

# UN ESTUDIO DE LAS PARÁBOLAS DE GALILEO DESDE LA REPRODUCCIÓN DE SUS PRÁCTICAS

*Jaime Arrieta Vera, Noé Castellanos Rebolledo, Leonora Díaz Moreno, Brenda Pamela Barrios Enriquez, Ricardo Benítez Jiménez, Grecia Itzel García Hernández, Onésimo Ramos Magallón*

## Resumen

En las prácticas de modelación de Galileo se develan diversas herramientas, una de ellas es la parábola. Esta herramienta es utilizada con diferentes intenciones, en varios procedimientos y argumentos, configurando, así, *las parábolas de Galileo*. El estudio de estas parábolas es el centro de este laboratorio. Nos restringimos al estudio de la parábola de Apolonio, la parábola como la trayectoria de un proyectil y la parábola como la relación entre tiempos y espacios recorridos por un esfera en un plano inclinado. Se propone a los participantes del laboratorio reproduzcan prácticas semejantes a las que Galileo ejerció utilizando simulaciones digitales para múltiples dispositivos electrónicos. Con base en los folios originales de Galileo y las producciones de los participantes analizamos las parábolas como herramientas para la modelación. La perspectiva teórica que soporta este trabajo es la Socioepistemología.

## Palabras claves: Parábola, Galileo, Modelación

## Propósito y alcance

Las intenciones del laboratorio son dos.

1. Analizar las prácticas de modelación de Galileo, levantando hipótesis acerca de las herramientas que utilizó, los procedimientos que desarrolló y los argumentos que esgrimió.
2. Realizar una primera aproximación a la validación de las hipótesis a partir del análisis de los folios originales de Galileo en contraste con las producciones de los actores al reproducir las prácticas hipotéticas de Galileo.

La importancia del laboratorio radica en que el análisis de las prácticas de Galileo pueden servir de base para diseños de aprendizaje con base en la modelación, particularmente de la modelación del movimiento.

Perfil del participante. Este laboratorio esta dirigido a profesores de matemáticas y física de secundaria, nivel medio superior y superior, así como para estudiantes de licenciatura o posgrado de física, matemáticas o matemática educativa.

## Marco conceptual

El marco teórico que soporta la propuesta es una perspectiva teórica sistémica que articula las dimensiones didáctica, cognitiva y epistemológica situadas en un contexto social. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa responde a la construcción de

nuestros sistemas conceptuales desde tres planos. El primero trata sobre la naturaleza misma del saber. Hablar del saber no se limita, en esta perspectiva, a definir la relación que este guarda con los objetos matemáticos, sino a posicionar al ser humano, en sus distintas dimensiones, en el acto mismo de construcción de sus sistemas conceptuales, su problematización. El segundo plano se ocupa de la práctica social como normativa de la actividad humana y como base de la construcción de nuestros sistemas conceptuales. Sus mecanismos funcionales. El tercer plano, el plano teórico, se ocupa de caracterizar las articulaciones teóricas, con una fuerte evidencia empírica, de nociones, procesos y términos del modelo de construcción social del conocimiento (Cantoral, 2013).

Desde la mirada socioepistemológica, nos distinguimos de perspectivas que aluden a las nociones matemáticas como objetos que precisen ser enseñados desde la obra matemática. En esta investigación privilegiamos la matemática como herramienta además provista de intenciones, de procedimientos y argumentaciones. Una matemática que propicia formas de actuar en contextos específicos.

Concebimos a la modelación como una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas, llamado lo modelado, a partir de la otra, llamado el modelo. La diversidad, tanto de las entidades que intervienen en la articulación como de la naturaleza de la intervención, hacen posible identificar a la modelación como una práctica recurrente en diferentes comunidades (Arrieta y Díaz, 2015).

Una entidad se convierte en modelo cuando el actor lo usa para intervenir en la otra entidad, por lo que deviene en herramienta. Los entes matemáticos al modelar, son herramientas. Desde esta perspectiva el modelo no existe independiente de la actividad de quién modela.

La articulación de los entes iniciales da lugar a un nuevo ente, al modelo, *mo*, que resulta adherido a lo modelado, *ma*. Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela y que podemos denotar (*ma*, *mo*) y que nominamos **dipolo modélico** (DM).

La naturaleza de la modelación radica en la potencia que imprime la articulación y la intencionalidad de intervenir. Esto implica la necesidad de interactuar con la entidad en la que se desea intervenir, es decir la necesidad de la experimentación en sentido amplio. Sin embargo, la interacción con lo que se pretende modelar, no es suficiente para caracterizar a las prácticas de modelación, esta suficiencia se establece con el acto de articular dos entes con la intención de intervenir en uno a partir del otro.

En el trabajo de Galileo articula planos inclinados, con esferas, con datos numéricos, con diferentes figuraciones y con expresiones en lenguaje natural. Para manufacturar el tiempo, Galileo construye diferentes articulaciones, el tiempo-peso, el tiempo-segundo, el tiempo-pulso y el tiempo-número. Estas son herramientas que utiliza Galileo para modelar, las utiliza con diferentes intenciones.

Lo diverso de las herramientas lo otorga la diferencia en las intenciones, argumentos y procedimientos. Esta diversidad se devela en el análisis de estos elementos que hemos llamado deconstrucción (Galicia, 2015).

## Método

El laboratorio se dividirá en tres etapas. En la primera se estudiará la parábola de Apolonio, en la segunda la parábola como la trayectoria de un proyectil y en la tercera la parábola como el modelo gráfico del movimiento de una esfera descendiendo por un plano inclinado. Para ello se pone en escena un diseño de aprendizaje en cada etapa. Se utilizan simulaciones digitales, elaboradas por nosotros, para tablets, smartphone y computadoras.

En cada etapa se proponen a los participantes actividades de modelación y posteriormente se reflexiona con base en sus producciones y en los folios originales de Galileo.

La dinámica del taller implica trabajo en equipo y discusiones grupales. Los materiales de trabajo son PC's, folios originales de Galileo, software elaborado en Unity y Geogebra y tres diseños de aprendizaje.

## Diseños aprendizaje

En el laboratorio utilizaremos tres diseños de aprendizaje, uno para cada etapa.

### Primer diseño

Se utiliza software elaborado por nosotros para el reconocimiento de los elementos de una parábola y se compara con la definición de Parábola de Apolonio. El trabajo se realiza en equipo de tres o dos participantes y se culmina con una discusión de todo el grupo.

### Segundo diseño

Alrededor del año 1600 el plano inclinado es sugerido a Galileo por Guidobaldo del Monte para estudiar la trayectoria parabólica de los proyectiles. Guidobaldo sostiene, en el primer tratado moderno de mecánica el *Liber mechanicorum* (1577) (Drake, 1978) que la trayectoria del proyectil es de una parábola invertida, que está formado por la holgura de una cuerda en posición horizontal.



Figura 1. En su “Meditatiunculae” Guidobaldo anoto en 1592 sus resultados sobre la trayectoria de los proyectiles (Reen, 2009)

Galileo en el Teorema I, proposición I de su obra *Consideraciones y demostraciones*

*matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, plantea sus conclusiones sobre las trayectorias de proyectiles.

*“Un proyectil que se desliza con un movimiento compuesto por un movimiento horizontal y uniforme y por un movimiento descendente, naturalmente acelerado, describe, con dicho movimiento, una línea semiparabólica”* (Galileo, 1638).

Sobre como llegó a este resultado, y a otros más, se ha especulado sobre si Galileo experimentó o no. Desde 1939 Koyré (1990) conjeturó que sus experimentos fueron experimentos pensados. Sin embargo, hoy día, hay estudios que sostienen que Galileo realmente experimentó y se conjetura como lo hizo con base en su obra, especialmente en sus manuscritos, la reproducción de sus experimentos y contrastando los datos obtenidos con los que plasma Galileo en sus folios (Settle, 1961; 1973, 1978; Álvarez y Posadas, 2003; Naylor, 1974, 1980).

Álvarez y Posadas (2003) utiliza el arreglo experimental de la figura 2 y contrasta los datos obtenidos con los que Galileo presenta en sus folios, particularmente en el folio 116 v.

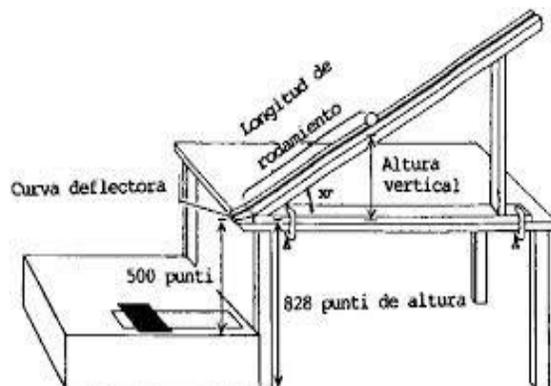


Figura 2. Arreglo experimental propuesto por Álvarez y Posadas (2003) para reproducir el experimento de Galileo

En el diseño de aprendizaje de esta etapa se propone a los participantes modelar la trayectoria de un proyectil utilizando una simulación del experimento utilizado por Galileo, elaborada por nosotros en Unity, recoger datos y ajustarlos por diferentes procedimientos. Esta actividad se desarrolla en equipos de dos o tres participantes.

Se comparten las producciones de los equipos y con base en estas y en los folios 116v y 181r de los manuscritos de Galileo se analiza, en una discusión grupal, a la parábola como modelo para la trayectoria de un proyectil. Para ello se analizan las intenciones, los procedimientos y los argumentos al modelar.

Las parábolas en esta práctica no son figuraciones del devenir del movimiento oresmianas, o gráficas cartesianas de nuestros tiempos que relaciona el desplazamiento vertical con el tiempo. El tiempo no está presente, es una relación entre desplazamientos “visibles” del móvil. El tiempo aún no entra en escena.

### Tercer diseño

En la época de Galileo prevalecían diversas conjeturas entorno a la relación entre las

distancia que recorrián un objeto en caída libre y sus velocidades. Por ejemplo, Leonardo Da Vinci enuncia la relación que guardan la velocidad con la distancia recorrida por un objeto en la caída libre (Álvarez, 2012): *El cuerpo que se mueve con movimiento natural adquiere en cada estadio de movimiento estadios de velocidad; tales estadios (de velocidad) se encuentran en la misma proporción el último respecto al penúltimo como el segundo respecto al primero.*

Esta formulación relaciona de forma lineal la velocidad y la distancia recorrida, que trae como consecuencia una modelo exponencial entre las distancias recorridas y el tiempo.

Galileo cree en esta relación como un “principio indudable” como lo expresa en una carta a Paolo Sarpi (1552-1623) del 16 de octubre de 1604:

Reflexionando sobre los problemas del movimiento, para los cuales, y a fin de demostrar los accidentes por mí observados, me faltaba un *principio totalmente indudable* que pudiera poner como axioma, he llegado a una proposición que tiene mucho de natural y evidente;... Y el principio es el siguiente: Que el móvil natural va aumentando de velocidad en la misma proporción en que se aleja de su punto de partida G. Galilei, (Carta a Paolo Sarpi, citada en Koyré, 1990, p. 76).

Más adelante Galileo corrige su error y así lo expresa en un pasaje de los Discorsi:

Debemos, ahora, tratar del movimiento acelerado... en cuanto determinemos teóricamente que un movimiento es uniformemente y, del mismo modo, continuamente acelerado, cuando en tiempos iguales, se los tome de la forma que se quiera, adquiera incrementos iguales de velocidad. . . Por eso, creo que no nos apartamos en absoluto de la recta razón si admitimos ´ que la intensidad de la velocidad crece según el incremento del tiempo (Álvarez, 2012, p. 38).

La manufacturación del tiempo por Galileo fue de fundamental importancia para determinar la relación entre los tiempos, las distancias recorridas y las velocidades de un cuerpo en caída libre.

Galileo en los Discorsi relata como realizó el experimento

En lo que respecta a la medida del tiempo, se empleaba un gran cubo lleno de agua, suspendido en alto, del cual, por un delgado canalito soldado en su fondo, caía un fino hilo de agua que se recogía en un pequeño vaso, durante todo el tiempo en que la bola descendía por el canal y por sus partes. Luego, las partículas de agua recogidas de este modo, se iban pesando cada vez con una balanza exactísima, dándonos las diferencias y proporciones de sus pesos, las diferencias y proporciones de los tiempos; y esto con tal precisión que, como ya he dicho, repetidas una y otra vez estas operaciones, nunca diferían de modo apreciable (*Discorsi, Opere*, VIII, pp. 212-214).

En palabras de Romo (2005, p. 20) “Su afirmación final es cuando menos chocante: su balanza tiene una precisión de 0.1 miligramos. No es extraño que, en su respuesta, Baliani ignore totalmente el método propuesto por Galileo para la medida del tiempo y, en su lugar, prefiera utilizar un péndulo de periodo conocido”.

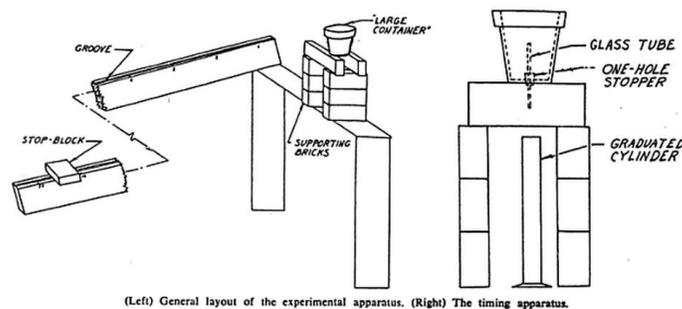


Figura 3. Arreglo experimental utilizado por Settle (1961) para validar el experimento de los Discorsi

Settle (1961) con la intención de validar lo dicho por Galileo en los Discorsi, reproduce el experimento con algunos cambios y concluye que es posible la experimentación (figura 3).

Naylor (1974) refuta los resultados de Settle argumentando que no reprodujo fielmente el experimento de los Discorsi y reproduce el experimento de acuerdo a las especificaciones de Galileo en los Discorsi concluyendo que

It does not appear plausible that Galileo confirmed his theory with the accuracy claimed, using this experiment (No es plausible que Galileo confirmara su teoría con la precisión que afirma, usando este experimento) (Naylor 1974, pp. 133).

Una conjetura sobre la manufacturación del tiempo por Galileo es la que descansa en sus habilidades musicales (Díaz y Arrieta, 2015, Naylor, 1974). Con base en esta conjetura se propone a los participantes experimentar con una esfera rodando en un plano inclinado. En este experimento el tiempo es manufacturado por medio del ritmo de los sonidos que emite la esfera al rodar por el plano inclinado.

En este tercer diseño de aprendizaje se propone a los participantes del laboratorio, organizados en equipos, modelar el movimiento de una esfera rodando en un plano inclinado reproduciendo el experimento con base en la manufacturación del tiempo por medio del ritmo de los sonidos que emite la esfera al rodar por el plano inclinado. Para la reproducción del experimento se utiliza una simulación digital, elaborado por nosotros en Unity, que se puede correr en múltiples dispositivos electrónicos. Posteriormente, con base en las producciones de los participantes y los folios 107v y 107r se analizan a la parábola como herramienta para la modelación de la distancia recorrida de la esfera al rodar por el plano inclinado, los tiempos y las velocidades.

### Consideraciones finales

El laboratorio contribuirá a dilucidar las prácticas de modelación del movimiento de Galileo, particularmente la emergencia de lo cuadrático. Los entendimientos al respecto sin duda contribuyen al diseño de actividades para ser incorporadas al discurso matemático escolar.

El participante distinguirá las prácticas de modelación y sus modelos, en este caso las parábolas, que se proponen en cada etapa. La parábola que se obtiene de la intersección de un cono con un plano, una “parábola estática”, es utilizada por Galileo para modelar una trayectoria de un proyectil que se está moviendo. Este hecho no es menor en la producción de Galileo, pues plantea la relación cuadrática entre los desplazamientos horizontal y vertical del proyectil. Hecho que en sus tiempos no estaba establecido. Los participantes distinguirán las parábolas que se utilizan en las dos prácticas con base en las intenciones, argumentos y procedimientos.

La relación entre la parábola de Apolonio y la trayectoria de un proyectil con los tiempos y las distancias recorridas de un objeto en caída libre es una genialidad que Galileo establece a partir de datos experimentales y herramientas numéricas, figurales y lenguaje natural (italiano y latín). Esta relación, el participante la puede vivir, al reproducir las prácticas de Galileo con herramientas tecnológicas y un diseño de aprendizaje adecuado.

Más allá de las intenciones didácticas, en la cuestión teórica, aporta un método

1. para validar hipótesis del proceder de actores en la historia desde la cognición en conjunción con textos originales;
2. para analizar las herramientas en un doble proceso: su deconstrucción que muestra lo diverso de las parábolas y la articulación de éstas en una red;
3. para el análisis situacional de las herramientas utilizadas en la práctica a partir de tres elementos: intenciones, procedimientos y argumentos.

### Referencias bibliográficas

- Álvarez, J. y Posadas, V. (2003). La obra de Galileo y la conformación del experimento en la física. *Revista Mexicana de Física*, 49 (1): 61–73.
- Álvarez, J. (2012). El fenómeno de la caída de los cuerpos. *Revista Mexicana de Física*, 58: 36–40.
- Arrieta, J. y Díaz L. (2015). Una Perspectiva de la Modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18 (1): 19-42.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Díaz, L. y Arrieta, J. (2015). Una deriva de tiempos en la obra de Galileo. En actas de la *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática, CIAEM*. Tuxtla Gutiérrez, México. Recuperado de [http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/1196/478](http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1196/478)
- Galicia, A. (2015). *Desplazamiento de la práctica de diluciones desde la comunidad de ingenieros bioquímicos a la escuela*. Tesis doctoral no publicada. Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- Galilei, G. (1890-1909). *Le Opere di Galileo Galilei*. Florencia: Edizione Nazionale.
- Galilei, G. (1638). *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas*

ciencias. Recuperado de <https://cienciaescolar.files.wordpress.com/2009/05/galileo-galilei.pdf>

Drake, S. (1978). *Galileo at work: his scientific biography*. Chicago: University of Chicago Press.

Koyré, A. (1980). *Estudios Galileanos*. Madrid: Siglo XXI.

Naylor, R. (1974). Galileo and the Problem of Free Fall. *The British Journal for the History of Science*, 7: 105-134.

Naylor, R. (1980). Galileo's Theory of Projectile Motion. *Isis*, 71 (4): 550-570.

Reen, J. (2009). La revolución de Galileo y la transformación de la ciencia. *Investigación y Ciencia*, 394: 50-59.

Romo, J. (2005). ¿Hacia Galileo experimentos? *Theoria*, 52: 5-23.

Settle, T. (1961). An Experiment in the History of Science. *Science*, 133: 19-23.

### **Autores**

Jaime Arrieta Vera; Instituto Tecnológico de Acapulco. México; [jaime.arrieta@gmail.com](mailto:jaime.arrieta@gmail.com)

Leonora Díaz Moreno; Universidad de Valparaíso. Chile; [leonora.diaz@uv.cl](mailto:leonora.diaz@uv.cl)

Brenda Pamela Barrios Enriquez; [pamelabarrios.07@gmail.com](mailto:pamelabarrios.07@gmail.com)

Ricardo Benítez Jiménez; ; [benitezjimenezricardo@gmail.com](mailto:benitezjimenezricardo@gmail.com)

Noé Castellanos Rebolledo;

Grecia Itzel García Hernández; [grecia.igh@gmail.com](mailto:grecia.igh@gmail.com)

Onésimo Ramos Magallón; ; [orramosmagallon@me.com](mailto:orramosmagallon@me.com)