

# LA MODELIZACIÓN EN EL AULA DE EDUCACIÓN BÁSICA, UNA PROPUESTA DE EXPERIMENTACIÓN

*Miguel Fabián Flores Bobadilla, Patricia Lamadrid González*

## **Resumen**

En el presente documento exponemos los resultados obtenidos durante una propuesta de experimentación con estudiantes de quinto grado de educación primaria la cual se llevó a cabo en el espacio natural donde desarrollan sus actividades de manera cotidiana. Nuestro objetivo fue identificar los sub-procesos de la modelización matemática explícitos de forma empírica por alumnos de quinto grado de educación primaria en la resolución de problemas. La propuesta estuvo centrada en la modelización matemática, se plantearon cuatro problemas, cada uno se resolvió en cinco sesiones de treinta minutos. El análisis de los resultados se realizó con base en los sub-procesos de la modelización matemática (Blomhoj, 2004). Se expresan los aspectos que favorecen y dificultan la puesta en práctica de actividades de modelización matemática.

**Palabras clave: modelización, modelación, resolución de problemas, estudiantes quinto grado de educación primaria.**

## **Introducción**

Esta investigación se desarrolló a través de una propuesta de experimentación con la puesta en práctica de diversas tareas que deberían resolver estudiantes de educación básica, específicamente alumnos de quinto grado. Los problemas a resolver se articularon con base en la modelización matemática (Blomhoj, 2004).

La modelización matemática (Blomhoj, 2004) es un proceso a través del cual los estudiantes resuelven problemas en contextos cercanos a su realidad, lo que les permite establecer relaciones entre la información que les proporciona el problema y entre objetos matemáticos lo que favorece el desarrollo de la resolución. En el proceso de la modelización matemática, se han identificado cinco sub-procesos que el sujeto puede experimentar y desarrollar no de forma lineal.

Bassanezi & Biembengut, (1997) consideran a la modelación matemática como proceso de enseñanza-aprendizaje centrada en la modelización propone llevar al aula de la escuela elemental no sólo problemas para establecer modelos que nos sirvan para analizar situaciones reales, si no que se pueda emplear para el estudio de las matemáticas.

En este reporte de investigación exponemos los resultados obtenidos durante el desarrollo del proceso de resolución de uno de los problemas e identificamos los sub-procesos de modelización por los que transitaban los estudiantes de forma explícita y espontánea.

## **Marco teórico**

El proceso de modelización implica seis sub-procesos cíclicos por los que un estudiante puede transitar cuando resuelve problemas que a través de los cuales el alumno identifique y establezca relaciones entre los objetos matemáticos y su realidad (Blomhoj, 2004). Al señalar los sub-procesos como cíclicos Blomhoj (2004) establece la posibilidad y la necesidad de regresar a los diferentes niveles de tal forma que se puedan reestructurar los modelos creados con anterioridad. Los sub-procesos son los siguientes:

- a) **Formulación del Problema:** Formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada.
- b) **Sistematización:** Selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.
- c) **Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.** Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.
- d) **Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.**
- e) **Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.**

El reto para el docente es crear situaciones problemáticas, las cuáles estén enfocadas a situaciones de la vida diaria con las que se pueda identificar el niño y sobre todo tenga la iniciativa de implementar y poner en juego su conocimiento matemático en un proceso de modelización. Para esto el profesor debe tener en claro el modelo matemático que se va a trabajar, mismo que se puede entender, por un lado, como la relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática.

Se puede llamar modelación matemática al proceso de enseñanza-aprendizaje que utiliza el proceso de modelización en cursos regulares, es decir, se busca que el proceso de modelización, no se quede sólo en establecer modelos que nos sirvan para analizar situaciones reales, si no que se pueda emplear para el estudio de las matemáticas en el aula (Bassanezi & Biembengut, 1997).

Con este proceso se busca que el alumno sea partícipe de su aprendizaje de las matemáticas, al ser él mismo quien elige el tema o la situación que se va a estudiar, es labor del profesor lograr encaminar al alumnado a elegir los temas en los que el profesor ya haya tenido un proceso de modelización y haya construido sus propios modelos matemáticos, con la finalidad de tener la capacidad de poder guiar al alumnado durante el proceso de modelación.

Cuando hablamos de modelación o modelización, se piensa en procesos en los que se generan ciertos modelos para comprender algunas otras ciencias como las Ciencias Naturales o utilizada sólo por investigadores para desarrollar nuevos conocimientos y teorías, sin embargo, Sadovsky (2005) también nos dice que es necesario pensar en un proceso de producción en la clase que tenga en cuenta las condiciones de la institución escolar, que son esencialmente diferentes de las que rigen la producción de saberes de la ciencia.

En primer lugar, los alumnos deberán elaborar conocimientos que – seguramente con rasgos diferentes – ya existen en la cultura; lo cual obliga a pensar qué elementos tendría un alumno para reconstruir una idea que fue elaborada con otras herramientas y desde otro marco conceptual. En segundo lugar, la escuela impone un modo de trabajo según el cual los saberes sólo pueden durar cierto tiempo en la vida de clase, ya que luego hay que pasar a ocuparse de otros saberes, esto implica un condicionante fuerte a la hora de pensar en procesos de reconstrucción del conocimiento en la escuela pues los tiempos de aprendizaje no se rigen por la lógica de los “trimestres” o “bimestres”.

La visión de modelización permite tener una visión integrada del trabajo matemático poniendo en cuestión las miradas que hacen énfasis sobre algún aspecto particular priorizándolo por encima de los otros (lo importante son las técnicas o lo importante son los problemas). La variedad y complejidad de problemáticas que pueden ser interpretadas desde la noción de modelación es enorme: la misma abarca asuntos en los que los modelos matemáticos requeridos están vinculados a dominios específicos de la matemática avanzada (álgebra superior, análisis matemática, probabilidades) como también cuestiones que pueden ser abordadas desde la escuela primaria. En este sentido nos ofrece la posibilidad de actuar sobre una porción de la realidad a través de un aparato teórico, es decir, modelos teóricos creados con la modelación, adaptados a la realidad del alumnado por medio de la modelización; esto conlleva la idea de producción de conocimiento lo cual permite situar el aspecto central al que se apunta a través de la enseñanza.

Cuando hablamos de resolución de problemas nos referimos a todo tipo de estrategias que el alumno utiliza para resolver alguna situación problemática. Cabe señalar que el profesor es el responsable de guiar a sus alumnos en el desarrollo de métodos o estrategias para poder afrontar y dar solución a dichos problemas, así mismo si no lo realiza adecuadamente puede terminar ocasionando que el alumno tenga la idea de sólo querer pasar la materia, porque está es parte de su mapa curricular y lo único que busca es llegar el día del examen final y tener los conocimientos necesarios para poder aprobarlo (solo memorización).

Es importante que profesor desarrolle en sus alumnos habilidades para resolver problemas, que promueva el interés hacia la resolución así como diversas posibilidades para imitar y practicar. Es necesario que continuamente le formule preguntas al estudiante que le ayuden en otro momento a plantearse dichas interrogantes durante el procesos de resolución a fin de que pueda identificar lo que él ya sabe y plantear un plan de acción.

Julie & Mudaly (2007, citados en Kaise & Schwarz, 2010) señalan dos formas de emplear la modelización en el aula, como un medio a través del cual se motiva a los estudiantes y se favorece el desarrollo de algún contenido matemático, o bien, como contenido para que los estudiantes tengan capacidad de resolver problemas relacionados con la realidad. Lo anterior nos permite hacer una reflexión en torno a la modelación (Bassanezi & Biembengut, 1997) y a la modelización matemática (Blomhoj, 2004) desde la perspectiva de Julie y Mudaly, ambos procesos implican la resolución de problemas en contextos reales y/o el desarrollo de la construcción o del empleo de algún contenido matemático en específico, por lo cual lo consideraremos como significados equivalentes.

### **Plan metodológico**

En este apartado expresaremos la propuesta de experimentación, la cual estuvo desarrollada con fundamento en el marco teórico que hemos expuesto en párrafos anteriores. La

investigación es de carácter cualitativo. Empleamos la modelización matemática como contenido. Nuestro objetivo fue identificar los sub-procesos de la modelización matemática explícitos de forma empírica por alumnos de quinto grado de educación primaria en la resolución de problemas.

Por las características de los problemas, se incentivó a los alumnos a que se enfocaran en ellos aún fuera de la clase, de tal forma que durante el tiempo que se trabajaran en el aula pudieran compartir lo que habían pensado. Se plantearon cuatro problemas distintos, cada uno se resolvió en cinco sesiones de treinta minutos. El análisis de los resultados se realizó con base en los sub-procesos señalados por Blomhoj (2004). El objetivo fue identificar los aspectos que favorecen y dificultan la puesta en práctica de actividades de modelización matemática con estudiantes del quinto grado de educación primaria.

Nuestros sujetos fueron estudiantes del quinto grado, cuyas edades oscilan entre los nueve y los trece años. El escenario como espacio para la reflexión, el análisis y la resolución de las tareas fue en el aula de quinto grado, que es el lugar donde de forma cotidiana los alumnos realizan sus actividades académicas y de convivencia con sus compañeros.

### **Instrumentos de investigación**

*Observación participante:* la investigación empírica es de carácter cualitativo, desarrollamos observación participante en tanto que el investigador es quien desarrolla las sesiones de trabajo para la resolución de las tareas, así mismo, los estudiantes están en continua interacción con él durante los procesos de resolución (Taylor & Bogdan, 1990).

*Recopilación de los procesos de resolución de los problemas* por parte de los estudiantes: nos referimos a las hojas donde los estudiantes realizaron los registros de todos los procesos de resolución. Se les pidió que no borrarán ningún procedimiento, por lo que se les proporcionó el material necesario para su realización.

*Registros de audio:* utilizamos una audio grabadora para registrar todo lo que pudiera surgir de manera espontánea por parte de los estudiantes y que fue expresado de forma oral, lo anterior a fin de que en otro momento distinto al desarrollo de la clase se pudiera recuperar y analizar lo sucedido en el aula. *Registro anecdótico:* se tomó nota también de las expresiones verbales referidas a los procesos de resolución que consideramos relevantes y reiteradas en los estudiantes para identificar formas de pensamiento similares.

### **Desarrollo de la experiencia**

En este apartado exponemos los resultados obtenidos en la resolución del problema titulado *Ahorrando agua, una propuesta sustentable*. Cabe mencionar que el análisis de resultados se realizó a partir de identificar los sub-procesos de modelización que fueron explícitos por los estudiantes durante la realización de la tarea (Blomhoj, 2004).

#### **AHORRANDO AGUA, UNA PROPUESTA SUSTENTABLE**

Realiza una propuesta para resolver la problemática de falta de agua que se presenta en la escuela, ¿qué factores debemos tomar en cuenta para poder realizar esta propuesta y poder cubrir las necesidades de toda la comunidad escolar?

*Se esperaba que el estudiante tomara en cuenta los siguientes factores: capacidad de la cisterna y los tinacos en la escuela. Número de alumnos, profesores y trabajadores en la*

escuela. Gasto de agua promedio por persona (en la descarga del tanque del agua y lavarse las manos). Cuántas cubetas de agua se necesitarían para llenar nuevamente la cisterna, cuántas cubetas deberían acarrear cada alumno para cubrir el gasto diario de agua en la escuela.

En este problema planteado se puede notar la naturaleza cíclica del proceso, ya que lo primero que planteamos era saber cuánta agua gasta cada uno de los alumnos, es decir, cada uno tenía que investigar y sacar la cuenta de los litros de agua que gastaba al día en la escuela. Para ello Carlos fue el primero en salir a investigar la cantidad de agua contenida en la caja del baño, la cual es de cuatro litros y en lavarse las manos gastaban un promedio de diez litros, para comprobarlo propusieron bajar con una cubeta o jarra con medidas, abrir la llave y ver cuánta agua salía en determinado tiempo, el resultado fue de un litro cada cinco segundos, como se muestra en la Figura 1. Como se puede observar, los sub-proceso formulación de la tarea y sistematización se hicieron evidentes cuando los estudiantes analizan el problema planteado y buscan la información necesaria para resolverlo.

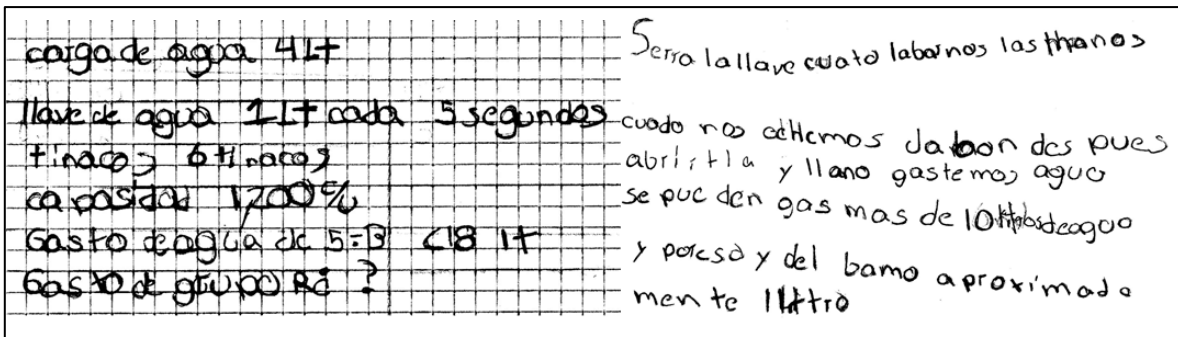


Figura 1. Gasto promedio de agua identificado por Carlos.

Los sub-procesos sistematización y traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático se hicieron evidentes en la búsqueda continua de información para resolver el problema y en establecimiento de relaciones de proporcionalidad entre los datos obtenidos. Consideramos que por la naturaleza de los objetos, cubetas y tinacos, los estudiantes se centraron en la capacidad y no en el volumen.

Entre todos entonces establecimos los gastos de agua en cuatro litros la carga de agua del retrete y al lavarse las manos un litro cada cinco segundos, partiendo de estos datos obtuvieron el gasto de agua al día, en su mayoría de cinco litros pensando en que se lavan en cinco segundos las manos. Eduardo comentó que él gasta once litros de agua al día a partir del número de veces que va al baño y se lava las manos. A partir del gasto por día obtiene el gasto por semana tomando en cuenta los cinco días que asiste a la escuela.

La información obtenida en relación al gasto de agua por día y por semana de cada alumno del grupo se registró en el pizarrón. Para conocer la cantidad de litros de agua que se utiliza en toda la escuela propusieron saber el total de niños de cada grupo y cuántas veces salen al baño. Realizaron una nueva investigación en la escuela pasando a los salones y preguntando cuántos alumnos tenían y en promedio cuántas veces salían al baño al día. En la Figura 2 se muestra el registro realizado por Erika, la cantidad de veces que salen los niños al baño y los litros de agua que se gastan.

1A 30 niños	3 veces	de agua 1A 150 L	450
1B 29 niños	3 veces	de agua 1B 150 L	435
2A 39 niños	3 veces	de agua 2A 150 L	585
2B 37 niños	3 veces	de agua 2B 150 L	555
3A 38 niños	5 veces	de agua 3A 150 L	570
		de agua 3B 150 L	525
		de agua 3C 150 L	450
		de agua 3D 150 L	450
		de agua 3E 150 L	750

Figura 2. Registros de información realizados por Erika.

Nuevamente sistematizaron todos los datos obtenidos y establecieron relaciones de proporcionalidad entre la cantidad de veces que los niños salen al baño y el gasto de agua, lo anterior para cada grupo. Erika realizó sus multiplicaciones y obtiene el gasto de agua de cada grupo sin embargo como gasto total obtiene 1150 litros, el número de litros no le resultó satisfactorio por lo que decidió reacomodar los datos colocando en una columna las unidades, en otra las decenas y por último las centenas, para realizar nuevamente la suma y obtener el valor real de 5445 litros que gastan los alumnos de la escuela al día.

Carlos realizó las multiplicaciones sin embargo no establece las relaciones correctas ya que sólo establece la relación de la cantidad de niños con las veces que salen al baño en los cinco días de la semana sin contemplar los litros de agua que se gastan cuando van al baño.

Guillermo realizó al igual que Erika las multiplicaciones pero ya no suma ni obtiene el total de litros que utilizan los alumnos de la escuela, sólo obtiene el gasto por grupo, el sí identificó las salidas al baño y como obtener el total de litros. Brenda y Diana trabajaron juntas para realizar la investigación y llegar a los resultados, al igual después de obtener los datos de cada grupo, realizaron sus operaciones obteniendo el gasto de agua por grupo y al último sumaron todos los resultados para obtener el gasto total de agua de los alumnos de la escuela por día. Daniela realizó el mismo procedimiento

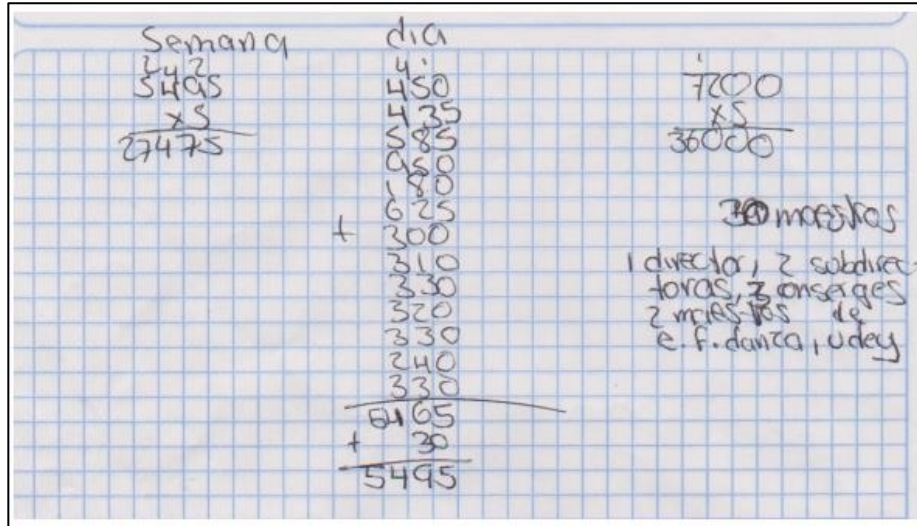


Figura 3. Gasto total de agua en la escuela. Procedimiento realizado por Yoselin

Yoselin realizó también los procedimientos anteriores sin embargo ella se plantean dos nuevas situaciones: ¿Los niños son los únicos que gastan agua en la escuela? Y ¿El agua que se tiene en la escuela es suficiente para cubrir todo el gasto de agua?, Yoselin contó a los maestros y personas de apoyo en la escuela en total son treinta personas más para contabilizar en el gasto de agua (Figura 3).

Consideramos que el sub-proceso interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial, se hizo explícito durante el proceso de resolución del problema sin embargo, el sub-proceso evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida no se logró desarrollar.

### Conclusiones

Los primeros dos días planeados para la actividad no obtuvimos buenos resultados en relación a la actitud mostrada por los estudiantes, pudimos identificar que el trabajo cotidiano en la resolución de problemas es poco y además están centrado en el uso y aplicación de algoritmos específicos esto dificultó la puesta en práctica de las actividades de modelización. Sin embargo coincidimos con Kaiser & Schwarz (2010) al identificar durante el desarrollo de la propuesta los estudiantes mostraron actitudes más positivas, al finalizar cada problema expresaron agrado por poder resolverlos y solicitaron continuar con actividades semejantes siempre y cuando tuvieran la ayuda del investigador.

Posteriormente se logró centrar su atención e identificamos que después de la formulación del problema los estudiantes se enfocaron en buscar y sistematizar la información, así mismo de establecer relaciones entre la información y el lenguaje matemático, usaron métodos matemáticos para obtener los resultados e interpretarlos, sin embargo no se llegó a la evaluación de la validez de los procesos. Como se puede observar la tarea propuesta favoreció el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas y se identificaron los sub-procesos de la modelización en los estudiantes del grupo de quinto grado durante dicho proceso (Blomhoj, 2004). Identificamos el establecimiento de relaciones de proporcionalidad, el uso adecuado del sistema de numeración decimal en la realización de las operaciones y el reconocimiento de litros como unidad de medida de capacidad.

En todo momento, la intervención del investigador consistió en realizar preguntas y orientaciones que permitieran a los estudiantes buscar información y organizarla para poder resolver el problema. Promover que argumentaran entre ellos el por qué cierta información era necesaria. Coincidimos con Reid, Etcheverry, Roldán y Gareis, (2010) quienes señalan la importancia del trabajo con modelización matemática por parte de quien desarrollará la actividad con los estudiantes además de haber realizado los modelos posibles para cada uno de los problemas que se plantearan.

## **Referencias**

- Blomhoj, M. (2004). *Mathematical Modelling – A theory for practice*. En Clarke, B; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B; Lambdin, D; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. National Center for Mathematics Education. Suecia, p. 145-159.
- Kaiser & Schwarz (2010). *Authentic Modelling in Mathematics Education – Examples and Experiencias*. *J. Math Didakt* 31, P. p. 51 – 76.
- Reid, M.; Etcheverry, N.; Roldán, M. & Gareis, M. (2010). *Modelización Matemática en el Aula: Relato de una Experiencia*. Reunión Panamericana de Educación Matemática REPEM. Argentina. p. 313-319.
- Bassanezi, R. & Biembengut, M. (1997). *Modelación matemática. Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza*. En *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. Vol. 32. P. p. 13 – 25.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemáticas hoy*. Zorzal, Buenos Aires Argentina, P. p. 22-31.
- Taylor S. J. & Bogdan R. (1990). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Ed. Paidós, México. P. p. 49 – 99.

## **Autores**

*Miguel Fabián Flores Bobadilla*; CINVESTAV, IPN. México; [fabianturilli@gmail.com](mailto:fabianturilli@gmail.com)  
*Patricia Lamadrid González*; CINVESTAV, IPN. México; [lago.patricia@gmail.com](mailto:lago.patricia@gmail.com)