	8,7%
3	Discurso explicativo	52,2%	30,4%
4	Proporcionalidad Directa	4,3%	13,0%
6	Cantidad de Datos	30,4%	30,4%
		100%	100%

En las distribuciones de frecuencias de los resultados de los estudiantes hombres, las estrategias más utilizadas, en todas las tareas, fueron clasificadas en la categoría de Discurso Explicativo (53,1%; 80,0% y 52,2% respectivamente), mientras que en el caso de las estudiantes mujeres, ésta categoría sobresale en la segunda tarea (52,0%), mientras que en la primera tarea es la categoría de la Suma (44,4%) y en la última aparecen dos categorías: Discurso Explicativo y Cantidad de Datos, con el 30,4% cada una.

Considerando las tablas IV, V y VI, y las exigencias de cada una de las tres tareas, como se describió antes, podemos decir que las 6 categorías utilizadas para clasificar las estrategias utilizadas por los estudiantes de la 5ª serie en la solución de cada una de las tres tareas, muestran que éstas no respondieron a las exigencias de las mismas. Al parecer, los estudiantes de la 5ª serie evitaron los algoritmos requeridos, sobretodo el de la división y el de la ordenación de los datos. Este hecho es interesante para nuestro estudio, una vez que, como dijimos antes, una de nuestras intenciones era evidenciar la relación entre la capacidad de leer, analizar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos y el conocimiento matemático escolar previo.

Para el caso de los estudiantes de la 8ª serie, la distribución de los resultados de las tentativas de solución de las tareas por género, se pudo observar que el porcentaje de estudiantes mujeres que no responden, supera significativamente el de estudiantes hombres, lo que resulta contrario al resultado observado en el caso de los estudiantes de 5ª serie. Como se observó en éstos últimos, la mayoría de los estudiantes de la 8ª serie igualmente intentan resolver todas las tareas, las distribuciones por género se presentan en la tabla VII a continuación.

Tabla VII. Distribución porcentual del número de tareas que intentan solucionar los estudiantes de 8ª Serie, según sexo

Total Tareas	Intento de solución	
	Hombres	Mujeres
0	10,0%	25,6%
1	0,0%	2,3%
2	13,3%	0,0%
3	76,7%	72,1%
Total	100%	100%

Las estrategias elaboradas por los estudiantes de esta serie, fueron clasificadas en 9 categorías, las cuales incluyeron las 6 observadas en las estrategias utilizadas por los estudiantes de la 5ª serie en su solución.

Por ello, se presentará la descripción de las tres categorías de estrategias restantes.

7. Suma y División (Media Aritmética): Quedan aquí aquellas estrategias en las que se presentaron algoritmos que involucraban la suma de los datos y su posterior división por el total de ellos, lo que caracteriza el algoritmo de la media aritmética. Algunos estudiantes lo identificaron con el nombre de media, otros solo utilizan el procedimiento para encontrar el valor a comparar. Algunos ejemplos se presentan a continuación:

Marca: Y
 Justificativa: usando el método de la diferencia a 40

Y	X
41	37
37	38
40	38
38	40
38	41
41	37
38	40
40	41
41	38
38	40

Handwritten calculations:
 $80 \overline{) 2495}$
 $30 \overline{) 2495}$
 4.25

Marca: Y
 Justificativa: Porque a media de pastores alitara na marca y de 39.05 e a maior do que a alitara na marca x

Handwritten notes:
 Porque a media alitara na marca y de 39.05 e a maior do que a alitara na marca x de 38.9

8. Suma de Diferencias a 40: En esta categoría, se encuentran las estrategias en las que se calcula la diferencia de cada dato con el valor 40, realizando posteriormente la suma de estos valores calculados y finalmente se comparan estas sumas para decidir por la marca cuya cantidad fuera menor. Un ejemplo es el siguiente.

Marca: Y
 Justificativa: Em cada caixa precisa ter 40 fósforos, eu diminuí e contei no final, o que faltou.

	X	Y
-4	39	40
-5	37	40
-1	40	39
-9	39	38
-2	37	40
-2	41	39
-2	38	39
0	39	40
	41	37
	39	40

Handwritten calculations:
 $-4, 40$
 -5
 -22
 -1
 -9
 -2
 -2
 0

9. Cálculo de Frecuencias Absolutas: Se incluyen aquellas estrategias que consisten en realizar un listado en dos columnas, en el cual la primera presenta los distintos valores de contenido observados y la segunda, la cantidad de veces que cada dato aparece registrado. Realizando posteriormente comparaciones entre los valores de las frecuencias, considerando el valor de contenido al cual está asociado. La característica principal de esta estrategia radica en la construcción total de la tabla de frecuencias. Ejemplos de este tipo son los siguientes:

Marca: X
 Justificativa: igual

X	Y
39 = 8	39 = 4
37 = 4	37 = 3
40 = 4	40 = 7
41 = 2	41 = 2
38 = 2	38 = 3
<u>20</u>	<u>19</u>

Handwritten calculations:
 $4 \leftarrow x=4 \rightarrow 37$
 $3 \leftarrow y=3 \rightarrow 37$
 $8 \leftarrow x=8 \rightarrow 39$
 $4 \leftarrow y=4 \rightarrow 39$
 $2 \leftarrow x=2 \rightarrow 38$
 $7 \leftarrow y=7 \rightarrow 38$
 $4 \leftarrow x=4 \rightarrow 40$
 $3 \leftarrow y=3 \rightarrow 40$
 $2 \leftarrow x=2 \rightarrow 41$
 $2 \leftarrow y=2 \rightarrow 41$

Estas últimas tres categorías, resultan consecuentes con las exigencias de solución de las tareas y permiten alcanzar el éxito de la misma, aunque, como puede observarse a continuación en las tablas de distribuciones frecuencias (VIII, IX y X) correspondientes a los resultados de los estudiantes de la 8ª serie, los porcentajes de estudiantes ubicados en esas categorías son mínimos, llegando a

lo sumo a alcanzar cerca de un 17% (tarea de la Mediana) en los estudiantes hombres y un 7% (tarea de la Media Aritmética) en las estudiantes mujeres.

Tabla VIII. Distribución de frecuencias de las estrategias utilizadas en la solución de la tarea de la Moda, por género, para los estudiantes de 8ª serie

Tarea de la Moda			
	Estrategia	Hombres	Mujeres
1	Suma	33,3%	56,3%
2	Multiplicación	11,1%	6,3%
3	Discurso explicativo	14,8%	12,5%
4	Proporcionalidad Directa	22,2%	18,8%
5	Proporcionalidad Inversa	3,7%	-
7	Suma y división (Media Aritmética)	7,4%	-
8	Suma de Diferencias a 40	3,7%	3,1%
9	Cálculo de Frecuencias Absolutas	3,7%	3,1%
		100%	100%

Tabla IX. Distribución de frecuencias de las estrategias utilizadas en la solución de la tarea de la Mediana, por género, para los estudiantes de 8ª serie

Tarea de la Mediana			
	Estrategia	Hombres	Mujeres
1	Suma	29,2%	58,1%
2	Multiplicación	4,2%	
3	Discurso explicativo	29,2%	22,6%
4	Proporcionalidad Directa	16,6%	12,9%
6	Mayor cantidad de datos	4,2%	
7	Suma y división (Media Aritmética)	4,2%	
8	Suma de diferencias a 40	4,2%	3,2%
9	Cálculo de frecuencias	8,3%	3,2%
		100%	100%

Tabla X. Distribución de frecuencias de las estrategias utilizadas en la solución de la tarea de la Media Aritmética, por género, para los estudiantes de 8ª serie

Tarea de la Media Aritmética			
	Estrategia	Hombres	Mujeres
1	Suma	12,5%	56,7%
3	Discurso explicativo	12,5%	13,3%
4	Proporcionalidad Directa	20,9%	6,7%
6	Cantidad de Datos	41,7%	16,7%
7	Suma y División (Media Aritmética)	4,2%	
8	Suma de Diferencias a 40	4,2%	3,3%
9	Cálculo de Frecuencias Absolutas	4,2%	3,3%
		100%	100%

Considerando las tablas VIII, IX y X, y las exigencias de cada una de las tres tareas, como se describió antes, podemos decir que las 9 categorías utilizadas para clasificar las estrategias utilizadas por los estudiantes de la 8ª serie en la solución de cada una de las tres tareas, muestran que solo las tres últimas responden a las exigencias de las mismas. Observando que en estas tres categorías la frecuencia de estudiantes que las utilizan fue muy baja, respecto a la prevalencia de las estrategias de Suma, Discurso Explicativo y la Proporcionalidad Directa. Como ocurrió con los estudiantes de la 5ª serie, la mayoría de los

estudiantes de la 8ª serie también evitó los algoritmos, sobretodo el de la división y el de la ordenación de los datos.

Las mismas tablas nos evidencian que las estudiantes mujeres de la 8ª serie permanecieron en la primera categoría, es decir, en la Suma. Además de esto, ellas evitaron estrategias clasificadas en la categoría de Suma y división (Media Aritmética), en todas las tareas presentadas.

4. Conclusión

Podemos decir así que nuestros resultados evidencian dos aspectos muy importantes: el primero, respecto a la relación entre la capacidad de leer, analizar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos y el conocimiento matemático escolar previo, y el segundo, respecto a la interacción entre esta relación y la cuestión de género.

Con respecto al primer aspecto, podemos adelantar desde ya que, aunque el estudio haya sido realizado con estudiantes de 5ª y 8ª serie de Enseñanza Fundamental, lo que supone una historia de escolarización, parece que la interacción de estos estudiantes con el conocimiento matemático, durante su formación escolar, no se presentó como instrumento para la resolución de situaciones problemas como los propuestos.

Una prueba de esto y que llamó la atención son los ejemplos de aplicación de los algoritmos de solución de problemas en el sentido de la simplificación consecutiva de cálculos hasta conseguir obtener un solo valor, como es el caso que presentamos como ejemplo a bajo. Como podemos observar, el estudiante culmina en una resta, posterior al proceso de suma de los datos de cada grupo, pero no indica el significado que tiene ese resultado en el contexto del problema para alcanzar la solución; solo se limita a expresar el resultado último, sin hacer referencia a la pregunta que plantea el problema.

CASO 1

Marca:

Justificativa: $u = \frac{1}{n} \sum x$

x	y
39	37
37	40
41	39
37	38
40	39
39	40
41	39
37	40
40	39
39	40
41	39

Así, podemos decir que estos datos evidencian coherencia con los datos de la literatura internacional sobre Educación Estadística, desde aquellos de los años de 1980 (Pollatsek, Lima & Well, 1981; Mevarech, 1983) que como ya dijimos

antes evidenciaron los errores presentados en la resolución de problemas que involucran conceptos estadísticos elementales que se relacionan con el desarrollo de algunas propiedades matemáticas del concepto de media aritmética, con creencias equivocadas y conocimientos ya adquiridos que operaban como obstáculos. Del mismo modo, estos datos son compatibles con los estudios de la Psicología de la Educación Matemática, que han insistido, como lo hace Fávero (1999; 2007; 2009a; 2009b), defendiendo que, detrás de ese hecho hay dos cuestiones centrales: la ruptura entre conocimiento científico y el pensamiento filosófico y una práctica de enseñanza en la cual la memorización de reglas tiene primacía sobre la comprensión conceptual.

La cuestión de notación del algoritmo matemático y del registro de las tentativas de solución en las situaciones de resolución de problemas vienen siendo particularmente bastante estudiadas, una vez que, como evidenció nuestro estudio, ella explica de forma clara la manera como la educación formal lidia con el conocimiento matemático, en por lo menos dos aspectos: la naturaleza de su mediación y la competencia de los profesores. La cita abajo resalta tales aspectos:

En verdad, detrás de estas cuestiones de escolarización está la relación entre conceptos y los sistemas de signos usados en el pensamiento y en la comunicación (...) La inserción del individuo, sea niño, adolescente o adulto, presupone la interacción de este individuo con los instrumentos de representación del conocimiento humano ya institucionalizados (Fávero e Soares, 2002, p. 48, traducción nuestra).

Estas observaciones son compatibles con el estudio de Berger (2004), por ejemplo, que trató de considerar la utilización funcional de lo signo matemático en relación con las implicaciones epistemológicas que esto puede traer para los estudiantes universitarios, es decir, cómo un estudiante universitario de matemática se apropia de un objeto matemático que es nuevo para él, pero que hace parte del discurso oficial de la matemática. Esta autora se fundamenta en la teoría de Vygotsky (1986) para argumentar que los estudiantes utilizan los signos matemáticos de dos formas: como un objeto con el cual se comunica (en analogía al uso de la palabra) y como un objeto en el cual centrar y organizar sus ideas matemáticas, aunque antes de que él o ella pueda comprender totalmente el significado de este signo.

Esto significa que el concepto matemático está imbuido de significados personales del mismo modo que una palabra nueva para un niño. Como esto es socialmente regulado, como lo dijeron Fávero y Soares (2002), el concepto implica para el estudiante, un uso que compite con su uso en la comunidad matemática. Este uso del signo matemático antes de la comprensión matemática, Berger (2004) lo denomina como “uso funcional”.

Podemos decir, entonces que, la escolarización no ha respondido adecuadamente a su papel de establecer la interacción entre el uso funcional y el uso matemático de los conocimientos matemáticos oficiales.

Por otro lado, si consideramos los datos relativos al género, evidenciados en nuestro estudio, podemos considerar que esta situación se complica cuándo se articula con los significados de género masculino y femenino, como resaltó Fávero (2009 b).

La literatura sobre este aspecto es vasta e importante porque retoma la cuestión de la elección de profesión de jóvenes de sexo masculino y de sexo femenino, resaltando que la división de roles masculinos y femeninos extrapolan la vida privada y se adentra en la vida pública y profesional. Gonzalez-Pianda y Coll. (2006) señalan que en su mayoría, los estudios evidencian que, en relación a la matemática, las mujeres se perciben menos competentes que los hombres.

Fávero (2010) sienta su posición respecto de esta cuestión, recalcando los que ésta dice respecto de la socialización, que, como ella misma subraya, no se restringe al contexto familiar. La educación formal, por ejemplo, desempeña un papel indiscutible en el mantenimiento de los significados de género tanto desde el punto de vista más amplio, como desde el punto de vista de las prácticas escolares cotidianas. O sea, para esta autora, la construcción del conocimiento es la adquisición de nuevas competencias en el ámbito de las prácticas escolares y educativas involucrando mucho más que saber cómo se construyen las estrategias cognitivas. Ellas involucran también la cuestión *del cómo y cuales* al igual que los valores sociales que permiten las informaciones, los procedimientos y las propias actividades que fundamentan, en resumen, los propios *paradigmas personales* (Fávero, 1994; 2007b).

Así, podemos considerar que nuestro estudio evidencia, como propone Fávero (2010), que la construcción de las prácticas de socialización presupone una historia de la Educación y una historia del acceso al saber. Tanto una como la otra no son neutras ideológicamente y están íntimamente ligadas a las prácticas discriminatorias de clase social, etnia e género.

Para fundamentar su discusión, Fávero (2010) retoma a Abramo (2004) y su análisis sobre la división del trabajo según la categorización de las esferas pública y privada, para un análisis crítico sobre la utilización de la noción de *“fuerza de trabajo secundario”* empleada para caracterizar la fuerza de trabajo femenino en América Latina, ella defiende junto a Abramo (2004) que, esa caracterización de *“fuerza de trabajo secundario”* es uno de los elementos centrales de la estructuración de los patrones de discriminación de género que persisten y se reproducen en el mercado de trabajo latino-americano.

Considerando las publicaciones nacionales e internacionales de los años 2000 enfocadas en la articulación entre género, trabajo y organización, Fávero (2010) resalta tres aspectos principales. El primero es el énfasis en la desigualdad de oportunidades entendida como un desafío aún por ser superado. El segundo aspecto se refiere a la naturaleza generada de las relaciones en el trabajo y en los espacios organizacionales y las concepciones naturalizadas que aún fundamentan la dicotomía entre género y actividades profesionales. El tercer aspecto concierne al acceso y a la actuación de mujeres en las llamadas áreas científicas, tecnológicas y políticas, vistas clásicamente como masculinas.

Ahora, podemos entonces, finalizar esta conclusión, asumiendo con esta autora que, en resumen, un sistema de diferencias como el género, se torna, en verdad, un ***principio organizador de las relaciones sociales***. Esto significa que, si consideramos que las creencias culturales son un importante componente de ese sistema, entonces, los contextos relacionados –tales como las instituciones educativas- entendidos como el *locus* donde tales creencias están en juego, deben ser igualmente considerados. Este es, por tanto, el desafío que se presenta

para el estudio de la interacción entre conocimiento, educación y género el que se traduce en nuestro caso, para la cuestión particular de la interacción entre escolarización, género y matemáticas, un desafío que como nuestro estudio evidenció, no puede ser ignorado.

Bibliografía

- Abramo, L. (2004) Inserción laboral de las mujeres em America Latina: uma furerza de trabajo secundaria? Estudos Feministas, Florianópolis, 12(2), maio-agosto/2004, p. 224-235.
- Berger, M. (2004) The functional use of a mathematical sign. Educational Studies in Mathematics, 55, 81, 102.
- Fávero, M. H. (1999). Desenvolvimento cognitivo adulto e a iniciação escolar: a resolução de problemas e a notação das operações. Temas em Psicologia, 7(1), 79-88.
- Fávero, M.; Soares, M. T. (2002). Iniciação escolar e notação numérica: uma questão para o estudo do desenvolvimento adulto. Psicologia Teoria e Pesquisa, 18(1), pp.43-50.
- Fávero, M. H. (2007). Paradigme personnel et champ conceptuel: implications pour les situations didactiques. Em M. Merri (Org.), *Activité Humaine et Conceptualisation* (pp. 625-634). Toulouse, França: Presses Universitaires du Mirail.
- Fávero, M. H. (2009a). La psicología del conocimiento y la construcción de competencias conceptuales en la escuela. Revista Internacional Magistério, 7(39), Junio-Julio, Colombia, 18-22.
- Fávero, M.H. (2009b). Os fundamentos teóricos e metodológicos da psicologia do conhecimento. Em M. H. Fávero & C. da Cunha (Orgs.), *Psicologia do Conhecimento. O diálogo entre as ciências e a cidadania* (pp. 9-20). Brasília: UNESCO/ Liber Livro.
- Fávero, M.H. (2010) *Psicologia do gênero. Psicobiografia, Sociocultura e Transformações*. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná (no prelo).
- Fernandes, S.; Healy, L. (2007) Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 10, 59-76.
- Gonzalez-Pienda, J.A.; Núñez, J.C.; Solano, P.; Silva, E.H.; Rosário, P.; Mourão, R.; Valle, A. (2006) Olhares de gênero face à matemática: uma investigação no ensino obrigatório espanhol. Estudos de Psicologia, 11(2), 135-141.
- Pollatsek, A., Lima, S.; Well, A. D. (1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. Educational Studies in Mathematics, 12, 191-204.
- Mevarech, Z. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. Educational Studies in Mathematics, 14, 415-429.
- Vygotsky, L.S. (1986) *Thought and Language*, A. Kozulin, (ed and trans.), Cambridge, Mass.: MIT Press,
- Watson, J. M. & Moritz, J. B. (1999). The developments of concepts of average. Focus on Learning Problems in Mathematics. 21(4), 15-39.
- Watson, J. M.; Moritz, J. B. (2000). The longitudinal development of understanding of average. Mathematical Thinking and Learning. 2(1&2), 11-50.

Yilton Riascos Forero. Estadístico con una maestría en Ingeniería de Sistemas y otra en Educación Matemática. Actualmente está terminando su doctorado en Psicología en la Universidad del Valle, Cali, Colombia. Es profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia, en donde lidera el grupo de investigación GEMAT-Unicauca, profundizando en el estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y la Estadística. yirifo@unicauca.edu.co.

María Helena Fávero. Psicóloga con doctorado en psicología y dos posdoctorados, (uno con Doise (1998) y otro con Vergnaud (2001)) es investigadora del CNPq y profesora Asociada II, orientadora del Programa de Pos-Graduación en Procesos de Desarrollo Humano y de la Salud de la Universidad de Brasilia, Brasil, donde también coordina, desde 1998, el curso de Especialización en Psicopedagogía Clínica e Institucional. Su campo es el estudio de la Psicología del Desarrollo Humano, con énfasis en las competencias conceptuales, desarrollo psicológico adulto, psicología del género y psicología de la Educación Matemática. faveromh@unb.edu.br.

