

## **DOS EXPERIENCIAS DE FORMACIÓN DOCTORAL: OBJETIVOS, DISCIPLINARIEDAD, ENFOQUES Y ESTRATEGIAS<sup>1</sup>**

VILMA MESA Y PAOLA VALERO

*En este artículo discutimos los programas de doctorado en Educación Matemática en los que hemos participado como estudiantes en los últimos cuatro años. Primero que todo hacemos una descripción de los doctorados en la Universidad de Georgia (USA) y del Instituto Real Danés de Estudios Educativos (Dinamarca). Posteriormente abordamos la discusión de los programas teniendo en cuenta cuatro puntos: la finalidad de la investigación en Educación Matemática, la disciplinariedad del área, los enfoques de investigación y las estrategias de trabajo y apoyo a los doctorandos. Finalmente concluimos con algunas reflexiones sobre nuestras experiencias en términos de su complementariedad y de sus implicaciones en la comunidad de investigación en Colombia, el país de donde provenimos.*

*In this paper we discuss the doctoral programs in which we have been enrolled as students during the last four years. We describe the doctoral programs at the University of Georgia (Athens, Georgia, USA) and at the Royal Danish School of Educational Studies (Denmark). Then we discuss these doctoral programs taking into account four issues: the aims of mathematics education research, the discipline of mathematics education, research approaches, and support strategies for students. We conclude with some reflections about our experiences in terms of their complementarity and implications for the Colombian mathematics education research community.*

Palabras claves: Educación Matemática, formación de investigadores, doctorado.

### **A LA MEMORIA DE MAURICIO CASTRO**

Mauricio Castro fue por varios años nuestro colega y amigo. Hay dos cosas que yo, Vilma, recuerdo muy especialmente de Mauricio: su agudo sentido crítico y su gran sentido del humor, dos características que raramente van

---

1. Reimpreso del libro *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (2001). Universidad de Granada.

Agradecemos a Pedro Gómez y Luis Rico (editores), y a las autoras por haber autorizado la publicación de este artículo en la *Revista EMA*.

juntas en una persona y que realmente hacen una gran diferencia en un grupo de trabajo que está buscando consolidarse científicamente. Por supuesto que podría mencionar muchas de sus otras cualidades, como la responsabilidad y el compromiso, o el entusiasmo y la curiosidad. Sin embargo, esa habilidad para resaltar las debilidades de mis argumentos y, a la vez, hacerme sentir agradecida, era no sólo única sino además envidiable. Cuando nos despedimos el 7 de octubre en Bogotá dejamos pendientes una tarea. Mauricio quería que yo le hiciera comentarios a la propuesta de su memoria de doctorado. Nos pusimos una cita para charlar por internet el lunes 11 de octubre. Fue el único compromiso que no pudimos cumplir en nuestra amistad.

Para mí, Paola, Mauricio fue la persona con quien compartí la fascinación por el descubrimiento de conexiones entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento humano. Juntos trabajamos en la preparación y puesta en práctica de las últimas versiones del curso “Matemáticas y Sociedad” para los estudiantes de ciencias sociales de la Universidad de los Andes. En nuestras exploraciones nos deleitamos con la idea de cómo la noción de infinito ha sido representada por varias culturas humanas, entre ellas los grandiosos arquitectos que construyeron el Palacio de la Alhambra y que pudieron plasmar en los mosaicos y los techos de tan magnífica obra, la idea de una existencia perenne e infinita. Mauricio, en su corta vida, tuvo la dicha de morar cerca a la Alhambra y de aprender más sobre la Educación Matemática justamente en ese sitio de nuestra fascinación.

Además de una tremenda furia por el sin sentido de la violencia urbana colombiana que causó la muerte de nuestro compañero, sentimos pena por la pérdida que la comunidad de investigadores en Educación Matemática de habla hispana tuvo con la fatídica desaparición de Mauricio Castro. No obstante él y su huella en las vidas de quienes pudimos conocerlo permanecen con nosotros.

## INTRODUCCIÓN

Nuestra historia en la Educación Matemática tiene un punto común. Durante casi cinco años trabajamos juntas en “una empresa docente”, centro de investigación en Educación Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia. Vilma María formó parte de este grupo desde su creación en 1987 y Paola Ximena comenzó a realizar actividades en él desde 1990. En esos años en que permanecemos juntas en el mismo sitio, cada una desde su formación, comenzamos a sumergirnos en lo que significa la Educación Matemática como una disciplina científica<sup>2</sup>. El mayor punto de encuentro y cooperación entre nosotras

fue durante la realización del programa de investigación “Calculadoras gráficas y precálculo” (Gómez et al., 1996) donde Vilma se encargó de la exploración del aprendizaje del precálculo con el apoyo de las calculadoras gráficas (Mesa y Gómez, 1996), y Paola, junto con Cristina Gómez, se encargó de la indagación sobre el impacto en las creencias del profesor de la introducción de las calculadoras gráficas en la clase de precálculo<sup>3</sup> (Valero y Gómez, 1996).

Parte de nuestro sueño común fue la realización de estudios de doctorado fuera de Colombia. Vilma viajó a los Estados Unidos en septiembre de 1995 para iniciar su maestría en Educación Matemática y posteriormente su doctorado en la Universidad de Georgia bajo la dirección de Jeremy Kilpatrick. Paola salió de “una empresa docente” en junio de 1997 para ingresar al Instituto Real Danés de Estudios Educativos (IRDEE) en Copenhague, Dinamarca, bajo la dirección de Ole Skovsmose. Desde ese momento hemos seguido dos trayectorias distintas que hoy nos invitan a reflexionar sobre la ubicación de nuestros programas de estudio doctorales con relación a cuatro temas centrales: la finalidad e interés en la realización de un proyecto de investigación doctoral; la definición de la educación como una disciplina de carácter autónomo o interdisciplinario; la selección de paradigmas de investigación; y el tipo de ambiente que se ofrece para la formación de investigadores.

## **DOS CASOS DE PROGRAMAS DE FORMACIÓN DOCTORAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

### **Una experiencia estadounidense**

Gracias al apoyo académico de Jeremy Kilpatrick, y la financiación de la Asociación Americana de Mujeres Universitarias y la Universidad de los Andes, pude iniciar el programa de maestría en Educación Matemática en la Universidad de Georgia en septiembre de 1995. A finales de 1996 varios profesores sugirieron que me presentara para el programa de doctorado, el cual inicié formalmente en enero de 1997. El programa de doctorado de la Universidad de Georgia es de los pocos que se ofrecen en un departamento de Educación Matemática. En las universidades norteamericanas es común que el programa sea una opción más de las facultades de educación o de los

- 
2. La Educación Matemática se ha llamado “campo de investigación” (research field, Sierpinska y Kilpatrick, 1998, p. ix-xii). Nosotras consideramos que se trata más bien de una disciplina científica (Sierpinska y Kilpatrick, 1998, p. 3).
  3. Para detalles sobre el desarrollo de la investigación en Educación Matemática en “una empresa docente”, ver el capítulo de Pedro Gómez en este libro.

departamentos de matemáticas, en los que el énfasis es psicología educativa, currículo, política educativa o matemáticas. En ese sentido el programa es privilegiado ya que la razón de ser del departamento es la Educación Matemática. El programa está abierto a todos los profesionales; esto también es diferente de otros lugares donde se exige que el candidato haya completado una carrera en un área afín a la educación (pedagogía), la psicología o las matemáticas.

Comparado con otros programas, el de la Universidad de Georgia tiene una componente importante de cursos de matemáticas que se toman tanto en el departamento de matemáticas como en el departamento de Educación Matemática. Si los candidatos tienen una formación matemática previa, se requiere que completen una serie de cursos de matemáticas de la maestría de matemáticas y una serie de cursos del doctorado de matemáticas en álgebra, geometría, análisis real y complejo, topología, teoría de números, análisis numérico o probabilidad. Cuando los candidatos no tienen una formación matemática previa, además de los cursos mencionados, se requieren cursos del programa de pregrado en matemáticas, como por ejemplo cálculo, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales y probabilidad. Los cursos de matemáticas que ofrece el departamento de Educación Matemática están orientados hacia la didáctica, ejemplos son: geometría, historia de las matemáticas, y resolución de problemas. La tecnología es parte esencial de los cursos. El programa también ofrece una serie de cursos en las áreas de currículo, instrucción, aprendizaje e investigación que buscan formar al doctorando en la disciplina y además crear una actitud crítica hacia la misma; en ellos se estudian aspectos teóricos y prácticos de la didáctica de las matemáticas. El programa ofrece seminarios de investigación, que son obligatorios. Los profesores, e incluso los estudiantes, pueden ofrecer seminarios para estudiar una problemática particular (e.g., multiculturalismo en educación, estudios de género, historia de las matemáticas, creencias de los profesores, cómo escribir propuestas de investigación, investigación cualitativa, filosofía de la matemática y de la educación, evaluación y valoración de estudiantes y evaluación editorial). Finalmente, la componente de métodos estadísticos y cualitativos de investigación se realiza con el departamento de psicología educativa, donde se toman los cursos de psicología, estadística e investigación cualitativa que se requieren para completar el programa básico de cursos. El estudiante por su parte puede elegir cursos adicionales en cualquier otra área que considere necesarios para delimitar o ampliar su problema de trabajo.

El programa no tiene una orientación particular, sino que el estudiante decide la orientación de su programa de estudios. Aunque hay líneas de trabajo establecidas –como por ejemplo creencias del profesor y formación de

profesores (con Thomas Cooney, Patricia Wilson, Denise Mewborn y Dorothy White), tecnología en Educación Matemática (con Jim Wilson, Larry Hatfield y Nicholas Oppong), aprendizaje (con Leslie Steffe, John Olive y Heide Wiegel) y currículo, investigación y estudios internacionales (con Jeremy Kilpatrick)— los estudiantes pueden hacer estudios sobre temas no contemplados en estas líneas. La elección del supervisor se hace luego del primer año del doctorado, cuando el candidato ha tenido la oportunidad de conocer a todos los profesores (y ellos a su vez han tenido la misma oportunidad con el estudiante) a través de los cursos, seminarios y coloquios. La elección se hace por afinidad de intereses. Con el supervisor se delinea el programa de estudios. Al final del segundo año, y con el apoyo del supervisor, el estudiante debe elegir un comité de doctorado. El comité está conformado por cinco personas; además del supervisor, debe haber dos profesores del departamento de Educación Matemática y uno del departamento de matemáticas; el quinto en general se elige pensando en la asistencia metodológica del trabajo de investigación.

Al final del tercer año el estudiante debe presentar los exámenes de candidatura. En este proceso el supervisor juega un papel muy importante en ayudarle al estudiante a determinar las lecturas que debe realizar para completar su formación. En la mayoría de los casos el estudiante determina la frecuencia de las reuniones con el supervisor y con los otros miembros de su comité. Se presentan cinco exámenes: uno de matemáticas, uno sobre metodologías de la investigación, uno sobre filosofía de las matemáticas, de la educación y de la Educación Matemática, uno sobre el área de investigación del estudiante y otro sobre otras áreas de interés del estudiante, no necesariamente relacionadas con su tema de investigación. Una vez resueltos los exámenes, el estudiante tiene la oportunidad de clarificar o ampliar ideas en una reunión con su comité, en la cual también se discute el problema de investigación de su trabajo de tesis. Los exámenes se pueden presentar tantas veces como sea necesario hasta que el estudiante y el comité se sientan confiados en que se ha logrado un dominio de las áreas evaluadas.

El estudiante de doctorado es bien atendido en el departamento: todos los profesores están dispuestos a escuchar inquietudes académicas y no académicas del estudiante y a sugerir alternativas. Cada estudiante es tratado como un ser único, aunque siempre debe ser el estudiante quien tome la iniciativa. La gran mayoría de los estudiantes trabaja como instructores o como asistentes de investigación, lo cual implica un contacto permanente con estudiantes y con profesores, muchas veces de diferentes áreas. Este contacto es bastante beneficioso para la formación académica del candidato.

El departamento tiene una asociación de estudiantes en la que se gozan de ciertos beneficios, como descuentos en la afiliación al Concejo Nacional

de Profesores de Matemáticas (NCTM, National Council of Teachers of Mathematics), en las ventas de libros, y en la asistencia a conferencias. La asociación publica semestralmente la revista *The Mathematics Educator*. La revista está a cargo de los estudiantes, quienes participan en el proceso editorial: revisión y crítica de artículos, escritura y búsqueda de artículos para publicación, diagramación, impresión y envío por correo. Es un trabajo que requiere la participación y cooperación de muchas personas y que es muy gratificante. Existe otro grupo, "Los Begles" (en honor a Edward Begle), donde se discuten informalmente temas académicos (preparación de lista de lecturas, definición de problemas de investigación, discusión de artículos) y no académicos.

Las bibliotecas reales y virtuales de la Universidad y del departamento están disponibles permanentemente. El departamento ha procurado mantener tecnología de vanguardia accesible para todos sus estudiantes: software, computadores, calculadoras gráficas, scanners y sistemas de videoconferencia.

El departamento procura que los candidatos del programa tengan algún tipo de trabajo remunerado que contribuya al pago de la matrícula semestral. Esta ayuda se obtiene gracias a que el departamento tiene a su cargo la formación en metodologías de las matemáticas de los futuros maestros. Una gran parte de estos cursos está a cargo de los estudiantes del programa. Existen además innumerables incentivos y becas ofrecidas por la Facultad de Educación, por la Escuela de Postgrado y por otras instituciones externas. El supervisor, el jefe del departamento y el coordinador del programa apoyan al candidato en la preparación de la documentación y lo representan en los comités de asignación de incentivos y becas. El proceso es similar cuando el estudiante tiene trabajos aceptados en conferencias importantes. Tanto la asociación de estudiantes como el departamento financian parte de los gastos del estudiante. Algunas veces el comité de investigaciones de la universidad financia a estudiantes que tienen trabajos aceptados en conferencias internacionales. En cualquier caso el apoyo para que los estudiantes empiecen a participar activamente en la comunidad de Educación Matemática se fomenta desde el inicio del programa.

## **Una aventura escandinava**

En septiembre de 1997 inicié mis estudios de doctorado en el Departamento de Matemáticas, Física, Química e Informática del Instituto Real Danés de Estudios Educativos (IRDEE) en Copenhague, bajo la supervisión de Ole Skovsmose. Dada mi formación inicial como lingüista y politóloga, trabajar con un profesor con un interés fuerte por la dimensión política de la Educación Matemática era la situación ideal. La selección del sitio donde realizar mis estudios de doctorado dependió directamente de mi

deseo por trabajar con una persona en particular y no necesariamente por estar en una universidad determinada. Una primera cosa por solucionar fue la financiación de mis estudios. Gracias al sistema de educación universitaria pública de Dinamarca pude viajar a este país sin la certeza de tener una financiación estable. Mas fue un alivio poder saber al poco tiempo de haber comenzado que podía contar con el apoyo del Instituto Colombiano para el Avance de la Ciencia y la Tecnología (Colciencias) para cubrir mis gastos de manutención. Después de un año y medio de haber estado aquí gané una beca de doctorado regular del Gobierno Danés para la continuación de mis estudios durante un tiempo de tres años.

La estructura general de los estudios de doctorado en Dinamarca se rige por una orden ministerial que determina las obligaciones y distribución general del tiempo de estudios. Así, durante los tres años de duración de la beca, seis meses deben dedicarse a la participación en seminarios y cursos, seis meses a trabajo para la universidad y dos años de tiempo completo para la realización del trabajo de investigación del estudiante. Esta distribución de tiempo no es cronológica –no es necesario trabajar exclusivamente durante seis meses para la universidad o sólo tomar cursos– sino que a lo largo de los tres años el supervisor y el estudiante deben asegurar que se haya dedicado tal tiempo a cada una de las actividades. También es obligatorio estar entre un mínimo de tres y un máximo de seis meses en una universidad distinta a la oferente del programa, en el mismo país o, especialmente, fuera de Dinamarca. Normalmente la decisión de dónde hacer esta pasantía depende de los intereses del estudiante y de la recomendación del supervisor sobre el sitio adecuado para contar con un ambiente académico apropiado. Durante los tres años de estudios no hay ningún tipo de exámenes, sólo informes de avance semestrales donde el tutor y el estudiante reportan las actividades realizadas y el progreso que se ha logrado en ese tiempo. Las becas son ofrecidas públicamente y están abiertas a concurso. Normalmente las becas tienen orientaciones particulares como, por ejemplo, investigación en didáctica de las matemáticas en el nivel universitario o investigación en el área de aprendizaje de las matemáticas con uso de computadores. Para participar en el concurso, los aspirantes deben enviar una propuesta inicial de tesis de doctorado junto con su currículum vitae y certificaciones de estudios previos. Un comité en el departamento oferente de la beca selecciona al becario dependiendo de la calidad académica del futuro estudiante y de su propuesta.

Siendo un país pequeño (5,5 millones de habitantes) y con una comunidad de investigación en Educación Matemática también pequeña, en Dinamarca no hay muchos programas de doctorado ni tampoco muchos estudiantes. En el momento hay cuatro centros alrededor de los cuales se agrupan los cerca de 13 estudiantes de doctorado en Educación Matemática

del país: el Centro de Didáctica de las Ciencias de la Universidad de Aalborg donde se encuentran investigadores como Ole Skovsmose e Iben Maj Christiansen, el Centro de Estudios en la Enseñanza Media en la Universidad Syddansk en Odense, el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Roskilde donde se encuentran Mogens Niss, Morten Blomhøj y Tina Wedege, y el Departamento de Matemáticas del Instituto Real Danés de Estudios Educativos donde está actualmente Lina Lindenskov. Cada centro tiene intereses particulares y cada estudiante desarrolla su propio proyecto de investigación, algunas veces dentro de la línea de investigación del supervisor principal, pero muchas veces en un área independiente. Por ejemplo, en el IRDEE, hay en este momento cuatro estudiantes de doctorado trabajando en áreas como las imágenes de las matemáticas y enseñanza de las matemáticas de profesores que comienzan su carrera, la enseñanza de la geometría a través de software interactivo, el significado de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en una sociedad postmoderna y la influencia de la organización escolar en el cambio en la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. La orientación particular de cada centro y casi de cada estudiante determina los seminarios en los que se debe participar como parte de los estudios reglamentarios de doctorado. En la mayoría de los casos, los seminarios en que un estudiante participa no dependen necesariamente de un currículo predeterminado, sino del interés particular del estudiante. También el estudiante puede participar en cualquier curso de doctorado ofrecido por cualquier universidad danesa o escandinava. No hay ningún requisito que obligue a participar en cursos de matemáticas.

El estudiante de doctorado cuenta con dos supervisores, uno principal quien es el responsable del estudiante y su progreso general y uno secundario que debe prestar apoyo académico. El estudiante escoge sus supervisores según la afinidad temática con el proyecto de doctorado. La tarea de escritura de una tesis de doctorado en este país tiende a ser una actividad individual y solitaria, es decir, la mayoría del trabajo debe ser realizada por el estudiante sin mayor cooperación con otros. El hecho de que haya tan pocas personas en los centros y en el país hace que no haya grupos de estudio y discusión permanentes y frecuentes. No obstante existen varias actividades de seminarios especializados en Educación Matemática y reuniones de los estudiantes de doctorado para discutir el progreso de cada uno. Estas reuniones se realizan aproximadamente una vez al mes y los estudiantes de los diversos centros se desplazan por uno o dos días a otra ciudad para participar en la reunión. También se realizan al menos dos seminarios al año con investigadores en Educación Matemática no daneses.

A pesar de que la experiencia tiende a ser solitaria, la relación estrecha que se puede establecer con el supervisor y otros colegas y grupos, dada la



obligación de trabajar en enseñanza u otras actividades de investigación, rompe un poco con la monotonía de la individualidad. En mi caso particular y dada mi experiencia previa de trabajo en grupo en “una empresa docente”, fue necesario tratar de establecer trabajo conjunto con mi supervisor y con otros colegas. Para mí pensar con otros es casi indispensable. Así, como parte de mis actividades de trabajo he podido realizar dos proyectos diferentes de investigación –que están relacionados con mis actividades de doctorado–, uno en el área de reflexión teórica sobre el significado de la relación entre Educación Matemática y democracia, y otro en el área de desarrollo profesional de profesores de matemáticas en la escuela secundaria. Para mí este ha sido un espacio importante dentro de mi formación como investigadora.

En cuanto a los recursos que están a disposición de los estudiantes de doctorado, hay primero que mencionar las facilidades bibliográficas y tecnológicas necesarias para apoyar todo el proceso de investigación. Por otro lado, el estudiante puede adquirir literatura relevante para el tema de interés a través de la biblioteca del centro o de la institución. Pero además, como parte de su beca de doctorado, el estudiante cuenta con una cierta cantidad de recursos para financiar la adquisición de equipos especiales, libros y la participación en conferencias y eventos especiales en el país y fuera de él. Esto significa que el estudiante puede participar en diversas actividades internacionales con apoyo económico de la universidad. Esta disponibilidad de recursos juega un papel muy importante en las posibilidades de los estudiantes de doctorado para pertenecer y participar activamente en la comunidad internacional de investigadores en Educación Matemática.

## **CUATRO ASPECTOS A CONSIDERAR EN LA FORMACIÓN DOCTORAL**

La investigación en Educación Matemática y su desarrollo en programas de doctorado en varios lugares del mundo pueden discutirse con respecto a, al menos, cuatro aspectos: sus objetivos, la colaboración con otras disciplinas, el enfoque investigativo y el apoyo al doctorando. En Mesa y Valero (1998) discutimos estos cuatro aspectos en términos de dilemas que enfrentan investigadores interesados en armar un programa de doctorado. Pensamos que el marco del artículo mencionado es útil para reflexionar sobre nuestros respectivos programas doctorales. No obstante, esta vez no nos referiremos a los dilemas de la formación doctoral, sino que plantharemos en qué consiste cada uno de esos aspectos y buscaremos ubicar nuestros programas en ellos. No pretendemos, de ninguna manera sugerir que uno de los programas es mejor que el otro; por el contrario, creemos que cada uno tiene sus

fortalezas y debilidades y que, contrastarlas y discutir las nos aporta una mejor comprensión de lo que pueden ser relaciones de complementariedad entre los dos.

## **La finalidad de la Educación Matemática**

Una primera discusión sobre lo que es la Educación Matemática como área de conocimiento científico tiene que ver con su finalidad. Siguiendo a Herbst (1998a) nos preguntamos: ¿Cuál es el objetivo de esta área de investigación? ¿Resolver problemas o entender fenómenos? ¿Es la finalidad de la investigación en Educación Matemática proveer un conocimiento para la práctica o un conocimiento sobre la práctica? ¿Qué tipo de conocimiento se genera desde cada una de estas perspectivas?

La Secretaría de Educación de los Estados Unidos se ha fijado como meta para el 2007 tener un máximo de 18 estudiantes en cada aula. Para satisfacer esta meta se estima que se necesitarán 3.3 millones de profesores para una población de 54.3 millones de estudiantes. Este objetivo ha hecho de la formación de docentes una prioridad en una buena parte de departamentos de educación de las universidades estadounidenses. La Universidad de Georgia no es ajena a este compromiso. En el departamento de Educación Matemática una gran parte de los proyectos de investigación busca informar la práctica de la enseñanza de las matemáticas. Hay dos líneas de investigación que buscan este tipo de aporte. Una es el uso de tecnología de vanguardia en la enseñanza y otra es el impacto de las creencias del profesor en su quehacer como maestro de matemáticas. Los doctorandos han contribuido con información valiosa acerca de las actitudes, conocimiento matemático y pedagógico, y las visiones de los maestros y futuros maestros acerca de el uso de la tecnología y de sus creencias en relación con las matemáticas –es decir han hecho un aporte sobre la práctica– pero con el propósito de sugerir cambios que redunden en una mejora en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas –es decir buscando hacer un aporte para la práctica (Chauvot, 2000; Lanier, 1998, Lingefjärd, 2000). Existen, en contraste, otras dos líneas de investigación que no nutren directamente la práctica sino cuya intención es más de carácter teórico. La primera busca entender los fenómenos relacionados con la manera como los niños aprenden las matemáticas en la escuela elemental. Se están estudiando los procesos de comprensión de la noción de número, en particular de números fraccionarios y sus operaciones (Sáenz-Ludlow, 1990; Tzur, 1995). La segunda estudia aspectos particulares de la adaptación del currículo de matemáticas, tanto local como internacionalmente. Este tipo de investigación busca fundamentalmente entender un fenómeno cuyas implicaciones para la práctica no son inmediatamente evidentes (Herbst, 1998b; Mesa, 1999). A diferencia de las investigaciones

mencionadas anteriormente, éstas no promueven la implantación de técnicas particulares dentro del salón de clase ni sugieren la manera como los maestros pueden adoptar una cierta filosofía en la enseñanza de las matemáticas. Por el contrario, buscan establecer las condiciones bajo las cuales se origina el aprendizaje o se implementa un cierto currículo.

En contraste con la existencia de los dos tipos de finalidades en las investigaciones doctorales realizadas en Georgia, los proyectos de doctorado que dominan en el IRDEE se enfocan en la producción de conocimiento sobre la práctica, es decir, su finalidad es más la comprensión de fenómenos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que la formulación de estrategias para el mejoramiento de la práctica. Así, por ejemplo, la tesis de doctorado de Jeppe Skott (2000) estudia “en qué medida las concepciones de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje que los profesores principiantes traen consigo dada su formación inicial son compatibles con los desarrollos recientes en la teoría de la Educación Matemática [...] y si] en el caso de estos profesores que tienen una inspiración teórica en estos desarrollos, tales concepciones se reflejan en la manera como ellos manejan la complejidad de sus salones de clase” (p. 202). En este caso no hay ninguna intención directa de influenciar cómo enseñan matemáticas los profesores que inician su carrera profesional en la escuela, sino que se busca generar una teoría que explique cómo las imágenes de las matemáticas que estos profesores han construido en su formación inicial se asocian posteriormente con las maneras de actuar del profesor. Una de las contribuciones de esta tesis a la Educación Matemática como disciplina científica es la de proveer evidencia e interpretaciones sobre la relación que en la investigación se ha formulado entre las creencias del profesor y la práctica docente.

### **La identidad como disciplina**

El origen de la Educación Matemática como un área de indagación en la confluencia principalmente entre las matemáticas y la psicología (Kilpatrick, 1992, p. 5) ha llevado a construir una identidad de área donde predominan los estudios experimentales, apoyados en las ciencias cognitivas y con un énfasis en la especificidad de las matemáticas. Sin embargo, tendencias recientes que comenzaron a surgir desde mediados de la década de 1980 han rescatado el cambio que se ha dado en las ciencias sociales desde la década de 1960 y han introducido una nueva dirección en la Educación Matemática. Este dirección tiene que ver, por un lado, con el creciente interés por las preguntas y problemáticas de investigación que abordan la dimensión social, política y cultural de los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; y por el otro, con la importancia de la búsqueda de metodologías de investigación y nuevos criterios de evaluación

para la calidad de la investigación cuando se recurre a ciencias sociales distintas a la psicología (Atweh, Forgasz, Nebres, en prensa).

Los dos tipos de investigación mencionados en el apartado anterior, han requerido diferentes tipos de localizaciones de los proyectos que realizan tanto los doctorandos como los profesores en la Universidad de Georgia. Si bien la psicología y las matemáticas juegan un papel importante en los proyectos en que se busca informar la práctica, la psicología tiende a utilizarse prescriptivamente, mientras que las matemáticas tienden a jugar un papel secundario, casi accesorio. En contraste, en los proyectos en los que el propósito es estudiar la práctica, las matemáticas –y los conceptos que en ella se estudian– tienden a ser una figura central, en tanto que la psicología y otras áreas son secundarias. A pesar de los distintos énfasis es claro que en los dos tipos de investigación no se habla de matemáticas netamente, sino de didáctica de las matemáticas, como un conocimiento especializado que ha surgido a lo largo de la evolución de la investigación en el área.

La identidad disciplinar de la Educación Matemática está presente también en las investigaciones de doctorado que se llevan a cabo dentro del IR-DEE. No obstante, hay una tendencia fuerte a la exploración de otras áreas del conocimiento como una fuente de inspiración teórica y metodológica. Un ejemplo importante es el trabajo de Allan Tarp (1998) quien, con base en la lectura de sociólogos postmodernos, hace una interpretación del papel de las matemáticas y de la Educación Matemática en una sociedad postindustrializada, a través de la identificación de discursos y prácticas contingentes a lo existente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el nivel de la escuela secundaria (grados 10° a 12°). Este trabajo de investigación permite abordar una interpretación sociológica de la enseñanza de las matemáticas y del problema de por qué los estudiantes de hoy en día, es decir, los jóvenes postmodernos, rechazan involucrarse en un proceso de aprendizaje de las matemáticas.

## **Los enfoques de investigación**

Si bien en gran parte de la investigación de corte psicológico en Educación Matemática parecía haber un cierto tipo de consenso en el enfoque de investigación que se adoptaba, recientemente ha existido un cuestionamiento a las concepciones que subyacen a tal labor y a su proceso mismo. Un ejemplo de esta discusión la provee Sfard (1998), quien plantea este debate en términos del cambio hacia un nuevo paradigma dentro de los enfoques psicológicos en Educación Matemática. El enfoque adquisicionista de los estudios sobre pensamiento matemático se había basado en una concepción del aprendizaje como una adquisición de versiones personales de conceptos matemáticos. La mayoría de las investigaciones, entonces, se

habían concentrado en encontrar las representaciones internas, esquemas, concepciones o concepciones erróneas que los estudiantes y profesores tienen acerca de los conceptos “reales o verdaderos” de las matemáticas o de sus prácticas. Esta tradición se ha mostrado insuficiente para dar explicaciones a la variación de la actuación de estudiantes y profesores dependiendo del contexto en donde se desempeñan. Como respuesta a esa insuficiencia ha surgido la necesidad de construir teorías más comprensivas del proceso de enseñanza-aprendizaje. El paradigma participacionista propone una visión del aprendizaje como la participación de los estudiantes y profesores en la construcción de un discurso acerca de las matemáticas. Esta visión no explora lo que existe en la mente de las personas, sino la manera como interactúan en la generación de un discurso en el contexto de una práctica social.

Se podría pensar que una de las consecuencias de la emergencia de un nuevo paradigma es sólo un asunto de selección de métodos de investigación, en especial, de métodos cuantitativos o cualitativos. No obstante junto con la crítica a los supuestos básicos del proceso de investigación también vienen cuestionamientos a los criterios de calidad de la investigación y a lo que cuenta como producción de conocimiento científico.

La investigación en Educación Matemática en la Universidad de Georgia, como se mencionó en un apartado anterior, ha sido bastante influenciada por la psicología. Esto junto con el énfasis en las matemáticas, ha determinado que los trabajos de investigación se ubiquen dentro del paradigma adquisicionista con una tendencia fuerte a la corroboración científica en el sentido de las ciencias naturales. La teorización surge en la mayoría de los casos a partir de la observación empírica de fenómenos. La validación a través de la observación repetida, la triangulación y la corroboración con terceras fuentes forma parte de lo que se espera dentro del diseño metodológico. En un momento en que el choque paradigmático se ha hecho evidente, es interesante ver cómo han surgido estudios que no pretenden hacer inferencias acerca de la cognición en términos psicológicos sino en términos didácticos<sup>4</sup>. En este tipo de estudios se han marginado las metodologías empírico-analíticas para acoger aquellas de corte etnográfico e interpretativo, con metodologías como la investigación-acción y el estudio de caso. El estudio de Herbst (1998b) es un ejemplo en el que se estudian las “prácticas de validación que ocurren de manera natural en el salón de clase para luego caracterizar teóricamente el sistema de regulaciones y normas que apoyan esas prácticas”. En este estudio no se buscó una corroboración

---

4. Para detalles sobre la diferencia ver también Balacheff (en prensa); como ejemplos de tales estudios ver Mesa y Herbst, 1997. Ver también el debate Lerman-Steffe y Thompson-Lerman, Kieren, 2000; Lerman, 1996, 2000; Steffe y Thompson, 2000.

a través de observaciones repetidas sino que más bien las observaciones dieron pie para identificar las posibles prácticas e interpretarlas como juegos del conocimiento en los que tanto los estudiantes como el profesor adoptan diversos roles. Las normas que regulan los juegos de conocimiento sirvieron para interpretar las divisiones de responsabilidad para reconocer cuándo un razonamiento matemático es válido y cuál es el estatus que los participantes dan al razonamiento. En oposición a este estudio, el de Mesa (2000), cuyo objetivo es analizar las condiciones que determinan los usos de diferentes definiciones de función en la escuela secundaria media, a través del estudio de los ejercicios de los textos que se utilizan en diversos sistemas educativos, tiene una base empírica fuerte que busca corroborar una propuesta teórica acerca de la definición de *concepción* (Balacheff, en prensa) y que utiliza tanto lineamientos de la “grounded theory” (Glasser y Strauss, 1967) como herramientas de análisis estadísticos sofisticadas (como es el análisis de frecuencia de configuraciones, von Eye, 1990).

Si bien en el IRDEE hay investigaciones que se ubican dentro de un enfoque psicológico y participacionista –Skott, 2000 por ejemplo–, la mayoría de los estudios que se realizan se encuentran dentro de otro tipo de paradigma que es el de la Educación Matemática crítica. Esta posición tiene al menos dos rasgos distintivos en comparación con los descritos en la discusión anterior. En primera medida los estudios presentan un cuestionamiento de lo que son las matemáticas mismas, de su función en la sociedad y a lo que es el papel de la enseñanza de las matemáticas en un contexto social determinado y con una preocupación por la construcción de una sociedad democrática (Skovsmose, 1999; Skovsmose y Valero, en prensa). Y una segunda preocupación es el rompimiento del supuesto de la distancia científica entre investigador y “objetos de investigación” o “investigados” (Valero, en prensa). Esto último implica la creación de una ética de investigación que no permite tomar a las personas que participan en las prácticas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se estudian como “objetos de estudio” sino como interlocutores en un proceso de indagación cooperativa entre investigador y participantes sobre sus prácticas.

En este tipo de enfoque una de las preocupaciones de muchos estudiantes de doctorado del IRDEE y de Dinamarca en general es la reflexión metodológica sobre el estudio que realizan y dentro de qué tradición o enfoque de investigación en Educación Matemática se ubican. En el caso del trabajo de Valero (2000), que estudia la influencia de diversos actores y factores de la organización escolar en las posibilidades de los profesores de matemáticas para llevar a la práctica las ideas actuales de cambio en la enseñanza de las matemáticas, ha habido un esfuerzo por definir este tipo de investigación como un enfoque sociopolítico ya que, en primera medida se basa en el su-

puesto de que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son prácticas sociales, construidas en procesos y contextos complejos que trascienden a las relaciones entre profesor, estudiantes y conocimiento matemático escolar en el salón de clase. Y en segundo lugar, construye sobre la idea de que tales prácticas son esencialmente políticas en tanto están asociadas con ideologías sobre lo que son las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje. Las prácticas no son independientes de las motivaciones y valores de sus participantes, y están inmersas en redes de poder dentro de la organización escolar. Además, en general la investigación adopta una visión política en cuanto a su proceso mismo de elaboración y a sus resultados. De ahí que este trabajo de investigación incluya un cuestionamiento constante sobre lo que el proceso mismo de investigación empírica valora, evidencia, privilegia y también silencia y trata de ignorar (Valero y Matos, 2000). Este tipo de preocupación en general de los estudiantes de doctorado también se relaciona con la búsqueda de criterios de calidad de la investigación y de lo que cuenta como producción científica. Un ejemplo significativo es la tesis de Renuka Vithal (2000a) quien ha discutido criterios de calidad de una investigación con un enfoque social, cultural y político dentro del marco de la Educación Matemática crítica, en términos de temas como: la posibilidad de escoger de los participantes en una investigación; la negociación entre investigador y participantes sobre su relación e identidad; la reciprocidad que hay entre investigador y participantes en cuanto a los intereses y necesidades que se satisfacen con el proceso de investigación; la reflexividad o crítica constante del proceso mismo de investigación; la tensión entre subjetividad y objetividad; el reconocimiento de la naturaleza cambiante y no estable del contexto donde se realiza la investigación; y la tensión entre emancipación, potenciación y esperanza (Vithal, 2000 b, pp. 102-113).

### **El apoyo al doctorando**

Una discusión intensa en un programa de doctorado es el tipo de entorno que se le ofrece al estudiante y las posibilidades para su formación como investigador. En otros programas que hemos conocido –ver Dahland (1998) y Owens (1998)– se presentan diversos énfasis en los tipos de actividades que se privilegian en el proceso de formación.

En la Universidad de Georgia el trabajo del doctorando es esencialmente individual. Si bien existen espacios para que los estudiantes compartamos nuestros temas de investigación (como los Begles, los coloquios y los seminarios mencionados anteriormente) el trabajo es solitario. La interacción del estudiante con otras personas usualmente está limitada al director y al comité doctoral. El comité doctoral tiene un papel importante, pues cada miembro participa activamente en el trabajo del estudiante. Ahora bien, los

proyectos que se adelantan en el departamento buscan la participación de muchas personas. Así, aunque el trabajo del estudiante de doctorado es individual, las producciones del departamento con sus proyectos no lo son. Los proyectos no sólo involucran a académicos de otras universidades dentro del área de la Educación Matemática, sino también de otras áreas de la educación como ciencias, política educativa, estudios de género e historia, entre otros. Los doctorandos participan en estos proyectos a través de becas que financian sus estudios y así se abre la oportunidad de trabajar en equipo.

Si bien es cierto que la experiencia de los estudiantes en el IRDEE también es en esencia solitaria en lo que concierne al desarrollo del proyecto de investigación doctoral, existen muchas oportunidades para participar en grupos de estudio o proyectos de investigación nacionales e internacionales. Tal vez el hecho de que Dinamarca sea un país pequeño influye en la valoración que se da al establecimiento de relaciones internacionales como parte de la formación del estudiante de doctorado. Las ventajas de estos contactos son de dos tipos. Por un lado es posible someter a la crítica de colegas con visiones muy distintas el trabajo que el estudiante realiza. Y por el otro lado es posible establecer contactos más estables que puedan representar oportunidades de cooperación en investigación en un futuro.

### **Complementariedad de perspectivas**

La descripción de nuestros programas de doctorado de acuerdo con los cuatro aspectos antes mencionados, nos ha llevado a ver tendencias marcadas en cada uno que diferencia dos formas de concebir lo que es la formación doctoral y, al mismo tiempo, la investigación en Educación Matemática. También vemos que cada una de nosotras ha desarrollado conocimientos y destrezas que, a pesar de ser diferentes, las percibimos como complementarias ya que aportan formas distintas de percibir e interpretar las actividades y problemas relacionados con el quehacer investigativo. En el programa de Vilma el fin primordial de la investigación en Educación Matemática es producir conocimiento desde y para la práctica, con una influencia marcada por estudios psicológicos con el propósito de crear modelos de los fenómenos observados. Es justo decir que la práctica, es decir, el quehacer de los profesores, estudiantes y su interacción con las matemáticas y con los recursos didácticos, es la fuente de la mayoría de los trabajos doctorales que se han producido en el departamento de Educación Matemática de la Universidad de Georgia. En contraste, el programa de Paola se orienta a la producción de teorías e interpretaciones de los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es decir, los problemas de investigación que se abordan no sólo se enmarcan dentro de la relación pro-



feesor–estudiantes–conocimiento matemático, sino también en el contexto social más amplio donde esta relación tiene lugar.

En el programa de Vilma hay una mayor tendencia a trabajar dentro del cuerpo de conocimientos que la Educación Matemática ha producido en su existencia como disciplina, es decir, hay un gran énfasis en la construcción y corroboración de teorías e ideas producidas dentro de la didáctica de las matemáticas, mientras que en el ambiente de investigación en el que Paola ha estado involucrada hay una tendencia fuerte al trabajo interdisciplinar donde, además del conocimiento propio de la Educación Matemática, las teorías y formas de trabajo de otras disciplinas sociales (en especial la educación general, la sociología y la ciencia política) tienen una influencia considerable. Los enfoques de investigación y la concepción misma de lo que es la realización de un trabajo científico en el área son diferentes.

En el departamento de Educación Matemática de la Universidad de Georgia la mayor parte de trabajos sigue utilizando un paradigma similar al científico-analítico encaminado a buscar validación de las interpretaciones sobre los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Normalmente se sigue un proceso cíclico de formulación de conjeturas que se quieren validar a partir de la observación de estudiantes o profesores y sus prácticas para volver sobre las conjeturas y refinarlas. Estos ciclos permiten definir constructos –que eventualmente pueden ser teóricos– y que ayudan a producir un “modelo” del fenómeno observado. En el IRDEE no se enfatiza tanto la corroboración empírica de hipótesis en el mismo sentido “científico” que en Georgia, sino que hay mayor espacio para filosofar sobre los fenómenos educativos y para, en vez de sólo teorizar sobre lo que es y lo que se puede comprobar, mirar las interpretaciones potenciales de situaciones reales. Los procedimientos del trabajo científico, por lo tanto, tienen maneras de validación diferentes y criterios de calidad que no se ajustan a los criterios adecuados para otras nociones de quehacer científico<sup>5</sup>.

Con respecto al apoyo al doctorando, ambos programas propenden por buscar estabilidad para el estudiante, tanto financiera como académica; el trabajo del estudiante en su proyecto, sin embargo, es solitario en ambos casos.

El hecho de que los dos programas sean diferentes tiene implicaciones, a nuestro modo de ver, muy positivas si pensamos en las potencialidades que puede tener una situación en la que personas con dos experiencias tan distintas se reúnan de nuevo en su país de origen. La posibilidad de poder estudiar un mismo fenómeno desde distintas perspectivas, con diferentes herramientas y propósitos redundaría en la ampliación tanto del conocimiento

---

5. Como ejemplo de concepciones sobre la metodología y criterios de calidad de investigaciones dentro del paradigma crítico en la Educación Matemática ver Skovsmose y Borba (2000) o Vithal (2000a).

que nutre la Educación Matemática como de sus prácticas, de su campo de estudio y de su alcance. Además vemos que para muchos países latinoamericanos, donde hay comunidades de investigación matemática en consolidación, es provechoso contar con personas que puedan generar debates sobre el tipo de conocimiento que producimos en nuestros contextos, con miras a buscar también una identidad disciplinar y científica en nuestros países.

Cuando empezamos nuestros programas no teníamos una idea muy precisa de lo que significaba estar en él. Quizá sabíamos que se debía leer y escribir mucho; que se investigaba y que se estudiaba. Con el tiempo hemos descubierto que en una formación doctoral en verdad se hace todo esto y mucho más. Hemos resaltado las diferencias entre nuestros programas, pero quizás no hemos resaltado lo más obvio: los dos programas han logrado, entre otras cosas, formar nuestra capacidad crítica, dotarnos de herramientas que nos permiten formular preguntas sobre problemáticas de nuestra disciplina y buscar soluciones para ellas, enseñarnos a apreciar el valor y la complejidad de los fenómenos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todas sus dimensiones, mostrarnos que la distancia no es una limitación para la comunicación sino una buena oportunidad para la cooperación y el aprendizaje y, ante todo, dejarnos con deseos de seguir conociendo.

## REFERENCIAS

- Atweh, B., Forgasz, H., y Nebres, B. (Eds.) (en prensa). *Socio-cultural aspects of mathematics education: An international research perspective*. London: Routledge.
- Balacheff, N. (en prensa). Meaning, a property of the learner-milieu system. En J. Kilpatrick, C. Hoyles, y O. Skovsmose (Eds.), *Meaning in mathematics education*. Dorrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Chavot, J. B. (2000). *Conceptualizing mathematics teacher development in the context of reform* (disertación no publicada). Universidad de Georgia, Athens, GA, EUA.
- Dahland, G. (1998). The tutoring of research students. En T. Lingefjard, y G. Dahl- and (Eds.), *Research in Mathematics Education. A Report from a Follow-up Conference after PME 1997* (pp. 55-60). Gotemburgo: University of Gothenburg - Department of Subject Matter Didactics.
- Glaser, B. G. y Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory*. Hawthorne, NY: Aldine de Gruyter.
- Gómez, P., Carulla, C., Gómez, C., Mesa, V. M. y Valero, P. (1996). Calculadoras gráficas y precálculo. En G. Barón, O. Mariño, y H. Escobar (Eds.), *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Informática Educativa*. Bogotá: SENA.

- Herbst, P. (1998a). Mathematics education as a project and as a problem: some observations about doctoral education. En T. Lingefjard, y G. Dahland (Eds.), *Research in Mathematics Education. A Report from a Follow-up Conference after PME 1997* (pp. 61-72). Gotemburgo: University of Gothemburg - Department of Subject Matter Didactics.
- Herbst, P. (1998b). *What works as proof in the mathematics class* (disertación no publicada). Universidad de Georgia, Athens, GA, EUA.
- Kieren, T. (2000). Dichotomies or binoculars: Reflections on the papers by Steffe and Thompson and by Lerman. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 210-233.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3-38). New York: MacMillan Publishing Company.
- Lanier, S. (1997). *Students' understanding of linear modeling in a college mathematical modeling course (spreadsheet template)* (disertación no publicada). Universidad de Georgia, Athens, GA, EUA.
- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 133-150.
- Lerman, S. (2000). A case of interpretation of social: A response to Steffe and Thompson. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 210-227.
- Lingefjard, H. T. (2000). *Mathematical modeling by prospective teachers using technology*. Disertación. Universidad de Georgia, Athens, GA, EUA. (En línea. Documento disponible en <http://graduate.gradsch.uga.edu/etd2/library/>).
- Mesa, V. y Gómez, P. (1996). Graphing calculators and precalculus: An exploration of some aspects of students' understanding. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 391-398). Valencia: Universitat de Valencia.
- Mesa, V. y Herbst, P. (1997). A problem solving session designed to explore the efficacy of similes of learning and teaching mathematics. En J. Dossey, J. Swafford, M. Parmantie y A. Dossey (Eds.), *Proceedings of the 19th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 331-338). Bloomington/Normal: Illinois State University.
- Mesa, V. y Valero, P. (1997). Dilemas de la formación de investigadores en Educación Matemática. *Revista EMA*, 3 (2), 133-146.
- Mesa, V. (2000). *Conceptions of function promoted by seventh- and eighth-grade textbooks from eighteen countries participating in TIMSS* (disertación no publicada). Universidad de Georgia: Athens, GA, EUA.

- Mesa, V. (1999). *The notion of function: An analysis of its presentation in secondary school mathematics textbooks from 18 countries*. (documento no publicado).
- Owens, K. (1997). Issues involved in research development. En T. Lingefjord, y G. Dahland (Eds.), *Research in Mathematics Education. A Report from a Follow-up Conference after PME 1997* (pp. 93-98). Gotemburgo: University of Gothemburg - Department of Subject Matter Didactics.
- Saézn-Ludlow, A. (1990). *Children's fraction schemes: An elaboration of their number sequence* (disertación no publicada). Universidad de Georgia, Athens, GA, EUA.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27 (2), 4-13.
- Sierpínska, A., y Kilpatrick, J. (Eds.) (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Skott, J. (2000). *The images and practice of mathematics teachers* (disertación no publicada). Instituto Real Danés de Estudios Educativos, Copenhagen, Dinamarca.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática crítica*. Bogotá: una empresa docente.
- Skovsmose, O. y Borba, M. (2000). *Research methodology and critical mathematics education*. Copenhagen: Pre-print series of the Center for Mathematics Learning, No. 14.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (en prensa). Breaking political neutrality. The critical engagement of mathematics education with democracy. En B. Atweh, H. Forgasz, B. Nebres (Eds.), *Socio-cultural aspects of mathematics education: An international research perspective*. London: Routledge.
- Steffe, L. P. y Thompson, P. (2000). Interaction or intersubjectivity? A reply to Lerman. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 191-209.
- Tarp, A. (1998). What if mathematics is a social construction. En P. Gates y T. Cotton (Eds.), *Proceedings of the First Mathematics Education and Society Conference* (pp. 323-331). Nottingham: Universidad de Nottingham.
- Tzur, R. (1995). *Interaction and children's fraction learning (iteration, recursive partitioning)* (disertación no publicada). Universidad de Georgia, Athens, GA.
- Valero, P. (1999). Dilemas de la investigación socio-política en Educación Matemática. En Associação de Profesores de Matemática de Portugal (Ed.), *Memórias do X Seminário de Investigação em Educação Matemática (X SIEM)* (pp. 87-96). Lisboa: APM.
- Valero, P. (2000). *Reform, democracy, and mathematics education in secondary school. Vivid images in three schools*. (documento de trabajo no publicado).

- Valero, P. y Gómez, C. (1996). Precalculus and graphic calculators: The influence on teacher's beliefs. En L. Puig y A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 371-378). Valencia: Universitat de Valencia.
- Valero, P. y Matos, J.F. (2000). Dilemmas of social/political/cultural research in mathematics education. En J. F. Matos y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 394-403). Lisboa: CIEFC – Universidad de Lisboa.
- Vithal, R. (2000a). *In search of a pedagogy of conflict and dialogue for mathematics education* (disertación no publicada). Universidad de Aalborg, Aalborg, Dinamarca.
- Vithal, R. (2000b). Re-searching mathematics education from a critical perspective. En J. F. Matos y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 87-116). Lisboa: CIEFC – Universidad de Lisboa.
- von Eye, A. (1990). *Introduction to configural frequency analysis: The search for types and antitypes in cross-classifications*. Cambridge: Cambridge University Press.

*Vilma María Meza*  
*School of Education & CRLT*  
*University of Michigan*  
*Michigan, USA*  
*vmesa@v.imap.itd.umich.edu*

*Paola Valero*  
*Department of Education and Learning*  
*Aalborg University*  
*Aalborg, Dinamarca*  
*paola@learning.auc.dk*