

CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN NÚMERO DECIMAL POR ESTUDIANTES DE PRIMARIA. UN ESTUDIO DE CASO

Elizabeth Antero Tepec, Guadalupe Cabañas Sánchez

Resumen

Se reportan los resultados de una investigación que tiene como objetivo que estudiantes de quinto grado, matriculados en una escuela primaria de la Región Montaña Baja del Estado de Guerrero, construyan la noción de número decimal mediante la experimentación de una situación didáctica (SD). Desde el punto de vista didáctico la construcción de este objeto matemático está prevista al transitar de la fracción decimal al número decimal, tal transición responde al proceso progresivo que aborda el estudio de tres nociones matemáticas: la fracción del tipo $n = a/10^p$, la notación desarrollada y la notación decimal. El estudio se sustenta de la Teoría de las Situaciones Didácticas y la Metodología de la Ingeniería Didáctica.

Palabras clave: Número decimal, fracción decimal, notación decimal.

Introducción

Un número decimal es un número racional que posee al menos una escritura en forma de fracción decimal, de la forma $n = \frac{a}{10^p}$, con $a, p \in Z$, siendo esta, la fracción que tiene como denominador a una potencia de 10 (Centeno, 1997). Su origen es de tipo social y cultural, por la necesidad práctica de representar cantidades que no pueden ser expresadas solo con los números naturales. La escritura actual de estos números está vinculada a la necesidad de facilitar cálculos con fracciones decimales. Este tipo de fracciones empezó a usarse en la Antigua China, en la Arabia medieval y en la Europa renacentista. En esta época (Siglos XV y XVI), el ingeniero y matemático holandés Stevin, inventó un método para hacer cálculos con fracciones decimales sin usar el denominador, el cual explica en detalle y de forma elemental en su obra *La disme* (El décimo). Su objetivo fue enseñar a todo el mundo como efectuar con una facilidad insospechada los cálculos necesarios en la vida diaria por medio de enteros sin fracciones (Boyer, 1999).

La importancia del estudio de los números decimales en la escuela estriba en la necesidad de medir de manera aproximada cantidades continuas, lo que supone abordar un problema de interés práctico (Centeno, 1997). En nuestro país, su estudio inicia en cuarto grado de primaria, ante situaciones asociadas a la medición de magnitudes de longitud y superficie, de repartos y a la resolución de problemas en contextos de dinero. No obstante, se han reconocido dificultades en su comprensión (Ávila, 2013), y se enmarcan en torno al objeto matemático mismo y formas de representación, a las propiedades, y su operatoria. La experiencia docente confirma que en general los estudiantes tienen dificultades, entre ellas se relacionan con el valor posicional lo que redundo en la comparación entre dos o más números, el tránsito de una representación a otra y en la resolución de problemas. De ahí el interés por llevar a cabo la presente investigación.

Antecedentes del estudio

La literatura especializada da cuenta que los números decimales han sido y son protagonistas de diversas investigaciones debido a la problemática detectada en torno a tres aspectos fundamentales: sobre las ambigüedades que emergen al momento de definirlo como objeto matemático, las dificultades que presentan estudiantes de educación básica al estudiarlos y las prácticas de enseñanza que usan los profesores al momento de abordarlos en el aula de clase. Las hemos clasificado en tres tipos: epistémicas, cognitivas y didácticas.

En las de carácter epistémico, destacan los estudios de Brousseau (1981) y Centeno (1997), quienes destacan la evolución del número decimal a través de la historia. En un primer momento, surge como *noción paramatemática*, al ser utilizada inconscientemente por las sociedad –principalmente por comerciantes- cuando resolvían problemas de la vida cotidiana. Posteriormente Al-kashi es el primero en explicar una teoría de las fracciones decimales y de la noción de número decimal, él introduce las fracciones decimales concebidas como fracciones compuestas de las potencias sucesivas de un décimo, a las que llamó décimos, segundos decimales, terceros decimales, lo cual convierten al decimal en noción protomatemática, es decir, ya se usaban conscientemente. No fue hasta en 1865 cuando Stevin lo convierte en noción matemática, al presentar los elementos teóricos matemáticos que respaldarían su uso como conocimiento matemático.

En el marco de lo cognitivo, algunas investigaciones (egr. Brousseau, 1981; Centeno, 1997; Broitman, Itzcovich y Quaranta, 2003) afirman que muchos de los errores producidos por los estudiantes al trabajar con esta clase de números se deben a que extienden a este campo sus conocimientos construidos previamente en el campo de los números naturales. Konic, Godino y Rivas (2010) por su parte, identifican y caracterizan al menos cuatro tipos de dificultades:

- 1) El concepto de número decimal (valor de posición, conflictos con el cero).
- 2) La escritura y/o representación (distinción entre número y representación, equivalencias y transformaciones).
- 3) Propiedades (orden, densidad de los decimales en Q).
- 4) Las operaciones con números decimales.

Por cuanto a investigaciones de tipo didáctico, Ávila y García (2008) reportan que el estudio de los decimales es escasamente trabajado en la Educación Básica, incluso en la escuela primaria no representan un problema de enseñanza importante, debido a que los profesores consideran que unas cuantas explicaciones o actividades, como memorizar los nombres de las columnas, leer y escribir números son suficientes para darlos por vistos en la clase. Así también, Ávila (2013), plantea que cuando estudiantes de educación básica realizan pruebas estandarizadas (EXCALE) presentan un bajo desempeño en el tema *números decimales*. Gómez (2010) por su parte, afirma que las concepciones que se forman los estudiantes sobre el número decimal dependen en gran medida del enfoque y contexto de enseñanza que utiliza el profesor al abordar el tema, dado que él identifica tres tipos de contextos: contexto de la ampliación de los sistemas numéricos, contexto de la medición y contexto de las fracciones decimales.

Nuestra experiencia docente confirma esta clase de dificultades en los estudiantes, específicamente: de orden, valor posicional y dificultades con el cero, el tránsito de una

representación a otra y en la resolución de problemas. Por ejemplo, cuando se les pide comparar 0.2 y 0.20, afirman que 0.20 es mayor, porque “veinte es mayor que dos”. De ahí el interés por adaptar y experimentar una situación didáctica que contribuya a que niños de quinto grado de primaria construyan la noción número decimal en dos contextos de enseñanza: el de las fracciones decimales y el de la medición.

Elementos teóricos

El estudio se sustenta en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (1986), quien plantea pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos mediante la interacción del sujeto con un medio, dicha interacción refiere al concepto “situación didáctica”. La TSD adopta un enfoque sistémico, que contempla las interacciones de un saber, un sistema educativo y los estudiantes con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Lezama, 2003). Este enfoque sistémico genera un Sistema Didáctico, denominado como el conjunto de acciones emergentes de las interrelaciones entre un docente, los estudiantes y un saber matemático.

Desde la TSD se plantean tres tipos de situaciones:

- *Situación no didáctica*: Es aquella situación en la que no hay intención de enseñar algo, ni que el alumno aprenda, por tanto, no hay contrato didáctico.
- *Situación a-didáctica*: Es aquella en la que se efectúa una interacción entre el alumno y un medio, en este caso, representado por la situación que se le plantea al estudiante y que deberá resolver sin la intervención y ayuda del docente. Esto es, que el alumno asumirá la responsabilidad de dar solución al problema propuesto por el profesor, quién al mismo tiempo, evitará ser él quien ayude o en su defecto proporcione la respuesta.
- *Situación didáctica*: En ella se establece una relación entre el docente y el alumno respecto a las relaciones a-didácticas del sujeto con el medio, este tipo de situaciones están estrechamente relacionadas con las situaciones (a-didácticas) que el profesor diseña en torno a una intención didáctica; construcción de un conocimiento matemático específico. Es aquí donde se da lugar al contrato didáctico.

Según la tipología de las situaciones, se distinguen tres a-didácticas y una didáctica, que también se reconocen como fases de una situación. En ellas basamos el desarrollo de la SD que llevamos al aula:

- **Situación de acción (SA)**. Situación a-didáctica que ubica al estudiante a interactuar con el medio a partir del uso de sus conocimientos previos. Al enfrentar al problema, analiza sus resultados, aceptando o rechazando estrategias de solución.
- **Situación de formulación (SF)**. Situación a-didáctica de trabajo en grupo, en el que todos comparten sus hipótesis construidas al enfrentarse con un problema dado. Un elemento crucial es la comunicación, el estudiante intercambia información con una o varias personas, comparte al otro/otros (estudiantes) lo que ha encontrado y este le devuelve la información para crear un modelo matemático explícito de resolución.
- **Situación de validación (SV)**. Situación a-didáctica en la que se validan y comprueban los resultados obtenidos. Es aquí donde el estudiante corrobora si el modelo matemático construido que propone es efectivo o no para resolver la situación.

- **Situación de institucionalización (SI).** Es una situación didáctica en la que se formaliza el conocimiento matemático puesto en juego, en ella se deben generar conclusiones, recapitular, ordenar y sistematizar los conocimientos que estuvieron atrás de la SD. Supone establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural.

Método

Desde el punto de vista didáctico la construcción del número decimal transita de la fracción decimal al número decimal, tal transición responde al proceso progresivo que aborda el estudio de tres nociones matemáticas: la fracción del tipo $n = a/10^p$, la notación desarrollada y la notación decimal. Se trata un estudio de caso y de carácter cualitativo. Se sustenta en la Metodología de la Ingeniería Didáctica, definida como un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos (Artigue, 1995). Se desarrolla mediante cuatro fases:

- 1) *Análisis preliminar:* Contempla un conjunto de análisis previos al diseño de la situación. Considera tres dimensiones: el epistemológico, el cognitivo y el didáctico.
- 2) *Concepción y análisis a priori:* Fase en que se diseñan las situaciones didácticas y se definen las variables didácticas que permitirán controlar los comportamientos de los estudiantes durante la experimentación.
- 3) *Experimentación:* Puesta en escena del diseño.
- 4) *Análisis a posteriori y validación:* Confrontación entre el análisis a priori y el a posteriori, es decir, entre lo que se planeó y lo que se obtuvo.

Nuestro estudio versa sobre dos hipótesis:

- a) La noción del número decimal se construye cuando los estudiantes comprenden a la notación decimal como expresión equivalente a la fracción decimal.
- b) Los estudiantes comprenden la noción de decimal como expresión de medidas, mediante la comparación y representación de magnitudes continuas.

En la experimentación de la SD participaron ocho estudiantes (10 a 11 años) matriculados en quinto grado de una escuela primaria de la Montaña Baja del Estado de Guerrero. El estudio se llevó a cabo durante cinco sesiones de 60 minutos cada una. La actividad matemática se desarrolló en un ambiente de lápiz y papel con apoyo de material tangible.

Desde una perspectiva teórica, la evolución de la construcción del número decimal, se estudia con base en cuatro modelos:

- 1) *Modelo implícito (M1).* Se presenta en la SA, en él surgen nociones protomatemáticas que son utilizadas sin ser conscientes de ellas.
- 2) *Modelo explícito (M2).* Surge en la SF y en él aparecen nociones paramatemáticas, mismas que son utilizadas conscientemente como instrumentos útiles para el estudio de otros objetos.
- 3) *Modelo explícito justificado (M3).* Aparece en la SV, en él surgen nociones matemáticas que son objetos de conocimiento construidos, susceptibles de ser

enseñados y utilizados en aplicaciones prácticas.

- 4) *Modelo culturalmente validado (M4)*: Es de carácter didáctico y surge en la SI. En este tipo de modelo se reconoce el objeto de enseñanza por parte del alumno y del aprendizaje del alumno por parte del profesor como un conocimiento socialmente admitido.

Diseño de la situación didáctica

La construcción del número decimal está prevista a lograrse mediante el diseño de una SD conformada por cuatro tareas. Por cuestiones de espacio se describen dos de ellas. Cada una con un objetivo específico y un número determinado de actividades.

a) Tarea 1. Ubica a los estudiantes a comparar fracciones decimales con distinto denominador. Para cada caso, en un primer momento deben conjeturar qué fracción de cada par es mayor, menor o igual. En un segundo momento deben representar las fracciones de cada par como sigue:

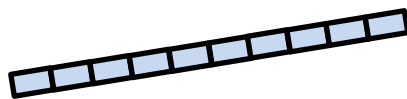
- a) Como medida de longitud
- b) Como medida de superficie

Actividad para el estudiante

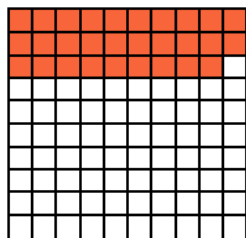
1. En cada caso, determina cuál de las dos fracciones es mayor y enciérrala.

$i) \frac{3}{10}$	$iii) \frac{245}{1000}$	$v) \frac{35}{10}$
$ii) \frac{2}{10} + \frac{9}{100}$	$iv) \frac{24}{10} + \frac{6}{1000}$	$vi) 3 \frac{5}{10}$

- a) En quipo, representen cada par de fracciones en una recta numérica y verificar aquella que sea mayor. Para determinar las medidas apóyate de una tira subdividida en décimos y centésimos.



- b) En equipo, representen los pares de fracciones decimales de cada comparación en un cuadrado subdividido en cien partes iguales y verificar aquella que sea mayor.



b) Tarea 2. Ubica a los estudiantes a identificar las diversas representaciones de los números decimales. En este caso se prevén tres: en forma de fracción decimal, notación desarrollada de la fracción decimal y en notación decimal. La introducción de la notación decimal se presenta mediante el uso de una tabla. Los estudiantes deben escribir la cantidad de unidades, décimos, centésimos y milésimos que se tiene en cada fracción decimal y ubicarlos según su valor de posición decimal.

Actividad para el estudiante

1. Se proponen tres fracciones decimales. Se van a realizar dos acciones:

a) Escribir en notación desarrollada y en lenguaje común cada fracción decimal.

En notación desarrollada	Con letra
$\frac{275}{1000} = 0 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$	Cero unidades, dos décimos, siete centésimos y cinco milésimos.
$\frac{91}{100} =$	
$\frac{45}{10} =$	
$\frac{9}{1000} =$	

b) En la tabla siguiente, escribe la cantidad de unidades, décimos, centésimos y milésimos que hay en cada fracción decimal de la primer columna.

Fracción decimal	Unidades	Punto decimal	décimos	centésimos	milésimos	Notación decimal
$\frac{275}{1000}$	0	.	2	7	5	0.275
$\frac{90}{100}$						
$\frac{45}{10}$						
$\frac{9}{1000}$						

Discusión de resultados

La evolución hacia la noción de número decimal en los estudiantes, se discute con base en los cuatro modelos que surgen de las interacciones entre los estudiantes con el medio didáctico (SD). Se presenta por tarea y por momento, en las situaciones de acción (S-A), formulación (S-F) y validación (S-V), y la fase de institucionalización (I) a cargo del profesor. De la misma forma, por cuestiones de espacio únicamente se presentan los resultados de la Tarea 1.

a) Tarea 1

Como resultado de la comparación de entre pares de fracciones decimales surge el **M1** en todos los estudiantes, esto, cuando de manera individual eligen aquella que es mayor sin utilizar alguna propiedad. De las respuestas, se observa que al menos la mayoría de los estudiantes lo hacen incorrectamente, sin embargo, el modelo previsto tiene lugar cuando

hacen uso de las relaciones $>$, $<$ e $=$ expresados en lenguaje común.

La imagen 1 muestra que surge el **M2** mientras los estudiantes representan medidas de longitud expresadas en fracciones decimales, tal representación es realizada como una forma de verificar los resultados que obtuvieron en la primer actividad (comparación de fracciones decimales). Los demás estudiantes realizaron el mismo procedimiento.

En la situación de validación, es evidente el surgimiento del **M3** cuando realizan una segunda representación de las fracciones decimales sobre un área de una superficie delimitada. Este modelo se presenta en al menos dos de los estudiantes, la imagen 2 muestra el proceder de un estudiante al momento de verificar la comparación realizada previamente.

En la situación de institucionalización se discute en grupo las relaciones de orden que se establecen con las fracciones decimales al compararlas. En este sentido, se hace presente el **M4** al momento de validar culturalmente tales relaciones.



Imagen 1

Verificando la comparación de fracciones decimales en la recta numérica (M2)

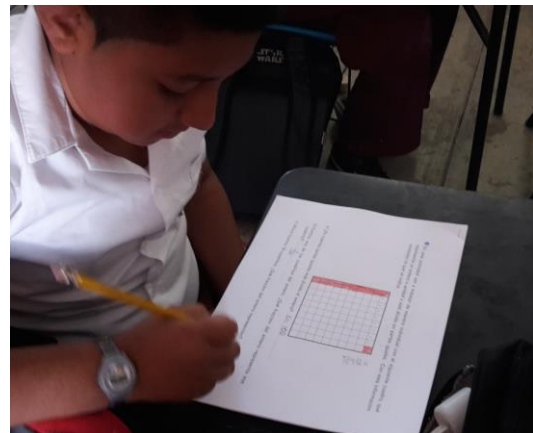


Imagen 2

. Verificando la comparación de fracciones decimales sobre áreas (M3).

Conclusiones

Como parte de las reflexiones de la experimentación y análisis de la SD asumimos que:

La enseñanza y aprendizaje de los números decimales representan un proceso complejo en la educación primaria, específicamente, cuando los estudiantes se inician en la construcción de tal noción matemática, debido a que en él surgen obstáculos asociados al propio concepto matemático (epistemológico), a la forma en que se introduce su enseñanza (didáctico) y los errores y dificultades que presentan los estudiantes al abordarlos (cognitivo). Sin embargo, actividades como describir sus características invariantes, representarlos y compararlos representan acciones factibles que favorecen su aprendizaje en este nivel educativo. En este contexto, con la SD se logró la construcción del número decimal al ubicarla en los contextos de enseñanza de la medición y de las fracciones decimales ya que permite a los estudiantes, por un lado, comprender el valor posicional decimal de las cifras del número decimal, y por otro, asignarle un uso y significado al objeto matemático al representarlos como medidas de longitud y de áreas.

También se observó que tanto el discurso matemático escolar como las prácticas extraescolares han favorecido el uso de medidas convencionales del SMD para representar longitudes, siendo que la medición es una práctica social en todo el mundo y está regida por un sistema de medición estandarizado. Entonces, cuando se trata de medir longitudes menores a la unidad se opta por usar subunidades del SMD (cm, mm) y no por usar números decimales o fracciones. En estos términos, se concluye que el SMD incide en el aprendizaje de los números decimales en dos maneras: 1) Puede resultar un obstáculo didáctico al optar por el uso de las subunidades convencionales establecidas, o, 2) Genera una comprensión de las fracciones decimales y por consecuencia de los números decimales al asociarles un uso práctico: la medición.

Agradecimientos

Para el desarrollo de la presente investigación agradecemos la participación y aportaciones del Dr. Francisco David Block Sevilla, Profesor-Investigador del Departamento de Investigaciones Educativas, dependiente del CINVESTAV-IPN.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Colombia: Una empresa docente.
- Ávila A. y García S. (2008). *Los decimales: más que una escritura. Reflexiones sobre su aprendizaje y enseñanza*. México: INEE.
- Ávila, A. (2013). Conocimientos en construcción sobre los números decimales: Los resultados de un acercamiento conceptual. *Annales de Didactique et de Ciencias Cognitives*, 18, 29-59.
- Broitman C., Itzcovich H. y Quaranta M. (2003). La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 6 (1), 5-26.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des mathématiques* 2(1). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 7, 33-115.
- Boyer (1999). *Historia de la matemática*. España: Alianza.
- Centeno, J. (1997). *Números decimales, ¿Por qué?, ¿Para qué?* España: Síntesis.
- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. (Tesis de maestría inédita). México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Matemática Educativa.
- Gómez, B. (2010). Concepciones de los números decimales. *Revista de Investigación en Educación*, 8, 97-107. Descargado de: <http://webs.uvigo.es/reined/>
- Konic P., Godino J. y Rivas M. (2010, julio). Análisis de la introducción de los números decimales en un libro de texto. *Revista de Didáctica de las Matemáticas* Números, 74, 57-74.

Lezama, J. (2003). *Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas*. (Tesis inédita de doctorado). México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Matemática Educativa.

Autores

Elizabeth Antero Tepec; CIMATE, UAGro. México; eliza_atavy@hotmail.com

Guadalupe Cabañas Sánchez; CIMATE, UAGro. México; gcabanas.sanchez@gmail.com