

# LO MATEMÁTICO COMO ARGUMENTACIÓN EN EL APRENDIZAJE ESCOLAR. UNA REFLEXIÓN DESDE LA INVESTIGACIÓN PARA LA EDUCACIÓN

*Karla Gómez Osalde, Landy Sosa Moguel, Eddie Aparicio Landa*

## **Resumen**

Se presenta una reflexión sobre el rol del conocimiento matemático y su funcionalidad ante la especificidad de situaciones, tareas o problemáticas que conforman su construcción con base en una distinción fundamental: la matemática como obra de conocimiento que responde a explicaciones desde una construcción axiomática y lo matemático como una construcción social que responde al uso y resignificación en situaciones y tareas específicas. Para ganar entendimiento de esta distinción, se exponen algunos ejemplos de situaciones de optimización a partir de los cuales se propone una caracterización de lo matemático como argumentación, en vías de favorecer el aprendizaje escolar.

**Palabras clave:** Lo matemático, aprendizaje escolar, construcción social.

## **Introducción**

El aprendizaje de las matemáticas se concibe como una problemática social y cultural que se ha abordado a partir de diferentes enfoques: desde teorías conductistas o netamente cognitivas, hasta enfoques que integran aspectos sociales como las teorías constructivistas. A partir del desarrollo de éstas y junto con el reconocimiento de la naturaleza dual de la matemática, donde algunas veces es objeto de estudio y otras es un instrumento, teorías como la Socioepistemología y la Etnomatemática se han preocupado por el estudio de aquellas matemáticas que expresan el uso y las formas del conocimiento de la gente más allá del aula escolar.

Todo ello, constituye el reflejo de una necesidad social por recuperar la funcionalidad del conocimiento matemático escolar de manera que se favorezcan las condiciones para generar aprendizajes. Se reconoce entonces, una necesidad de enmarcar los procesos de aprendizaje dentro de aspectos tanto cognitivos como socioculturales que permitan una estrecha relación con la actividad humana (Cordero, 2001).

Para ello será fundamental lograr una caracterización del aprendizaje en matemáticas considerando tanto la función social y cultural del conocimiento matemático, como el entendimiento del aprendizaje más allá de la comprensión de conceptos; sino como el reconocimiento de las diferentes formas de pensar y resignificar la matemática en diferentes escenarios, situaciones, comunidades, disciplinas, etc., con la finalidad de promover intencionalmente un desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

En este sentido, se presenta una reflexión sobre el rol del conocimiento matemático y su funcionalidad ante la especificidad de situaciones, tareas o problemáticas que conforman su construcción misma (lo matemático) a partir del análisis de algunos aspectos que lo

caracterizan. Para ganar entendimiento se exponen algunos ejemplos de situaciones de optimización a partir de los cuales se propone una caracterización de lo matemático como argumentación, en vías de favorecer el aprendizaje escolar.

### **Una problemática específica: la desarticulación de realidades**

En la actualidad, para hablar del aprendizaje de las matemáticas se debe tomar en consideración que los estudiantes aprenden o no a partir de una confrontación de realidades.

Por un lado, se vive una realidad social permeada de exigencias del dominio de herramientas matemáticas para el desarrollo de la ciudadanía plena, donde el aprendizaje debe ir más allá de los rudimentos aritméticos inflexibles que son base de los currículos escolares (Callejo et al., 2010). Esta realidad social destaca la función de cada persona como ciudadano en sociedad, por lo que en un enfoque por competencias el énfasis recaerá en las herramientas necesarias para que un ciudadano se desenvuelva fuera de la escuela, es decir, que pueda emplear la matemática en su realidad y generar nuevo conocimiento dentro del ámbito donde se desarrolle.

Por otro lado, también se vive una realidad educativa que responde a necesidades curriculares específicas en función de un discurso Matemático Escolar el cual, debido a la naturaleza que lo constituye, provoca diversas problemáticas relacionadas con el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática (Cordero, Gómez, Silva y Soto, 2015). Este discurso Matemático Escolar se rige por un paradigma inflexible y abstracto que se centra en formas de razonamiento a partir de algoritmos sin contextos ni experiencias asociadas a su conceptualización. De alguna manera, esta realidad educativa se encuentra deshumanizada y concretizada en aspectos científicos sin considerar la construcción social del conocimiento matemático.

Es así como un estudiante vive dentro de estas dos realidades fundamentadas a partir de necesidades sociales y curriculares que no se han logrado articular. Prueba de ello se puede ver reflejado en algunos aspectos señalados en (Carraher, Carraher y Schliemann, 2002):

- La resolución de problemas en la escuela tiene objetivos que difieren de aquellos que nos mueven para resolver problemas de Matemáticas fuera de clase.
- En la clase no estamos preocupados por situaciones particulares sino por reglas generales que tienden a vaciar el significado de las situaciones.
- Lo que le interesa a los profesores no es el esfuerzo de los estudiantes por resolver el problema sino la aplicación de una fórmula, de un algoritmo u operación que se encuentran predeterminados.

Con todo lo anterior, se presenta el siguiente cuestionamiento: ¿Cómo caracterizar el aprendizaje de las matemáticas ante esta desarticulación de realidades? Para ello, se considera necesario realizar una distinción entre dos constructos íntimamente relacionados: la matemática como obra de conocimiento que responde a explicaciones desde una construcción axiomática y lo matemático como una construcción social que responde al uso y resignificación en situaciones y tareas específicas.

Así por ejemplo, en la Biología Marina lo lineal puede corresponder a formas y usos del conocimiento matemático donde el centro es el análisis de la relación entre variables (valores de importación en dólares y años en el periodo), con el que se intenta establecer una tendencia global en los valores de importación que presentan un aumento constante. En

esta situación específica, lo lineal adquiere sentido y significado en términos de incrementos o aumentos en la demanda de Carregenina (producto derivado de una especie de alga) en México, (Cetina, 2011).

Por lo tanto, como se plantea en Gómez (2015) la distinción entre constructos como la matemática y lo matemático obedece a aspectos conceptuales y vivenciales: “mientras la matemática se concibe desde argumentos conceptuales donde prevalecen la búsqueda de mecanismos y del orden, *lo matemático* es de carácter vivencial pues se expresa en las cualidades de las relaciones”, (Gómez, 2015, p.14). Así, *lo matemático* en lo situacional se puede concebir como un entramado de naturaleza socio cognoscitiva en que se relacionan procesos de construcción, despersonalización o descontextualización de saberes matemáticos, posibilitando la objetivación de los mismos (Aparicio y Sosa, 2015).

Lo matemático entonces, señala cierta especificidad de argumentaciones que involucran el conocimiento matemático. Por tanto, en una situación de aprendizaje, lo matemático se encontrará inscrito en la especificidad de las situaciones que la componen y de las cuales se logra o es posible abstraer un conocimiento matemático específico (Aparicio y Sosa, 2015). Estas cualidades podrían permitir un enlace entre lo que sucede en la realidad escolar donde existe un discurso alrededor de conceptos, temas y objetos acabados, con lo que se espera propiciar socialmente en el estudiante al concebirlo en su rol de ciudadano capaz de desarrollar formas de pensar que le permita formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas; así como elaborar explicaciones de hechos o fenómenos en su área profesional y en su vida.

Para ganar mayor entendimiento, se realiza un análisis de cuatro resultados de investigación que rescatan aspectos de lo matemático desde situaciones relacionadas con la optimización, a saber: Cetina (2011), Sosa, Aparicio y Jarero (2012), Gómez (2015) y Del Valle (2015). A partir de dicho análisis se logra una articulación de cuatro elementos para caracterizar lo matemático: aspectos socioculturales, epistemológicos, el rol del individuo en comunidad y el desarrollo del pensamiento matemático.

### **Caracterizando lo matemático. Un ejemplo desde la construcción social de lo óptimo**

A continuación, se presentan algunos ejemplos de situaciones de optimización a partir de los cuales se propone una caracterización de lo matemático como parte de las argumentaciones que promueven el aprendizaje escolar.

#### *i. Aspectos socioculturales*

Como parte de la vida cotidiana, se encuentran presentes situaciones fuertemente relacionadas con la optimización en términos de la selección de la mejor manera de realizar una actividad o de tomar una decisión. Por ejemplo, ante una oferta de planes tarifarios como la presentada en la Tabla I, el argumento de la situación recae en la manera de seleccionar el plan que mejor conviene a partir de las variables en juego.

**OFERTA PLANES TARIFARIOS**

	PLAN ALFA	PLAN BETA	PLAN GAMA
<b>Renta mensual</b>	300	500	800

<b>Datos (MB)</b>	500	2,000	8,000
<b>Velocidad 4G LTE</b>	N/A	N/A	INCLUIDO
<b>Minutos locales</b>	900	1,700	7,200
<b>Minutos nacionales</b>	100	300	800
<b>SMS</b>	100	400	ILIMITADO
<b>Minuto de telefonía adicional</b>	\$1.50	\$1.50	\$1.50

Tabla I. Ofertas de planes tarifarios para telefonía celular

La mejor decisión dependerá del consumidor, de sus condiciones y necesidades. Por ejemplo, depende si el teléfono se emplea para cuestiones personales o laborales, del tipo de actividad profesional; o bien si el consumidor es una compañía con necesidades de comunicación amplia con sus trabajadores a nivel nacional.

Incluso una situación asociada a comportamientos gráficos se puede encontrar permeada de conocimientos socioculturales en donde subyace la selección en términos de las condiciones ideales y las variables involucradas en la situación. Por ejemplo, ante la gráfica de dispersión que señala la Figura Ia) y las opciones de rectas que mejor ajustan a los datos presentadas en la Figura Ib), ¿cuál es la recta que mejor conviene?

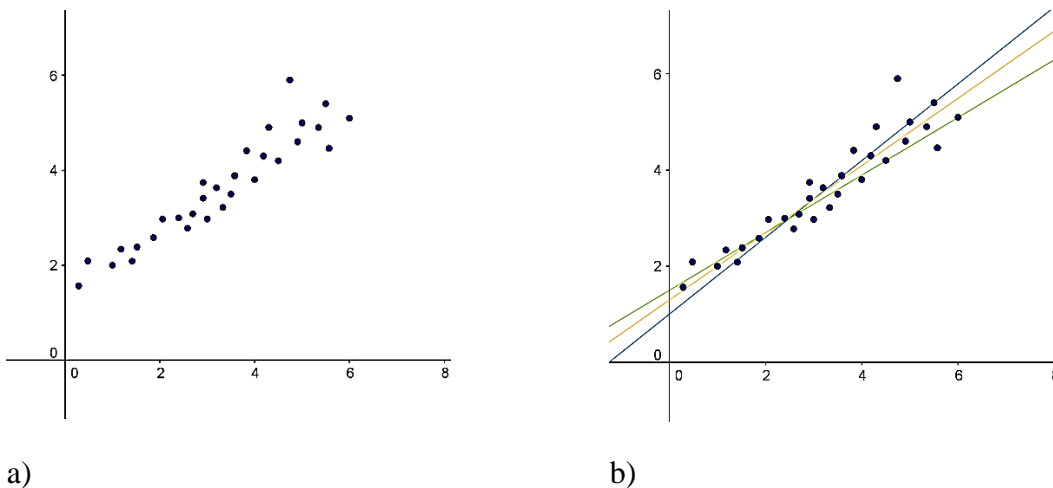


Figura I. Gráfico de dispersión

La respuesta a estas cuestiones dependerá de la situación específica que el gráfico represente y de las condiciones o necesidades socio-culturales que influyan en la toma de decisión.

En ambos casos se presentan situaciones que involucran la necesidad de una toma de decisión a partir de la optimización de la información y donde se puede distinguir que subyacen aspectos socioculturales íntimamente relacionados con la selección de un ideal.

ii. Aspectos epistemológicos

El estudio de las argumentaciones que subyacen a la optimización puede ofrecer un modelo explicativo de su uso y necesidad social según el momento histórico o la situación específica que dota de sentido y significado a la optimización.

Del Valle (2015) aporta con un estudio sobre la naturaleza epistemológica de los usos de la optimización a partir del análisis de dos escenarios, uno de corte histórico-documental y otro profesional, y de su uso en algunos escenarios escolares. Reconoce elementos relacionados con el desarrollo de patrones de adaptación, la distinción de cualidades y la búsqueda de lo estable como parte de las significaciones, procedimientos e instrumentos que conforman las argumentaciones de la optimización (Tabla II).

Epistemología de los usos de la optimización	
Significaciones	<i>Patrones de adaptación</i>
Procedimientos	<i>Distinción de cualidades</i>
Instrumento	<i>Lo estable</i>
Argumentaciones	<i>Optimización</i>

Tabla II. Desarrollo de los usos de la optimización, Del Valle (2015)

Por ejemplo, en la obra de Lagrange, lo que hoy en día se conoce como los *multiplicadores de Lagrange*, la atención estaba en el equilibrio estático de los cuerpos que orbitan alrededor del sol. El uso de la optimización se distingue a partir de la búsqueda de una relación mutua entre las fuerzas de los cuerpos y sus resistencias al incorporar los coeficientes indeterminados expresados a través de los multiplicadores  $\lambda, \mu, \nu$ , etc. (Figura II).

$$\underbrace{Pdp + Qdq + Rdr + \dots}_{\text{Fuerzas Cuerpos}} + \underbrace{\lambda dL + \mu dM + \nu dN + \dots}_{\text{Resistencia}} = 0$$

Relación mutua

Figura II. Los usos de la optimización en Lagrange

Subyace una situación de selección a través de la búsqueda y significación de los patrones de adaptación a un ideal y para lo cual se recurre a procedimientos que permitan distinguir las cualidades de los elementos en juego. Todo ello conforma un instrumento que es útil para el éxito de la selección: la estabilidad.

En algún sentido, esta epistemología de distinción/modelación proporciona un tipo de explicación del uso y sentido de la optimización como un método funcional para diversas situaciones tanto dentro de la matemática disciplinar como de la vida diaria.

iii. El individuo en comunidad

El conocimiento matemático se resignifica a la luz de su uso en situaciones específicas y de sus intencionalidades, depende de su función social, de los consensos, entre muchos otros.

Por lo que la problemática asociada al aprendizaje de la matemática no puede concebirse aislada del estudio y el entendimiento del papel del individuo como parte de una comunidad, es decir, como un sujeto de carácter social en una relación dialéctica con el mundo: el conocimiento del mundo modifica y norma su actividad y sus prácticas, a la vez que dichas prácticas modifican y permiten el desarrollo del mundo social.

En Gómez (2015) se puede encontrar un ejemplo de la resignificación del uso de la optimización como parte del quehacer disciplinar de la Ingeniería Agrónoma. La Agronomía es la disciplina que se encarga de sistematizar conocimientos relativos a la práctica del suelo, plantas, animales, entre otros; así como su relación con el humano. Como parte de estas prácticas, adquiere un papel fundamental el estudio de los tipos de plantas, plagas y temperatura para el control de la producción con cultivos de alta calidad, por lo que una problemática propia de la comunidad se encuentra enmarcada en lo siguiente: ¿Qué tipo de plaga se adapta mejor a ciertas condiciones térmicas de manera que permita optimizar el empleo del plaguicida a favor de proveer del mayor tiempo de maduración del cultivo sin la necesidad de la aplicación del químico?

En la Figura III se exhiben tres tipos de umbrales (mínimo y máximo) de temperatura que corresponden a las condiciones térmicas para el desarrollo favorable de tres tipos de plagas (A, B y C), de manera que, a medida que pasan los días, varía la acumulación de temperatura de acuerdo a estos umbrales. La temperatura que se acumule ( $^{\circ}\text{D}$ ) determina el momento ideal donde se podrá aplicar el plaguicida para minimizar el daño en la producción, al mismo tiempo que se logre disminuir su aplicación y el impacto negativo sobre la salud de las personas y el ambiente.

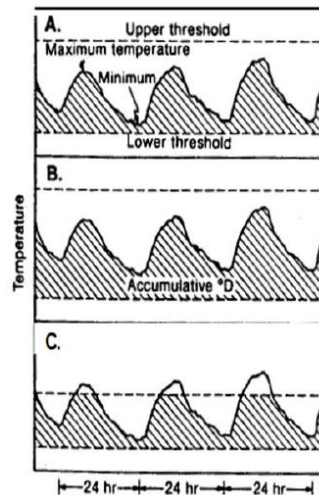


Figura III. Umbrales mínimo y máximo de tres tipos de plaga

Como se muestra en la figura III, en el caso de la plaga A con respecto a la plaga B, esta última es la que acumula mayor temperatura por día debido a que el umbral inferior es menor al de A, por lo que soporta temperaturas menores para el desarrollo favorable de la plaga. La temperatura de desarrollo de la plaga C tiene un umbral superior es mucho menor que el de A y el de B, por lo que esta plaga acumula menor cantidad de grados de temperatura por día, lo que podría resultar más conveniente en función de que se extiende el plazo en que se tendría que aplicar el plaguicida.

En el contexto de la problemática de esta comunidad, el uso ideal del plaguicida no siempre será aplicarlo en función de un tiempo mínimo y con ello evitar el crecimiento exponencial de la plaga, sino que es indispensable una toma de decisión basada en la relación cualitativa entre dos variables: la acumulación de temperatura de desarrollo de la plaga al paso de los días y la cantidad de días adecuados para asegurar la calidad del desarrollo del cultivo. Por lo tanto, el empleo óptimo del plaguicida dependerá del análisis de la relación entre estas variables según el tipo de planta y las condiciones ambientales.

Un individuo construye saberes matemáticos propios a partir del uso de su conocimiento en situaciones que exigen de un pensamiento matemático asociado a la especificidad de las prácticas que conforman su quehacer como parte de la comunidad. En el caso de la Ingeniería Agrónoma, las situaciones que involucran la optimización de recursos no sólo responden a un método matemático de optimización, sino también parten de un conocimiento desde lo óptimo como aquél argumento que considera las variables cuantitativas y cualitativas para el análisis y la toma de decisiones que solventan estas problemáticas.

#### *iv. El pensamiento matemático*

El carácter social del conocimiento matemático lo enmarca tanto la naturaleza epistemológica de la matemática misma como también las prácticas, usos y especificidades que conforman distintas racionalidades y resignificaciones del conocimiento. Bajo esta perspectiva, el pensamiento matemático no sólo depende de la estructura de la matemática sino de todas las formas posibles de construir y usar la matemática tanto disciplinadamente, escolarmente o como parte de la vida cotidiana. Este carácter social da lugar al interés de caracterizar el conocimiento matemático desde lo matemático.

De esta manera, lo matemático se distingue por una pluralidad de formas de pensar de las cuales es posible abstraer conocimiento matemático. Un ejemplo de ello se puede encontrar en Sosa, Aparicio y Jarero (2012) donde se presentan situaciones de optimización en escenarios de la ciencia, la industria y la empresa como una forma de razonamiento inherente a procesos de pensamiento y que orienta las acciones de los seres humanos para tomar decisiones. En estas situaciones, lo óptimo es un conocimiento basal para solventar las problemáticas propias de su ámbito a partir de un tipo de pensamiento que va más allá de un acto puramente mental, sino que se encuentra en estrecha relación con usos y formas del saber matemático, de manera que éstos modifican dicho pensamiento.

En este sentido, lo matemático será un elemento clave para propiciar el desarrollo del pensamiento matemático como parte de aquellas herramientas de la matemática necesarias para el potencial desarrollo del estudiante en su cualidad de ciudadano.

### **Reflexiones e implicaciones**

Lo matemático es un conocimiento asociado a su razón de ser y a su necesidad social por lo que no responde únicamente a la construcción lógica y estructural del conocimiento desde la matemática misma, sino también a su función social. Por lo tanto, inevitablemente estará permeado con elementos como los que se han caracterizado a partir de lo óptimo:

- Los aspectos socioculturales permiten apreciar a las situaciones donde predomina una práctica de optimización como actividades humanas de selección.

- Algunos aspectos epistemológicos relacionados con lo óptimo permiten conformar un marco explicativo de los usos de la optimización a partir del desarrollo de patrones de adaptación, la distinción de cualidades y la búsqueda de lo estable.
- Lo óptimo no se puede dissociar del rol del individuo como parte de una comunidad ya que en éstas adquiere especificidad el conocimiento y se resignifican permanentemente.
- El desarrollo del pensamiento óptimo no sólo exige de demandas cognitivas sino también de los escenarios donde se desarrollan las distintas formas de pensar matemáticamente.

Por lo que caracterizar lo matemático significa considerar al menos estos cuatro aspectos: lo sociocultural, la epistemología del saber, el rol del individuo como parte de una comunidad y el desarrollo del pensamiento matemático. Así, en cuanto a implicaciones didácticas, estos aspectos deberán articularse para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes.

El aprendizaje entonces no puede darse en las mismas condiciones y circunstancias para todos los estudiantes. Por el contrario, debe tomar en cuenta la condición de aprender como parte de una necesidad de un individuo para desarrollarse competentemente en la sociedad. La caracterización y el desarrollo del aprendizaje en matemáticas deberá estar asociado a lo matemático como aquel nexo o articulación entre las necesidades y problemáticas que demanda la sociedad actual y la reorganización de las prácticas y necesidades curriculares propias de cada región.

## Referencias

- Aparicio, E., y Sosa, L. (2015). Lo situacional y lo matemático en procesos de construcción social del conocimiento matemático. Mérida, Yucatán: Universidad Autónoma de Yucatán (no publicado).
- Callejo, M., Goñi, J., Alsina, C., Civil, M., Giménez, J., Gómez-Chacón, I..., Venegas, Y. (2010). *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona, España: Graó.
- Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (2002). *En la vida diez, en la escuela cero*. Distrito Federal, México: Siglo Veintiuno Editores.
- Cetina, M. (2011). *Formas de constitución de conocimiento matemático en Biología Marina*. Tesis de licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 103-128.
- Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci y Soto, D. (2015) *El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad*. Barcelona, España: Editorial Gedisa.
- Del Valle, T. (2015). *Los Usos de la Optimización: Un Marco de Referencia y la Teoría Socioepistemológica*. (Tesis doctoral no publicada). Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.



Gómez, K. (2015). *El fenómeno de opacidad y la socialización del conocimiento. Lo matemático de la Ingeniería Agrónoma*. (Tesis doctoral no publicada). Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, Distrito Federal, México.

Sosa, L., Aparicio, E. y Jarero, M. (2012). Construcción escolar de conocimiento matemático. Análisis del alcance de prácticas de optimización. *Memoria de la XV Escuela de invierno en Matemática Educativa*. 81-88. Distrito Federal, México.

### **Autores**

Karla Gómez Osalde; UADY. México; [karla.gomez@correo.uady.mx](mailto:karla.gomez@correo.uady.mx)

Landy Sosa Moguel; UADY. México; [smoguel@uady.mx](mailto:smoguel@uady.mx)

Eddie Aparicio Landa; UADY. México; [alanda@uady.mx](mailto:alanda@uady.mx)