

UNA EXPERIENCIA DE DISEÑO CURRICULAR EN TORNO A LA VARIACIÓN CONJUNTA

ELIANA HERNÁNDEZ, OMAR GALINDO
Y KYLIA SANTANA¹

Se presentan aspectos de una experiencia de diseño curricular, vivida en el marco de un programa de desarrollo profesional. Esta experiencia implicó diseñar, implementar y analizar un conjunto de talleres que pretendían involucrar a los estudiantes en el reconocimiento y estudio de un fenómeno de variación conjunta que sirve de referencia a otro un poco más abstracto. A través del artículo el lector podrá reconocer el camino transitado, las rutas no abordadas, los diferentes obstáculos que tuvimos que superar y las decisiones que tomamos, al enfrentar dichas tareas, por demás poco usuales en nuestra labor docente.

Aspects of a curricular design experience lived in the context of a teacher education program are presented. This experience involved design, implement and analyze a set of tasks intended to engage students in recognizing and studying a covariation phenomenon that refers to a more Abstract one. Through this paper the reader will be able to recognize the journey we followed, routes not tackled, different obstacles have to overcome and decisions we take in order to face those jobs, which besides are not usual in our teaching labor.

Palabras claves: variación conjunta, diseño curricular, situaciones problemas, educación básica.

INTRODUCCIÓN

Durante el año 2002, los entonces profesores de matemáticas de la Institución Educativa Compartir Bochica (Jornada Mañana) participamos en un programa de desarrollo profesional dirigido por “una empresa docente” y financiado parcialmente por la Fundación Compartir, el cual tenía como objetivo propiciar experiencias de diseño curricular en matemáticas como estrategia para promover la cualificación y mejoramiento de la formación y labor docente. En cada semestre desarrollamos sendos diseños curriculares

1. Los autores agradecen la asesoría académica brindada por Edgar Guacaneme tanto en la experiencia de desarrollo profesional sobre la que versa este artículo, como en la escritura del mismo.

para los cuales hicimos una observación de su implementación y un análisis de los resultados obtenidos.

Este artículo recoge algunos aspectos relativos al segundo de tales diseños en el que abordamos el estudio parcial de la variación conjunta de variables relacionadas en un fenómeno que constituye un referente potencial para entender parcialmente el funcionamiento de una cámara fotográfica profesional. Particularmente, describiremos: la manera como nos encaminamos en el estudio de la variación conjunta de variables relacionadas, las fases de construcción, implementación y análisis de un conjunto de talleres, y algunas reflexiones logradas a partir de la experiencia de diseño curricular.

EL CAMINO HACIA LA VARIACIÓN CONJUNTA

Una mirada retrospectiva a la manera como llegamos a determinar que la variación conjunta de variables relacionadas era la temática que nos interesaría abordar en el diseño curricular, nos permite reconocer al menos tres pasos que definieron el camino transitado, a saber: la determinación de la proporcionalidad como temática general, la elección de un tópico específico de ésta y la identificación de la cámara fotográfica como un ambiente poco usual en la escuela donde se expresan múltiples relaciones.

La proporcionalidad como temática general

Inicialmente nuestro interés se centró en la proporcionalidad como tema general en el que quisimos desarrollar el diseño curricular. Para comenzar su estudio, de las pruebas de competencias de la Secretaría de Educación Distrital de Bogotá (Colombia) aplicadas en el segundo semestre de 2001 seleccionamos y resolvimos el problema² de la Tabla N° 1 que consideramos de proporcionalidad.

Al reflexionar sobre la solución que habíamos dado nos preguntamos —entre otras— si la solución del problema implica necesariamente una regla de tres o basta con efectuar una multiplicación por 2, si es suficiente con “leer bien” para encontrar la solución y —más delicado aun— si el problema es de proporcionalidad. Estas preguntas condujeron a una discusión, en la que más que respuestas absolutas lo que enunciarnos fueron nuevas preguntas, y a través de la cual evidenciamos limitaciones en nuestro conocimiento matemático respecto de la proporcionalidad; en efecto nos dimos cuenta de que si bien conocíamos y compartíamos el discurso de las mate-

2. La primera parte del mismo aparece en el *Periódico escolar lo que somos*, que en la prueba sirve de contexto, en tanto que la segunda parte se extrajo del cuestionario para los estudiantes.

La necesidad de la energía ¿para qué una dieta balanceada?

Porque debe suministrarse la cantidad y calidad de alimentos apropiados a las características genéticas de nuestro cuerpo y a la actividad que diariamente ejecutemos. Una cantidad de carbohidratos y grasas que supere nuestra demanda, se acumulará y producirá un exceso de peso y problemas vasculares, en tanto que una dieta pobre en aminoácidos no nos permitirá reponer sustancias fundamentales para la estructura de nuestro cuerpo. Además la dieta debe suministrar alimentos que sean fuente de energía para realizar las actividades. Esta demanda para un hombre de 154 libras de peso o una mujer de 123, que lleven una vida moderadamente activa, es de 3000 y 2500 calorías diarias, respectivamente.

Según el escrito, “la necesidad de la energía”, de la sección “un rincón para la biología”, un hombre de 77 kilos requiere consumir diariamente

- A. 1500 calorías
- B. 3000 calorías
- C. 2500 calorías
- D. 1250 calorías

Tabla N° 1.

máticas escolares ese conocimiento no era suficientemente amplio y profundo. Decidimos entonces estudiar un documento de teoría de las magnitudes (De Trocóniz y Belda, 1959) que contempla —como uno de sus apartados— la teoría de la proporcionalidad. A través de la información allí presentada pudimos enterarnos de una postura teórica que define los conceptos de magnitud, cantidad y medida, para poder establecer definiciones precisas —y un tanto diferentes a las usuales— de la proporcionalidad directa, inversa y compuesta, y de los teoremas y propiedades derivados. También, logramos establecer que el problema que inicialmente estudiamos sí es de proporcionalidad directa y más precisamente de *cambio de unidad*.

La elección de una temática específica

El estudio de la teoría de la proporcionalidad y una mirada a algunos resultados de un estudio minucioso en torno a tal temática (Guacaneme, 2001) nos enfrentó a al menos tres temáticas que por su carácter innovador nos parecían interesantes: la proporcionalidad directa o inversa con magnitudes relativas³, el carácter cuantitativo no numérico de la proporcionalidad⁴ o

3. Es decir, con magnitudes cuyas cantidades y medidas pueden ser negativas, positivas o neutras.

4. Es decir, cuando la proporcionalidad se establece entre las cantidades de las magnitudes y no necesariamente entre sus medidas.

las situaciones de cambio de unidad. Para hacer la selección propusimos diferentes tareas para cada opción.

Para considerar las posibilidades del trabajo con magnitudes relativas, inicialmente, nos dimos a la tarea de identificar ejemplos de tales magnitudes. La aceleración y la velocidad fueron los primeros ejemplos; a propósito de éstos se discutió el carácter de magnitud de ellos y al menos para el caso de la velocidad se evidenció que ésta no es magnitud (en el sentido reseñado en la teoría de las magnitudes estudiada) pues no satisface la propiedad de que la suma de las medidas de dos velocidades corresponda con la medida de las sumas de las velocidades. Otros ejemplos que planteamos fueron la temperatura, la fuerza, el capital, el tiempo, la altitud y los ángulos dirigidos; en cada uno de éstos se describieron dos “sentidos” que caracterizaban su carácter relativo. A partir de estos ejemplos intentamos identificar algunas relaciones entre estas magnitudes, así abordamos una discusión entre la altitud y la temperatura; como consecuencia realizamos una gráfica que representa aproximadamente tal relación y en ella pudimos verificar que si bien para valores positivos de la altitud al aumentar ésta la temperatura disminuye, para valores negativos se da un comportamiento opuesto (es decir, que la relación no es monótona). También discutimos algo acerca de la altitud y la presión y ante la falta de conocimiento de cómo varían éstas sobre el nivel del mar, decidimos trabajar sólo con altitudes negativas (dentro del mar); así encontramos una gráfica de una función decreciente ubicada en el segundo cuadrante que luego transformamos en una gráfica en el primer cuadrante cambiando el “sentido de la altitud”, es decir asumiendo ahora la relación entre la profundidad y la presión. A través de este caso formulamos como hipótesis que un fenómeno que parece de correlación inversa se puede transformar en uno de correlación directa, asumiendo una de las magnitudes en su “sentido inverso”.⁵

Con respecto a esta discusión surgió la idea de hacer que los estudiantes describieran un fenómeno de variación de dos magnitudes a través de diferentes expresiones verbales “equivalentes”, que esa descripción se pudiera transformar en una gráfica cartesiana, y que a partir de ella, se pudieran realizar descripciones verbales de la forma como se percibía la variación de las magnitudes relacionadas. Esta idea determinó en gran medida las decisiones sobre el conjunto de talleres que diseñamos posteriormente.

Para considerar las posibilidades de realizar un trabajo en torno al cambio de unidad, estuvimos pensando en situaciones reales en las que hubiera que hacer cambios de unidad. Como respuesta se presentaron situaciones tí-

5. A propósito de esta hipótesis, comentamos cómo en una relación de proporcionalidad inversa también se puede reconocer una de proporcionalidad directa pero no entre las mismas variables o magnitudes, sino entre una de ellas y el recíproco de la otra.

picas en la escuela como el cambio de moneda, el cambio de pulgadas a centímetros, la conversión de una medida a sus múltiplos y submúltiplos del sistema métrico decimal, etc.; aunque también surgieron situaciones no típicas, relativas a las tallas de los zapatos en diferentes países, las tallas de la ropa, las medidas de la capacidad de almacenamiento en un disco duro, las medidas de los medicamentos, etc.

Estudio de un ambiente de múltiples relaciones: la cámara fotográfica

En el transcurso de la discusión en torno a estas tres posibles temáticas surgió el ambiente de la fotografía como un ámbito en el que aparecían muchas relaciones de proporcionalidad. Particularmente se discutió acerca de la manera de comprender la relación que puede existir entre los números que describen el tiempo de exposición⁶ y la duración de la exposición, así como la apertura del diafragma y los números⁷ que la describen. También se mencionó que hay relaciones de proporcionalidad entre el número del papel sobre el que se imprimen las fotos y la cantidad de revelador y fijador, al igual que entre la distancia del foco y la cantidad de área enfocada.

Advertir que este contexto era abundante en relaciones nos motivó a abordar su estudio, pues algunos de nosotros teníamos un conocimiento precario de dichas relaciones y del contexto de la fotografía. Inicialmente uno de nosotros —cuya formación al respecto era mayor, por ser la fotografía uno de sus pasatiempos— ilustró a los demás acerca del funcionamiento de los controles de velocidad y diafragma de las cámaras fotográficas. Luego, ante la existencia de inquietudes al respecto, realizamos el estudio de un documento extractado de un curso virtual de fotografía⁸, lo cual nos permitió mejorar nuestra comprensión del funcionamiento de la cámara y de las relaciones en cuestión. A la vez, fuimos ganando consciencia de la posibilidad y necesidad real de que nuestros estudiantes pudieran acceder a este conocimiento y de que éste podía promover y exigir un conocimiento matemático respecto de la variación conjunta de variables relacionadas.

6. En el dial del “velocímetro” se encuentran habitualmente los números 1, 2, 4, 8, 15, 30, 60, 125, 250, 500, 1000 y 2000. Éstos corresponden respectivamente al recíproco de la duración de la obturación de la película en segundos; así, por ejemplo, el número 1000 indica una duración de la obturación de una milésima de segundo (1/1000 s).
7. Los valores que aparecen en el dial del diafragma están dados por los números “f” que usualmente son: 1.4, 1.8, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11 y 16. Estos valores están relacionados con el tamaño de la abertura por la cual accede la luz a la película fotográfica; los números crecen a medida que la abertura se hace menor.
8. <http://www2.ing.puc.cl/~mugonzal/fotografia.html>

Hicimos dos reflexiones ligadas a esta aproximación al conocimiento del contexto de la fotografía. La primera tiene que ver con la importancia de estar experimentando —como profesores que planeamos una clase— una aproximación a conocimientos que esperamos que los estudiantes puedan construir; esta condición habitualmente no se da con los conocimientos matemáticos escolares tradicionales o con la forma en que éstos se abordan. Relacionada con esta reflexión, se expresó la segunda, que atiende al “temor” que los profesores sentimos acerca de nuestro actuar docente mediado por el escaso conocimiento que reconocemos tener frente a la situación que sirve de ámbito de estudio; consideramos que con un bajo nivel de conocimiento existe una alta probabilidad de que en clase cometamos errores y que guiemos de manera poco adecuada a nuestros estudiantes pues no conocemos suficientemente el terreno por el que se transitará.

Hicimos entonces un ejercicio para que entre todos reconociéramos qué conocimiento teníamos respecto del asunto que nos ocupa y nos propusimos identificar las “magnitudes” que se involucraban en el trabajo con el control de velocidad y el del diafragma. Obtuvimos un listado que se fue completando y que contiene: la velocidad, la duración de la exposición, la nitidez, la profundidad de campo, la luminosidad, la sensibilidad de la película, la exposición. Al respecto de éstas discutimos en torno a la visión que cada quien tenía y, por ejemplo, pudimos enunciar que la velocidad es una manera de hablar del tiempo, pero que ésta no se refiere a la magnitud física (de hecho, aquí la velocidad es el recíproco del tiempo) y que hay diferentes ejemplos en donde se evidencia que para hablar de una magnitud se hace referencia a otra que está relacionada con aquella (v.g., para hablar de distancia entre dos poblaciones se usa el tiempo promedio que se emplearía para ir de una a otra en automóvil). También comenzamos a plantear las relaciones que reconocíamos entre estas magnitudes y pudimos elaborar algunos enunciados que las caracterizan; por ejemplo, “entre mayor es la duración de la obturación menor será el número que se registra en el control de velocidad”, “entre mayor sea dicho número, mayor será la velocidad de obturación”, “entre mayor sea la abertura del diafragma menor será el número del control del diafragma”, “entre mayor sea la abertura del diafragma, menor cantidad de luz afectará la película”, etc. También advertimos que la “exposición” puede considerarse como una razón entre la cantidad de luz y la cantidad de tiempo de exposición.

Decidimos, entonces, que nos interesaba que nuestros estudiantes pudieran lograr una comprensión de dichas relaciones y que pudieran enunciarlas; si bien estábamos convencidos de que relacionarlos con este contexto podía llegar a ser motivante e innovador, no sabíamos cómo hacerlo, a pesar de que nos imaginábamos que podríamos diseñar un taller en donde pudieran

hacer tomas fotográficas, o uno en donde pudieran utilizar un simulador de cámara fotográfica, u otro donde se tuvieran fotografías del mismo objetivo tomadas con valores diferentes para el diafragma y el velocímetro.

LA CONSTRUCCIÓN, IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE UN CONJUNTO DE CUATRO TALLERES

La fase de construcción

Para determinar las tareas que propondríamos a nuestros estudiantes hicimos varias actividades. En primer lugar, realizamos un balance de los elementos de los que disponíamos en ese momento; como resultado pudimos evidenciar que habíamos logrado formación que nos permitía entender los fundamentos de las relaciones dadas por la variación de la duración de la obturación y el cambio en el diafragma, que teníamos información escrita sobre la historia de la fotografía y sobre sus fundamentos⁹, y que disponíamos de un par de simuladores en los que se permite la variación de la duración de la obturación y del diafragma¹⁰.

En segundo lugar, procuramos establecer la intención general que perseguiríamos respecto del aprendizaje de los estudiantes. Nos interesaba entonces que los estudiantes pudieran reconocer y enunciar algunas de las relaciones entre las variables consideradas; particularmente, nos interesaba que pudieran identificar y enunciar de diferentes maneras: la relación entre el número del dial del tiempo de obturación y el tiempo de exposición de la película a la luz, la relación entre la abertura del diafragma y el número en el anillo correspondiente, la relación entre el tiempo de obturación y la luminosidad, y la relación entre la abertura del diafragma y la distancia focal (o profundidad de campo).

Con esta intención en mente, hicimos una lluvia de ideas acerca del contenido de las tareas que queríamos que los estudiantes desarrollaran. Creímos conveniente utilizar parte de la información sobre la historia de la fotografía para apoyar la contextualización de los talleres y tareas. Propusimos también, que los estudiantes pudieran acceder a una cámara y que moviendo sólo el dial del tiempo de obturación reconocieran (a través del sonido producido) la relación de éste con el número. Igualmente que los estudiantes movieran

9. Parte de esta información se halla en las páginas: <http://dns1.mor.itesm.mx/~al372856/>, <http://www.fotomundo.com/tecnic/articulos/obturado.shtml>, <http://www.difo.uah.es/curso/c05/cap05.html>, <http://www.masquefotos.com/formacion/curso6.asp>, <http://www.ciudadfutura.com/fotoves/foto10.html>

10. Uno de los simuladores se encuentra en <http://library.thinkquest.org/11355/html/simindex.htm>

el anillo de control de la abertura del diafragma y observaran la abertura y su variación. Después de ello se tenía pensado realizar un par de conjuntos de fotografías de un mismo objetivo, en los que sólo se variara una de las variables (tiempo de obturación o abertura del diafragma) y que con estas fotografías se pudieran evidenciar y enunciar las demás relaciones. Incluso se planteó la posibilidad de pedir a los estudiantes que realizaran gráficas cartesianas de tales relaciones, pero al respecto vimos que podría no ser tan natural que los estudiantes las hicieran. Además, se planteó la posibilidad de usar los simuladores en lugar de hacer las tomas con la cámara.

A partir de estas ideas abordamos el trabajo de concretar las tareas que a través de talleres escritos se les propondrían a los estudiantes. Una de las propuestas resultantes implicaba la observación de un video, la elaboración y diligenciamiento de un cuestionario y la realización de un taller. Este último estaba centrado en el reconocimiento y enunciación de relaciones entre la luminosidad de unas fotografías y los números del dial del diafragma y del control de velocidad de la cámara; también proponía un trabajo con la nitidez de la fotografía y tales números. Al analizar tal propuesta advertimos que ésta no lograba la compatibilidad entre intenciones de aprendizaje y tareas propuestas en el taller. Otra de las propuestas consistía en un taller en el que su primera parte aludía a una situación generada por la acción de vaciar un líquido a través de embudos con diferente tamaño para la salida del líquido; con esta primera parte se proponía entonces unas tareas con las que se pretendía que los estudiantes hicieran una analogía con el funcionamiento del diafragma de la cámara. El análisis de esta propuesta nos ratificó en una idea que habíamos considerado de manera intuitiva: el contexto de la fotografía requiere para su comprensión de un contexto más concreto que le sirva de referencia. El contexto de los embudos se constituía entonces en un buen ámbito “manipulable” de referencia o analogía para las situaciones que se presentan en la cámara fotográfica.

Como resultado de haber analizado estas dos propuestas definimos que en un primer conjunto de talleres abordaríamos el estudio de situaciones con los embudos que fueran referentes para el posterior estudio del control del diafragma y del de tiempo de abertura. Así, por ejemplo, suponíamos que involucraríamos a los estudiantes en situaciones problemas en las cuales deberían observar la cantidad de sustancia que sale por el orificio del embudo para orificios de diferente medida, o la cantidad de sustancia que sale del embudo para tiempos diferentes en los que un mismo orificio permanezca abierto.

La concreción de los talleres implicó determinar la estrategia (es decir, los pasos) que configuraría el conjunto de talleres, establecer la redacción de las instrucciones o consignas del taller, explorar los detalles de los materiales que se utilizarían y construir el equipo necesario, entre otras actividades.

La estrategia general definida establecía que los estudiantes, organizados en grupos de cuatro estudiantes, leyeran unas instrucciones y encararan las tareas que constituían cada uno de los cuatro talleres. Las tareas presentarían situaciones problemas que los estudiantes debían resolver inicialmente de manera hipotética y luego de manera empírica a través de un experimento que ellos mismos debían diseñar. Luego se les presentaría un experimento que deberían desarrollar en caso de considerarlo diferente al que habían diseñado y ejecutado. Finalmente, deberían contrastar los resultados de las aproximaciones hipotética y experimentales y presentar una respuesta a las situaciones problemas. Las tareas eventualmente implicaban la intrusión de unos personajes ficticios que cuestionaban el trabajo de los estudiantes y les exigía justificarlo.

La redacción de las consignas nos llevó a reconocer la facilidad de generar instrucciones ambiguas y, por tanto, a advertir la necesidad de pensar cuidadosamente este aspecto. Las instrucciones finales que configuran los talleres son el resultado de extensas discusiones y revisiones de las cuales infortunadamente no tenemos un registro que nos permita recapitularlas, pero para dar una idea de lo que ello implicó basta con señalar que una instrucción del estilo “describan y justifiquen lo que hicieron” se transformó finalmente en “supongan que en este momento llega al grupo René, un nuevo estudiante, quien les pide que le expliquen cómo hicieron para ordenar los embudos; escriban lo que dirían o harían para contestarle a René”.

La determinación de los materiales nos llevó a tomar la decisión de que no trabajaríamos con líquidos por el poco tiempo que emplearían para traspasar los embudos y la dificultad para medirlo; en su lugar trabajaríamos con sólidos granulados (como la arena o el azúcar). También decidimos que no trabajaríamos con conos de cartón —como los que vienen con hilo o lana— ya que no sería fácil establecer los tamaños de los orificios requeridos.

En cuanto al equipo necesario, construimos modelos de conos que utilizaríamos como embudos en la experiencia; esto se hizo a partir de semicircunferencias iguales, en acetato, a las que se les recortaban sendas semicircunferencias concéntricas de diferente diámetro. La construcción de estos conos nos hizo pensar en la posibilidad de utilizarla como un contexto en donde se pueden estudiar varias relaciones donde hay variación conjunta de variables o magnitudes relacionadas. Particularmente, discutimos que se podría establecer una función entre el ángulo del “sector de círculo” y la altura del cono obtenido (manteniendo constante el radio de la circunferencia), o también, entre la altura y la base de los conos, o entre el ángulo y el perímetro de la base, etc. Para muchas de estas funciones se podría hacer una aproximación cuantitativa no numérica al considerar las magnitudes sobre los objetos (segmento de círculo y cono respectivo) sin necesidad de medir

e intentar expresar el carácter creciente o decreciente de la función. Luego se podría hacer una aproximación cuantitativa numérica al considerar las medidas de las magnitudes y armar tablas de valores correspondientes. Después se podrían elaborar gráficas cartesianas y sobre éstas estudiar la forma de variación de las variables. Y quizá luego se podría intentar la construcción de las expresiones simbólicas que representen tales funciones.

Algunas de las actividades y decisiones descritas en los párrafos precedentes pueden parecer menores, sin embargo, para nosotros fueron significativas, quizá porque nunca antes habíamos advertido la existencia de éstas en la realización de un diseño curricular ni sus implicaciones posibles.

Como resultado tangible de esta fase de construcción, produjimos cuatro talleres (ver Apéndice) que fueron los que les entregamos a los estudiantes con quienes pusimos a prueba el diseño.

La fase de implementación

Durante aproximadamente dos horas y con dos grupos de cuatro estudiantes de grado quinto y noveno, respectivamente, implementamos el diseño en la biblioteca del colegio. Cada grupo estaba dirigido por uno de los autores, y observado por un colega o el asesor de “una empresa docente”, quienes se encargaron de hacer un registro en audio y video; para el desarrollo del taller cada grupo se ubicó en torno a una mesa en la que se dispusieron los elementos que se describen al inicio del Taller 1.

El grupo de grado quinto abordó durante este lapso los cuatro talleres, mientras que el de noveno sólo alcanzó a realizar un trabajo en torno a los dos primeros; la explicación que le dimos a este hecho fue simplemente que los estudiantes de noveno realizaron una amplia discusión sobre los textos que presentaron como respuesta a las tareas, en lo cual emplearon gran cantidad de tiempo, mientras que los de quinto no discutieron los textos escritos en su grupo.

Después de la implementación procuramos construir unos documentos que recogieran las observaciones realizadas, pero infortunadamente no logramos culminar tal tarea pues ello nos implicaba utilizar una gran cantidad de tiempo del cual no disponíamos por razón de estar realizando las actividades académicas de final de año. Sólo pudimos contar con un documento que basado en el video, el asesor había construido y que recopilaba una descripción minuciosa de lo sucedido con el grupo de los estudiantes de quinto grado, y con los documentos incompletos que habíamos podido construir. De esta actividad pudimos aprender la enorme dificultad implicada en el proceso de registro minucioso de la observación, y las enormes exigencias de tiempo y dedicación que éste impone.

Del examen de los documentos pudimos identificar algunos asuntos sobre los que quisimos hacer un análisis y reflexión específicos, a saber: las intervenciones de los profesores durante el desarrollo del taller; los enunciados empleados por los estudiantes para referirse a las relaciones entre las variables; la dinámica de la lectura, seguimiento de instrucciones, discusión y escritura de respuestas en los grupos; y, el carácter novedoso de los talleres.

La fase de análisis

La mirada que pudimos hacer a los diferentes asuntos señalados antes no fue tan minuciosa como pretendíamos pues no tuvimos el tiempo suficiente que exige la realización de tal tarea. Por tanto, consideramos que esta fase se abordó sólo de manera parcial y en consecuencia lo reportado aquí puede no tener la contundencia que sería deseable.

Como lo mencionamos antes, cada grupo de estudiantes estuvo acompañado de un profesor y un observador. Habíamos previsto que el profesor presentara los talleres a los estudiantes, les explicara la presencia de los observadores y redireccionara el rumbo de los estudiantes en el momento en que lo creyera conveniente. Si bien estos planes se llevaron a la práctica sin mayor problema, quienes actuamos como profesores, constantemente durante la implementación sentimos duda respecto de lo apropiado de nuestras intervenciones para el funcionamiento mismo del taller y la pertinencia misma de éstas frente a la indagación que se realizaba a través de —y en torno a— los talleres. En cierto sentido, nuestra actuación no fue natural pues nos sentíamos restringidos y observados. Quizá esto justifique, por ejemplo, que uno de nosotros haya decidido quién era la persona del grupo encargada de registrar por escrito las respuestas a las preguntas y tareas del taller. Consideramos que la planeación que hicimos de nuestras posibles actuaciones no fue suficientemente cuidadosa y que no previmos adecuadamente ni las posibles acciones de los estudiantes ni las reacciones nuestras para procurar un desarrollo natural de los talleres. No obstante, reconocemos que preguntas del estilo “¿qué les están pidiendo?” o señalamientos como “¿y las semejanzas?”, formulados respectivamente ante una discusión suscitada por la segunda instrucción del primer taller y por la respuesta parcial de los estudiantes a la tarea del numeral cinco del segundo taller, fueron acertados ya que marcaron el rumbo de trabajo para los estudiantes.

En cuanto a los enunciados empleados por los estudiantes para referirse a las relaciones entre las variables podemos afirmar que fueron muy diversos, sobre todo en el grupo de los estudiantes de quinto grado. En efecto, en este grupo para expresar la relación que existe entre el tamaño del orificio del embudo y el tiempo que tarda una cantidad de arena en traspasar el embudo se emplearon enunciados tales como: “primero baja el quinto porque

tiene el orificio más grande, el cuarto le sigue al quinto porque tiene un orificio más pequeño que el quinto, ...”, “el quinto le gana al cuarto, el cuarto al tercero, etc., por el diferente tamaño de sus orificios”, “el 2, el 3, el 4 y el 5 duraron mucho menos que el 1 pues sus orificios son más grandes”, “el 5 le gana a todos de su número para abajo, el 4 le gana a todos de su número para abajo y así sucesivamente”, o “del 1 al 5, el que baja más rápido es el 5 y el menos rápido es el 1”.

Nos llama la atención que ninguno de los enunciados registrados en el grupo de quinto se corresponde con el que desde nuestra perspectiva es estándar, es decir, con la afirmación “a mayor abertura del orificio, menor el tiempo que toma la arena en pasar por el embudo”; sin embargo, los estudiantes de noveno grado sí establecieron enunciados como el estándar. Al parecer esto puede constituir una evidencia de que este tipo de enunciados son aprendidos en la escuela, en tanto que hacen parte del lenguaje que se utiliza en algunas clases de matemáticas (por ejemplo, cuando se estudia la proporcionalidad). De otra parte, creemos que este aprendizaje es lícito y necesario pues un enunciado como el estándar recoge tanto la correspondencia entre los valores de magnitudes como la correspondencia —directa o inversa— entre los órdenes relativos de tales valores; nótese que un enunciado como “del 1 al 5, el que baja más rápido es el 5 y el menos rápido es el 1” sólo establece el orden entre los tiempos respectivos a los embudos, pero no atiende a la variación del tamaño de los orificios, aunque también encontramos enunciados como “primero baja el quinto porque tiene el orificio más grande, el cuarto le sigue al quinto porque tiene un orificio más pequeño que el quinto, ...” en el que se involucra de manera implícita la correspondencia y los órdenes de los valores relacionados. A este respecto nos queda la pregunta de cómo orientar procesos en los que los estudiantes puedan tomar sus enunciados como objeto de estudio y puedan ir reconstruyéndolos para que incorporen de manera sintética la mayor cantidad de información acerca de la relación entre los valores de las dos magnitudes.

De otra parte, podemos reseñar que nos causó sorpresa reconocer que para los estudiantes la tarea de seguir instrucciones dadas por escrito puede implicar un alto grado de dificultad. Particularmente, nos llamó la atención los niveles de dependencia que expresaron los estudiantes de quinto grado al momento de decidir qué harían en respuesta a una instrucción del taller. Aunado a este hecho, reconocimos que las acciones llevadas a cabo por los estudiantes no siempre responden a la instrucción dada, como en el caso del segundo literal del primer taller, en el que se les propuso que dieran una respuesta a una inquietud planteada por el personaje ficticio y lo que hicieron fue realizar un experimento, objeto del cuarto numeral; o, en el caso del tercer numeral del mismo taller en donde debían diseñar y describir el experi-

mento y lo que hicieron fue realizarlo. Esta observación nos alerta acerca de la necesidad de realizar más actividades en las que los estudiantes deban seguir instrucciones escritas y, posteriormente hacer objeto de estudio las acciones manifestadas en respuesta a las instrucciones. No creemos que la afirmación “los estudiantes no saben leer” justifique la decisión de no ponerlos a leer; por el contrario, consideramos que es sólo enfatizando en la lectura y exigiendo unas adecuadas interpretaciones de lo escrito, que se promueve esta actividad intelectual.

En la discusión de las respuestas a las preguntas y tareas también notamos algunas falencias. Observamos que en el grupo de grado quinto la discusión estuvo bastante ausente, pues si bien había diferentes propuestas para realizar una tarea o para enunciar una conclusión, los estudiantes no hacían algo más que expresar su postura sin preocuparse de reaccionar ante las de los demás; en este grupo tampoco se preocuparon por discutir las respuestas que uno de sus integrantes registraba por escrito. Por su parte, en el grupo de noveno sí evidenciamos mayor discusión y una intención de que lo que escribieran reflejara una postura de grupo, o las posturas que se reconocieran como diferentes. Al contrastar los escritos resultantes como respuesta al taller con lo que había sucedido en el grupo pudimos advertir una amplia diferencia; creemos que el trabajo en los grupos y las eventuales discusiones no se logran registrar, de hecho, para el caso del grupo de quinto grado las respuestas escritas sólo recapitulan la posición del integrante que escribía. Este hecho nos cuestiona acerca de la validez de las valoraciones que del trabajo de los estudiantes a menudo realizamos con base en sus producciones escritas.

Finalmente, consideramos que a más de que la implementación de los talleres pudo ser novedosa para los estudiantes —e incluso para nosotros— por el hecho de realizarse en un espacio diferente al de un salón de clase, de estar todo el tiempo acompañados por un profesor y un observador, o por estar siendo filmados o grabados, lo fue en cuanto a que implicó un ambiente de experimentos impuesto por las tareas de los talleres. No es usual que en la actividad matemática escolar se haga un trabajo que implique *experiencias de laboratorio*; mucho menos que sean los estudiantes quienes diseñen el experimento, lo implementen, registren los datos “a su manera”, y extraigan conclusiones a través de las cuales puedan responder una inquietud. Tampoco es usual que una vez hayan hecho esto se les ofrezca la posibilidad de contrastarlo con un experimento sugerido y que a partir de su realización puedan reelaborar o ratificar sus respuestas. Suponemos que la actividad intelectual promovida por este tipo de talleres no debe ser exclusividad de las ciencias naturales —a la manera en que se estudian en algunas instituciones— y que las matemáticas, sobre todo cuando se trata de estudiar la variación conjunta puede y debe aprovechar este recurso. Señalamos sí, que no

se trata de un “activismo pedagógico”, pues en estos talleres no sólo había que actuar con el material y sobre él; también había que actuar y pensar a través de éste y de los resultados de la experimentación.

UNAS REFLEXIONES

Una mirada retrospectiva a la experiencia de desarrollo curricular nos permite apreciar que logramos algunos resultados que son importantes puesto que los conseguimos a través de nuestra experiencia y nos hacen profesionales diferentes. Entre estos resultados está el reconocimiento de la existencia de una teoría matemática de la proporcionalidad que propone una visión de ésta un poco diferente a la que se observa al mirarla en las matemáticas escolares, el hallazgo de situaciones de variación conjunta en ámbitos que no habíamos explorado antes (v.g., en la construcción de conos, en la cámara fotográfica, o en el vaciado de arena en los embudos) y la construcción de una secuencia de talleres para promover aprendizaje de las matemáticas de manera novedosa.

Al margen de estos resultados y mediado por una actividad de reflexión sobre la experiencia de desarrollo profesional, hemos advertido otro tipo de resultados que tienen tanto o más valor que los anteriores. Podemos afirmar con seguridad que el trabajo en equipo constituye un ambiente de intercambio, aprendizaje y reconocimiento profesional; en efecto, con el trabajo realizado pudimos reconocer: que existe la posibilidad de aprender del otro; que más que vergüenza por no conocer algo, debemos sentir necesidad de conocerlo y apoyarnos mutuamente para lograrlo; que a pesar de no ser fácil, es posible discutir con los colegas y llegar a acuerdos o desacuerdos claros y tomar decisiones colectivas. A partir de ello consideramos completamente necesario repensar las reuniones de área para que se conviertan en un espacio de reflexión académica más que en uno de información administrativa.

La experiencia de desarrollo profesional también nos permitió reconocer que el trabajo profesional en docencia va, y se desarrolla, más allá de las aulas. Dictar clase, preparar clase, evaluar trabajos y elaborar informes y atender acudientes es sólo una parte de la labor docente. La participación en las actividades de la comunidad académica en Educación Matemática y la participación en proyectos de asesoría son actividades que deberían ser parte de la actividad docente y que afortunadamente comienzan a abrirse camino en la cultura de las instituciones educativas. Estas actividades implican una alta cuota de sacrificio institucional y personal. Particularmente, en esta experiencia tuvimos que “sacrificar” tiempo dedicable a las familias y al descanso, para sentirnos bien con nosotros mismos y cumplir con el deber y la palabra empeñada; sin embargo, no siempre al iniciar los procesos de desa-

rollo profesional apoyados institucionalmente, los profesores están dispuestos a realizar estos sacrificios.

También, consideramos que la experiencia de desarrollo profesional nos puso frente al inicio de un cambio. Este cambio se expresa de diferente manera: los estudiantes pudieron ver que sus profesores hacen cosas diferentes; los profesores nos sentimos haciendo cosas diferentes; la estrategia para abordar el conocimiento matemático a través de talleres que proponen problemas, retos, experimentos, etc., es novedosa para unos y otros; la actividad de diseñar tales talleres y de realizar una observación de su implementación es atípica en las instituciones educativas; la sensación de estar aprendiendo matemáticas al realizar un diseño es impactante; la percepción que se logra del quehacer docente al observar a un colega a través de un video es nutritiva; la posibilidad de escribir sobre una experiencia y de comunicársela a otros colegas a través de un artículo es poco común.

Finalmente, esperamos haber podido ilustrar con este artículo que el proceso de diseño curricular no es lineal, que exige tomar decisiones sobre la base del conocimiento, que las reflexiones logradas en equipo son los resultados más importantes para iniciar un cambio docente, y que aún hay mucho camino por recorrer bajo la intención de consolidar la docencia de las matemáticas como una profesión desempeñada por profesionales de la educación.

REFERENCIAS

- De Trocóniz, A. y Belda, E. (1959). *Análisis algebraico*. Bilbao: Talleres Gráficos Ordica.
- Guacaneme, E. (2001). *Estudio didáctico de la proporción y la proporcionalidad: una aproximación a los aspectos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas* (Tesis de maestría no publicada). Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Eliana Hernández
Institución Educativa Compartir Bochica
elcahersa@hotmail.com

Omar Galindo
Institución Educativa Distrital San Francisco de Asís
niramo@hotmail.com

Kylia Santana
ued-pc14@uniandes.edu.co

APÉNDICE

LOS EMBUDOS DE LUZ

Taller 1

Para el desarrollo del taller deben conformar grupos de cuatro estudiantes. Cada grupo dispone de: un soporte con cinco orificios redondos con los números 1, 2, 3, 4 y 5; cinco embudos cónicos con orificios de salida de diferente tamaño; cinco vasos desechables iguales en forma y tamaño; un reloj o cronómetro; y, una bolsa de arena.

Cada grupo deberá desarrollar las siguientes tareas y responder por escrito —en una misma hoja— las preguntas que allí se les plantean. Tengan presente lo que hacen para desarrollar cada tarea pues algunas veces deberán escribir la manera en que hicieron la tarea.

- 1) Ordenen los embudos de acuerdo al tamaño del orificio de salida y ubíquenlos en el soporte escribiendo en cada embudo el número que le corresponda en el soporte.
Supongan que en este momento llega al grupo René, un nuevo estudiante, quien les pide que le expliquen cómo hicieron para ordenar los embudos; escriban lo que dirían o harían para contestarle a René.
- 2) Ahora René quiere saber si el tiempo que tarda en pasar un vaso de arena a través del embudo es el mismo para los cinco embudos. ¿Qué le dirían a René con respecto a su inquietud?
- 3) Utilizando los instrumentos y materiales de los que disponen, diseñen un experimento para establecer una respuesta a la inquietud de René, presentada en el numeral anterior. Escriban la manera en que realizarán el experimento.
- 4) Realicen el experimento y a partir de los resultados que obtengan, respondan la inquietud de René de la manera más completa y clara posible. Registren por escrito la manera como realizaron el experimento y los datos obtenidos.

Taller 2

En este taller deberán continuar trabajando en grupos de cuatro estudiantes y dispondrán de los mismos materiales e instrumentos del taller 1. No olviden escribir sus respuestas en una hoja.

Para contestar la inquietud de René, un grupo de estudiantes —en el que se encuentra Renata— propuso realizar el siguiente experimento.

- a. Tome el embudo identificado con el número 1 y pase a través de éste un vaso de arena, registrando el tiempo que tarda el embudo en desocuparse completamente.
- b. Tome ahora sucesiva y ordenadamente los embudos identificados con los números 2, 3, 4 y 5, y pase a través de cada uno de éstos sendos vasos de arena, registrando para cada embudo el tiempo que tarda en desocuparse completamente.
- c. Registre los tiempos en la siguiente tabla:

Embudo número	Tiempo
1	
2	
3	
4	
5	

- 1) Comparen el experimento propuesto por el grupo de Renata con el que ustedes diseñaron y realizaron en el taller 1 y escriban las diferencias y las semejanzas que encuentran.
- 2) Si en su opinión los experimentos son muy diferentes, realicen este experimento y a través de sus resultados respondan la inquietud de René presentada en el taller 1.
Si consideran que los experimentos son muy parecidos escriban si con este experimento se obtendría la misma conclusión que la que obtuvieron en el experimento que ustedes diseñaron y realizaron.

Taller 3

En este taller deberán continuar trabajando en grupos de cuatro estudiantes y dispondrán de los mismos materiales e instrumentos del taller 1. No olviden escribir sus respuestas en una hoja.

- 1) René afirma que: “*Siempre y en todos los embudos sucede que entre menos cantidad de arena pasa por el embudo más tiempo tarda en hacerlo*”.
Escriban su opinión con respecto a la afirmación de René.
- 2) Como ustedes se habrán podido dar cuenta, René es un poco terco y como Santo Tomás, “*hasta no ver no creer*”. Ingenien y escriban los pasos de un experimento que harían utilizando el material y los instrumentos de los que disponen para demostrarle a René que su opinión dada en el numeral anterior es cierta.
- 3) Realicen el experimento y contrasten la validez de su opinión expresada en el numeral 1. No olviden registrar por escrito la manera como realizaron el experimento y los datos obtenidos.

Taller 4

En este taller deberán continuar trabajando en grupos de cuatro estudiantes y dispondrán de los mismos materiales e instrumentos del taller 1. No olviden escribir sus respuestas en una hoja.

Para negar la afirmación de René hecha en el taller 3, el grupo de Renata propuso realizar el siguiente experimento.

- a. Depositen arena en tres vasos (**a**, **b**, **c**) de tal forma que en el vaso **a** haya menos cantidad que en **b** y en el vaso **b** menos que en **c**.
- b. Escojan uno de los embudos y vacíen el contenido del vaso **a** en el embudo elegido, registrando el tiempo que se demora en pasar la arena por el embudo.
- c. Hagan lo mismo con el contenido de los vasos **b** y **c** empleando el mismo embudo. No olviden registrar el tiempo para cada caso.
- d. Supongan que tuvieran un vaso con mayor cantidad de arena que en **c**. ¿Será que el tiempo empleado para desocuparse es mayor o menor que el que tomó **c** en desocuparse?

e. Ahora supongan que tuvieran un vaso con menor cantidad de arena que a. ¿Cómo será el tiempo empleado en desocuparse el embudo?

- 1) Comparen el experimento propuesto por el grupo de Renata con el que ustedes diseñaron y realizaron en el taller 3 y escriban las diferencias y las semejanzas que encuentren.
- 2) Si en su opinión los experimentos son muy diferentes, realicen este experimento y a través de sus resultados confronten la validez de la afirmación de René presentada en el taller 3.
Si consideran que los experimentos son muy parecidos escriban si con este experimento se obtendría la misma conclusión que la que obtuvieron en el experimento que ustedes diseñaron y realizaron en el taller 3.