

Artículo recibido el 31 de marzo del 2018; Aceptado para publicación el 5 de agosto del 2018

Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio – Caldas

Didactic of variational thought and algebraic systems in institutions from Escopetera and Pirza indigenous reservation, Riosucio – Caldas

Inés Lucia Guarumo¹

Resumen

El presente trabajo se realizó como una estrategia pedagógica en el área de matemáticas con el objetivo de fortalecer procesos de pensamientos asociados a la variación y los sistemas algebraicos, en estudiantes de la Institución Educativa Florencia del resguardo Indígena Escopetera y Pirza, a partir del planteamiento y solución de problemas en contextos no matemáticos. Especialmente se utilizaron elementos del medio para buscar dilucidar los aprendizajes que deben adquirir los estudiantes con respecto a esta área tan abstracta del conocimiento y que en algunos momentos como educadores se reducen al desarrollo de algoritmos sin buscar otra forma de hacerla enseñable y entendible. El trabajo se desarrolló a través de actividades de aprendizaje o interaprendizaje en tres momentos que son la vivencia, la exploración y fundamentación y la aplicación de procesos asociados al pensamiento variacional como lo son: la identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos, la modelación y el uso de representaciones semióticas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos de tipo analítico y la relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamientos. Se pudo evidenciar el progreso en cada uno de los procesos mencionados anteriormente en el interés, el gusto y la participación demostrado por los estudiantes al desarrollar las actividades.

Palabras Claves: Etnomatemática; Educación Propia; Pensamiento Variacional; Transposición didáctica.

Abstract

This work was carried out as a pedagogical strategy in the mathematics area with the aim of strengthening thought processes associated with variation and algebraic systems with students from Florencia Educational Institution in the Escopetera and Pirza Indigenous Reservation, based on the approach and solution of problems in meaningful contexts. Environment elements were especially used to elucidate the students' learning should acquire related to this complex area, which as educators are sometimes reduced to the algorithm task development without looking for another way to make it teachable and understandable. The work was developed through sharing learning path guides during three moments: experience, exploration, theoretical foundation and processes application associated to the variational thinking as they are: identification and variation recognition in different contexts, modeling and use of semiotic representations, elaboration, comparison and analytical procedures exercise as well the relation of the variational thinking with other different kind of thinking, it could be evidenced the improvement in each one of the practices mentioned

¹Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de Universidad Nacional de Colombia. E-mail: ilguarumol@unal.edu.co

above not only interest but also comfortable and participation showed by students during the development task.

Key words: Ethno Mathematics; Own Education; Variational Thinking; Didactic Transposition.

1. INTRODUCCIÓN

La institución educativa Florencia está ubicada en el Resguardo Indígena Escopetera y Pirza del municipio de Riosucio, perteneciente al departamento de Caldas, brinda educación a 274 estudiantes en sus 8 sedes.

Actualmente, tanto autoridades indígenas como docentes, participan en diferentes procesos encaminados a la constitución de un sistema de educación propia en busca de que los territorios indígenas puedan consolidar sus propias formas de enseñanza aprendizaje, sin dejar de lado el conocimiento universal, teniendo como eje central la formación de acuerdo a la cosmogonía y cosmovisión del pueblo Embera del departamento de Caldas; conservando sus usos y costumbres al igual que su lengua materna, sin ir en detrimento de la calidad educativa de los niños de este contexto.

2. HORIZONTE DEL TRABAJO

2.1 Descripción del problema

A través del proceso investigativo, se busca contribuir en el cambio de visión que los estudiantes tienen hacia las matemáticas, en muchos casos esta actividad se reduce al desarrollo de fórmulas y algoritmos sin llevar a un verdadero razonamiento, por lo tanto los estudiantes no le ven la utilidad a lo que están aprendiendo. En la Institución se realizó un análisis comparativo de los resultados obtenidos en las pruebas Saber año 2014 en relación con el año 2015 el cual muestra un bajo resultado en el desarrollo del pensamiento numérico variacional y algebraico en la básica primaria y secundaria según el Proyecto Educativo Institucional del colegio Florencia (I. E. Florencia, 2015) por lo cual, la investigación se encaminará en la búsqueda de estrategias que ayuden a mejorar tanto a nivel académico, como profesional e institucional.

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

Este análisis sustenta las bases para encaminar la búsqueda de estrategias de mejoramiento que contribuyan de alguna manera en la solución de la situación problema, en pro del mejoramiento continuo y reorganización de planes y proyectos.

2.2 Marco de antecedentes

El Estado colombiano, a través del Ministerio de Educación Nacional (MEN) y con la expedición de la Ley 115 de febrero 8 de 1994, brinda orientaciones a todos los docentes en pro del mejoramiento de la calidad educativa de los niños y jóvenes del país.

En segunda instancia, se tienen los lineamientos curriculares propuestos por el MEN (1998), para las diferentes áreas del conocimiento. En el área de matemáticas, se colocaron a consideración de los docentes de los niveles de básica y media como documento que pretende posibilitar, promover y orientar los procesos curriculares que viven las instituciones, atendiendo sus particularidades y necesidades educativas.

Dando una mirada a los procesos investigativos que se han llevado a cabo tanto a nivel nacional como en el exterior en el ámbito de la educación etnomatemática, se destaca el trabajo realizado por Ballinas (2008) de la Universidad de Chile titulado “Los saberes matemáticos de la cultura tzeltal sus significados en el proceso escolar”, cuyo objetivo primordial es conocer e identificar el significado que tienen los saberes matemáticos en los procesos de enseñanza aprendizaje de la vida comunitaria y escolar, del grupo indígena maya tseltal del Estado de Chiapas, México, desde la perspectiva de los ancianos, ancianas, profesores y profesoras.

En el ámbito nacional, cabe mencionar la investigación realizada por Cuenca (2014) de la Universidad Nacional de Colombia, denominada “El huerto como laboratorio de matemáticas: Aprendizaje de los números racionales positivos”, cuyo objetivo general es incorporar en el aula, el huerto como laboratorio vivo. Otra investigación relacionada con el presente estudio es la realizada por Gómez (2015), denominada “Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno”, de la Universidad Nacional Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá) cuyo objetivo es profundizar en el análisis de producciones escritas y verbales realizadas por los estudiantes cuando abordan tareas

asociadas al desarrollo del pensamiento variacional, con un enfoque cualitativo de tipo descriptivo e interpretativo (Ernest, 1991).

En el ámbito de estudio de las matemáticas es muy importante ver su aplicabilidad en los contextos en los que se desenvuelven los estudiantes en el desarrollo del pensamiento variacional. Se puede observar cómo, a partir de situaciones de la vida cotidiana, pueden reconocer variables, proporciones y comprensión de teoremas, sin necesidad de tener necesariamente que memorizar fórmulas o algoritmos sin sentido (Forero y López, 2012).

2.3 Marco teórico

2.3.1 Algunos referentes acerca la educación propia indígena

Para las comunidades indígenas del departamento de Caldas, el sustento teórico de las prácticas pedagógicas se ha recopilado en el documento de Política Etnoeducativa No. 4 elaborado con el apoyo del MEN y el documento Modelo pedagógico del pueblo embera de Caldas.

El contexto no es solo sociocultural (aula, comunidad, casa y familia) también se refiere al contexto más amplio ya que muchos de los educandos se quedarán en el territorio y otros se irán a diferentes lugares de la nación a desarrollar sus actividades e inclusive otros tendrán la posibilidad de ubicarse en el exterior en donde deberán demostrar sus aprendizajes (MEN, 1998).

Durante el proceso de elaboración del proyecto etnoeducativo para el departamento de Caldas, para dar respuesta al qué, por qué y para qué, se propusieron seis ejes como parte del currículo integrador. Estos planteamientos se constituyen en la carta de navegación ya que, como se ha mencionado, el contexto juega un papel preponderante en lograr la adquisición del conocimiento, por lo tanto el modelo pedagógico plantea desarrollar el “eje de economía, producción y pensamiento matemáticos” (MEN, 2012, p. 121).

Godino, J., en su libro *Didáctica de las matemáticas para maestros*, hace referencia a los errores, dificultades y obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y menciona las dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos. Algunas, como la abstracción y generalización en matemáticas, son una posible causa del error ya que

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

muchos estudiantes no saben en qué situaciones deben utilizar ciertos objetos matemáticos y en cuáles no, ya que su ámbito de aplicación puede cambiar dependiendo de la situación problema o el contexto de aplicación (Godino, Batanero y Font, 2004).

El Grupo Azarquiel (1993) define los procesos de generalización como esenciales en la actividad matemática. La expresión de las relaciones cuantitativas en lenguaje natural o simbólico hace posible razonar sobre estas, compararlas y deducir otras. Aunque el lenguaje natural es útil, en algunas ocasiones no es tan claro; pero lo que realmente potencia al lenguaje algebraico es precisamente la posibilidad o la habilidad que tenga el estudiante para expresar lo general en un lenguaje simbólico; aunque generalizar y simbolizar sean procesos distintos.

En cuanto a los procesos de generalización considera que requiere tres pasos bien diferenciados: la visión de la regularidad, la diferencia la relación, su exposición verbal y su expresión escrita de la manera más concisa posible (Mason y otros, 1985, citado por el Grupo Azarquiel, 1993).

Según Serres (2008), “hay dos contextos dentro de las matemáticas que se prestan especialmente a actividades relacionadas con la ‘visión’ de regularidades y pautas, el campo de los números y el de las figuras geométricas” (p. 177), ya que con el uso de las figuras geométricas el estudiante podrá observar el ámbito de aplicación, podrá establecer regularidades y patrones, verá la información de una manera más vivencial e icónica y podrá sacar conclusiones.

A continuación se presentan una serie de teorías que orientan más la intención del trabajo.

2.3.2 Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel

David Ausubel plantea que la adquisición del conocimiento depende de la estructura cognitiva que posee cada persona, y de acuerdo a ello se estará en la capacidad de ampliar sus posibilidades de aprendizaje y modificar el conocimiento previo con otro nuevo.

Ausubel (1983) considera los siguientes tipos de aprendizaje: las proposiciones, las representaciones y los conceptos.

2.3.3 Teoría sociocultural de Lev Vygotsky

En su teoría de aprendizaje, da gran importancia a lo que se denomina saberes previos consistentes en todas las actividades que se realizan para indagar el nivel de conocimientos que poseen los niños al inicio de cada tema, y se refiere a 2 niveles evolutivos. El nivel evolutivo real y el nivel evolutivo potencial, en el nivel evolutivo real hace referencia a la capacidad (MEN, 2004). Es el que tiene el niño para realizar las actividades por sí mismo y en el nivel de desarrollo potencial se refiere a todos los procesos de pensamiento que pueden realizar los estudiantes con la ayuda de otros.

La zona de desarrollo próximo se alcanza cuando los procesos de desarrollo mental de un niño del mismo nivel varía en gran medida con respecto a otro y su aprendizaje sería distinto al de otro es lo que él denominó ZDP.

Vygotsky plantea que todas las personas están en la capacidad de resolver problemas mediadas por otras personas con más experiencia en el campo o situación a la que se tenga que enfrentar.

2.3.4 Teoría del aprendizaje cooperativo

Para autores como Hiltz y Turoff (1993, citado en EAFIT 2008), el aprendizaje colaborativo es un proceso en el cual tanto estudiantes como docentes realizan esfuerzos conjuntos para que el proceso educativo sea visto como un constructo social, el cual facilita la interacción y la cooperación en grupo, fortaleciendo las capacidades individuales.

Igualmente, Prescott (1993, citado en EAFIT 2008), en cuanto al aprendizaje colaborativo, busca que se potencien el desarrollo tanto de habilidades individuales como grupales.

2.3.5 Teoría de la cognición situada

Según Baquero (2002, citado en Díaz, 2003), la perspectiva de la cognición situada, “Debe comprenderse como un proceso multidimensional de apropiación cultural, ya que se trata de una experiencia que involucra el pensamiento, la afectividad y la acción” (p. 4).

Al respecto, Hendricks (2001, citado en Díaz, 2003) plantea que la cognición situada asume diferentes nombres y formas de acuerdo al tema que es motivo de interés, aquí también

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

destaca la importancia del contexto y cómo a través de situaciones cercanas y de su cultura se pueden generar aprendizajes.

2.3.6 Teoría de las situaciones didácticas

Piaget, desde la perspectiva constructivista, considera que el aprendizaje está influenciado por la sociedad y la cultura, lo que da bases teóricas para considerar que el hombre es ser eminentemente social y que la escuela no puede ser ajena a estas consideraciones porque el sujeto aprende en sociedad. Plantea además que los procesos de pensamiento cambian desde que somos niños hasta la madurez, por lo tanto se considera que los seres humanos están en la capacidad de integrar nuevos conceptos para ser aprendidos. El estudiante, como sujeto principal en el acto educativo, participa en la construcción de su propio conocimiento en donde su desarrollo cognitivo se da en diferentes etapas de maduración, teniendo en cuenta sus habilidades y necesidades para que a través de la práctica docente se pueda realizar grandes transformaciones (Brousseau, 1997).

3. METODOLOGÍA

Se parte de situaciones problemas en un contexto no matemático, teniendo en cuenta que para el pueblo embera de Caldas el territorio se convierte en un derecho fundamental para la supervivencia y se define “el territorio es nuestro mayor pedagogo” (MEN, 2012, p. 49), ya que en él se reafirman los valores culturales y sociales y se adquieren los conocimientos para la vida.

3.1 Tipo de Trabajo

El presente trabajo es de tipo cualitativo – descriptivo porque busca ubicar al estudiante en su entorno natural y relacionarlo con las situaciones de aprendizaje, a través del proceso vivencial y el uso de sus sentidos interactuando con los objetos de aprendizaje facilitando evidenciar los avances y dificultades en los procesos matemáticos, especialmente del álgebra y sus variaciones.

Para este caso, se describirán los alcances de los estudiantes en torno a las siguientes cuatro categorías de análisis:

- Identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos.
- La modelación y el uso de representaciones semióticas.
- La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos de tipo analítico.
- Relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamientos.

4. RESULTADOS

4.1 Experiencia en la actividad de aprendizaje 1

En el desarrollo de esta actividad, desde la propia vivencia, se abordó el proceso general de resolución de problemas.

Los estudiantes realizaron la toma de medidas en las diferentes eras que componen la huerta escolar o chagra para hallar área y perímetro con instrumentos no convencionales del propio cuerpo, como pies, pasos, dedos, etc. (figura 1).



Figura 1. Medición de la huerta con diferentes instrumentos no convencionales y registro de datos representando la variación.

Fuente: *Fotografía de Autor*

4.1.1 Identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos

Estas mediciones y sus diversas variaciones las pudieron representar con letras como se puede apreciar en la figura 1.

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

Percepción de las variables: en este momento los estudiantes tuvieron la oportunidad de representar las medidas de diversas formas observando la variación al realizar la comparación (figura 2).

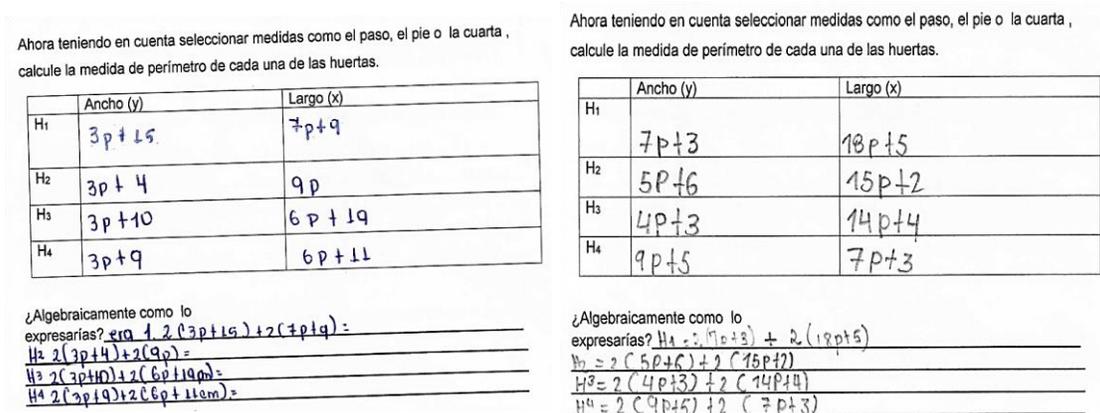


Figura 2. Percepción de las variables

Fuente: *Fotografía de Autor*

Caracterización de las variables: los estudiantes presentaron algunas confusiones en lo que es una variable dependiente e independiente, por lo que algunos tuvieron que modificar sus gráficos o ayudas representacionales.

4.1.2 La modelación y el uso de representaciones semióticas

Transferir un problema de la vida real a un problema matemático en forma escrita o gráfica se logró al relacionar al estudiante con el objeto a estudiar (en este caso área de la huerta), tuvieron la oportunidad de familiarizarse con elementos del entorno y poder escribir y realizar su representación matemática en expresiones algebraicas (figura 3).

1. Resolvamos los siguientes problemas:

Si tenemos un terreno de forma rectangular que mide de largo 5 varas, 3 cuartas y 10 cm y de ancho 4 varas, 3 cuartas y 5 cm ¿cuál sería la expresión algebraica que representaría dicha área?

$$A = L \times a \quad A = (5v + 3c + 10) (4v + 3c + 5)$$

¿Cuál sería la expresión algebraica que representaría su perímetro? ¿y cuál sería el perímetro?

$$P = 2(5v + 3c + 10) + 2(4v + 3c + 5)$$

$$10v + 6c + 20 + 8v + 6c + 10$$

$$18v + 12c + 30$$

Ahora reemplacemos los datos tenemos allí en cm y hallemos el perímetro de las mismas.

$$18v + 12c + 30$$

$$18(100) + 12(25) + 30 = 1800 + 300 + 30 = 2130$$

Figura 3. Modelación, uso de representaciones y tratamiento
Fuente: *Fotografía de Autor*

4.1.3. *La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos*

Se registraron datos sobre magnitudes como largo y ancho, tomando previamente las medidas y expresándolas de forma algebraica (figura 4).

A través del uso de diferentes elementos como lápices, sacapuntas u otros, realiza mediciones para saber qué cantidad de esos elementos caben en cada longitud de cada lado y luego pásalo a las medidas en cm y halla su área y perímetro.

(misma caja anterior).
medida: sacapuntas. (2,5 cm)

Largo = 4s + 1 cm | 10 cm + 1 cm = 11 cm.
Ancho = 3s + 1 cm | 7,5 cm + 1 cm = 8,5 cm

#1: $A^2 = \begin{matrix} 4s + 1 & A^2 = 12s^2 + 7s + 1 \\ 3s + 1 & \\ \hline 4s + 1 & \end{matrix}$

$$\frac{12s^2 + 3s}{12s^2 + 7s + 1}$$

$P = 2(4s + 1) + 2(3s + 1) = 8s + 2 + 6s + 2 = 14s + 4$

#2: $A^2 = 11 \text{ cm} \times 8,5 \text{ cm}$ $P = 2(8,5) + 2(11) = 17 + 22 = 39 \text{ cm}$

$$A^2 = 93,5 \text{ cm}^2$$

$$\begin{matrix} & 8,5 \\ \times & 11 \\ \hline & 85 \\ + & 850 \\ \hline 935 \end{matrix}$$

Figura 4. Desarrollo de operaciones algebraicas y uso de algoritmos
Fuente: *Fotografía de Autor*

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

4.1.4 Relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamiento

En la parte de aplicación se les colocaron situaciones de tipo algebraico para que los estudiantes desarrollaran los diversos tipos de pensamiento matemático, lo cual les permitió ver el álgebra en un ámbito de aplicación como lo es hallar áreas y perímetros de figuras (figura 4).

4.2 Experiencia en la actividad de aprendizaje 2

Para el desarrollo de esta actividad, se concertó previamente con los estudiantes acerca del trabajo que se realizaría en esta jornada.

4.2.1 Identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos

En la vivencia se realizó un diálogo de saberes acerca de la importancia de dichos cultivos y en el momento de la exploración y fundamentación se les planteó una situación problema consistente en identificar situaciones de variación y cambio a través de la medida de la huerta escolar, para lograr que los estudiantes aprendiesen a calcular la densidad de siembra (figura 5).

SITUACION PROBLEMA: Identificar la variación y el cambio en diferentes contextos a través del cálculo de densidad de siembra de diferentes hortalizas Y el desarrollo de operaciones algebraicas.

Resolvamos las siguientes situaciones.

- De acuerdo a lo que hemos aprendido, con el área obtenida en cada una de las eras de la huerta nos dividiremos en grupos de 2 y escogeremos un paquete de hortalizas (habichuela, cilantro, tomate y cebolla).

ÁREA POR CADA ERA

	LARGO (x)	ANCHO (y)	AREA M ²	PERIMETRO m
H ₁ HABICHUELA	3,80	1,74	6,6 m ²	11,08 m
H ₂ CILANTRO	3,28	1,16	3,8 m ²	8,88 m
H ₃ CEBOLLA	3,20	1,14	3,6 m ²	8,68 m
H ₄ TOMATE	2,46	1,65	4,04 m ²	8,20 m

Figura 5. Recolección de datos sobre las variables solicitadas

Fuente: *Fotografía de Autor*

Esta actividad les permitió realizar el conteo de la cantidad de semillas que contenía un paquete de 3 gramos y a partir del empleo de la regla de tres simple directa y el uso de la noción de proporcionalidad, supieron calcular la densidad de siembra del terreno (figura 6).

Cogemos el paquete de habichuela de 100 gramos y contamos... ¿Cuántos granos de habichuela tiene? _____

Completamos la siguiente tabla

semilla	100g	200g	600g	800g	1000gr
Numero de granos	333	666	1998	2664	3330

Figura 6. Conteo de cantidad de semillas según el gramaje para proporcionalidad
 Fuente: *Fotografía de Autor*

4.2.2 *La modelación y el uso de representaciones semióticas*

Transferir un problema de la vida real a un problema matemático en forma escrita o gráfica: los estudiantes formularon a partir de los datos obtenidos la fórmula para hallar la densidad de siembra ya que con esto sabían con exactitud qué cantidad de semillas deberían utilizar (figura 7).

Area del terreno	Distanci a entre planta	Distanci a entre surco	Densidad de siembra
93.75 m ²	25	50	$\frac{93,75 \text{ m}^2}{0,25 \text{ m} \cdot 0,5} = \frac{93,75 \text{ m}^2}{0,125}$ <p>72</p>
93.75 m ²	20	60	$\frac{93,75 \text{ m}^2}{0,20 \text{ m} \cdot 0,6} = \frac{93,75 \text{ m}^2}{0,120}$ <p>93</p>

Figura 7. Desarrollo de operaciones para calcular densidad de siembra
 Fuente: *Fotografía de Autor*

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

Identificar las matemáticas específicas en un contexto general a través del uso y reconocimiento de las expresiones algebraicas: se colocaron ejercicios de aplicación de esta fórmula y se propuso escoger medidas como la cuarta y expresar dichas longitudes en cuartas y calcular la densidad de siembra con expresiones algebraicas, lo que permitió deducir que pertenece a la expresión trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, y cómo es la factorización cuando se entrega un polinomio que tenga esta forma (longitud de cada lado). Formular y visualizar un problema de diferentes formas: cada estudiante formuló su trinomio de acuerdo a las medidas realizadas con la ayuda de los instrumentos respectivos (figura 8).

4.2.3 La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

La información acerca del número de granos que contenía el paquete de semillas que le correspondió a cada uno se recolectó en una tabla, en la que deberían completar al variar la cantidad de gramos. Esto les exigió analizar y calcular, unos lo hicieron por lógica y otros utilizaron regla de tres (figuras 6, 7 y 8).

- Ahora elige una medida como la cuarta y según las medidas de los lados exprésalo algebraicamente. Ten en cuenta que se tomará la cuarta con una dimensión = 25 cm.

$$\begin{array}{r} 390 \\ 140 \\ 15 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 25 \\ 15 \end{array} \text{ en } 390 \text{ cm hay } 15c + 15 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 1,45 \\ 20 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 25 \\ 5 \end{array}$$

¿Qué expresión encontramos?

$$\frac{(15c + 15)(5c + 20)}{(2c + 10)} = \frac{(5c + 20)}{(2c + 10)} = \frac{75c^2 + 300c + 75c + 300}{2c^2 + 10c + 20} = \frac{75c^2 + 375c + 300}{2c^2 + 10c + 20}$$

-Realiza el mismo procedimiento con la distancia en cuartas a una distancia entre plantas de habichuela de 30 cm y 40 entre surco. Cual sería la expresión algebraica general.

$$\frac{3,90 \times 1,45}{0,3 \times 0,4} = \frac{(15c + 15)(5c + 20)}{(1c + 5)(1c + 15)} = \frac{75c^2 + 300c + 75c + 300}{c^2 + 20c + 75}$$

RESPONDEMOS :

Al aumentar las distancias de siembra... ¿aumenta o disminuye el número de plantas a sembrar? al aumentar la distancia de siembra disminuye la cantidad de plantas

Figura 8. Uso de procedimientos y algoritmos con expresiones algebraicas
Fuente: Fotografía de Autor

Aunque fue un proceso complejo, los estudiantes, al comprender qué medida debían hallar (largo y ancho) entendieron que lo que tenían que hacer era factorizar para poder hallar dos expresiones que multiplicadas les diera la expresión inicial, correspondiendo a un trinomio de la forma ax^2+bx+c al multiplicar distancia entre plantas y área del terreno; para poder aplicar la fórmula de densidad de siembra, esto facilitó su desarrollo y observar el avance y la aplicabilidad de las operaciones algebraicas (figura 8).

4.2.4 Relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamiento

Pensamiento numérico: se evidencia el uso de las operaciones básicas con representaciones numéricas, enteras, fraccionarias, decimales; el uso de la proporcionalidad, la asignación numérica a una magnitud.

Pensamiento aleatorio: para el análisis y procesamiento de datos, los estudiantes realizaron consultas para recolectar información acerca de las densidades de siembra que utilizan las personas de la comunidad para los diferentes cultivos y tuvieron la oportunidad de manipular los objetos de estudio, recolectar, organizar, analizar la información y observar las diferentes variaciones.

Pensamiento métrico y espacial: los estudiantes se familiarizaron cada vez con las unidades de medidas, los instrumentos de medición y el proceso de conversión de unidades (no sólo con unidades de longitud, también de peso). El hecho de poder dar cuenta de las diferencias entre área y perímetro y su relación con el uso de las expresiones y operaciones algebraicas fue uno de los detalles más significativos de la actividad.

4.3 Experiencia en la actividad de aprendizaje 3

4.3.1 Identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos

Se les planteó una situación problema relacionada con la medición de área y perímetro del huerto medicinal que posee la institución. Utilizaron palitos de diferentes dimensiones y escribieron las expresiones algebraicas resultantes como representación de fenómenos o situaciones reales (figura 9).

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

La percepción de las variables: a partir de la expresión algebraica encontrada, se les propuso reemplazar los valores correspondientes en centímetros con el objetivo de que comprendieran el significado de la letra como variable.

SITUACIÓN PROBLEMA: Nos dirigimos a el huerto medicinal y estando allí, observen la forma que tiene cada una de la eras y el contorno de la huerta realizando la toma de medidas.

Luego utilizando palitos de diferentes colores, se ubicaran en la huerta 1 y elegirán los colores para medir l el largo y ancho. Luego aumentara al doble y por ultimo al triple.

Escribe las expresiones que les resultaron.

H1	H2	H3	H4
1 Palito : Largo: 28 p Ancho: 8 p	1 Palito : Largo: 24 p Ancho: 8 p	1 Palito : Largo: 27 p Ancho: 8 p	1 Palito : Largo: 54 p Ancho: 9 p + 1 p
2 Palitos : Largo: 16 p Ancho: 5 p	2 Palito : Largo: 12 p Ancho: 4 p	2 Palito : Largo: 12 p Ancho: 6 p	2 Palito : Largo: 27 p Ancho: 4 p + 1 p
3 Palitos : Largo: 10 p Ancho: 3 . 4 p	3 Palito : Largo: 6 p Ancho: 2 p	3 Palito : Largo: 9 p Ancho: 4 p	3 palito : Largo: 18 p Ancho: 3 p + 1 p

Ahora con estas expresiones realice el cálculo de área y perímetro de las eras correspondientes

$A = 24p \times 8p = 192 p^2$

$P = 2 \cdot (24) + 2 \cdot (8) = 64$

$P = 2(27) + 2(8) = 16p$

$P = 2(54) + 2(9) = 64p$

Figura 9. Formas de recolectar información e identificación de variables
Fuente: *Fotografía de Autor*

4.3.2 La modelación y el uso de representaciones semióticas

Se pudo evidenciar que cuando los estudiantes se ubican en situaciones problemas del contexto, se facilita la comprensión del objeto matemático que se quiere enseñar. Por ejemplo, se comprobó que durante las actividades abordadas, como sentido de las expresiones algebraicas, valor numérico de una E. A., operaciones básicas con E. A. (suma, resta, producto, etc.), productos notables, factorización, son acogidas y cobran sentido cuando son aplicables en la vida práctica.

Identificar las matemáticas específicas en un contexto general a través del uso y reconocimiento de las expresiones algebraicas: le dan otra mirada al aprendizaje del algebra, no solo como el desarrollo de algoritmos sin significado (figura 10).

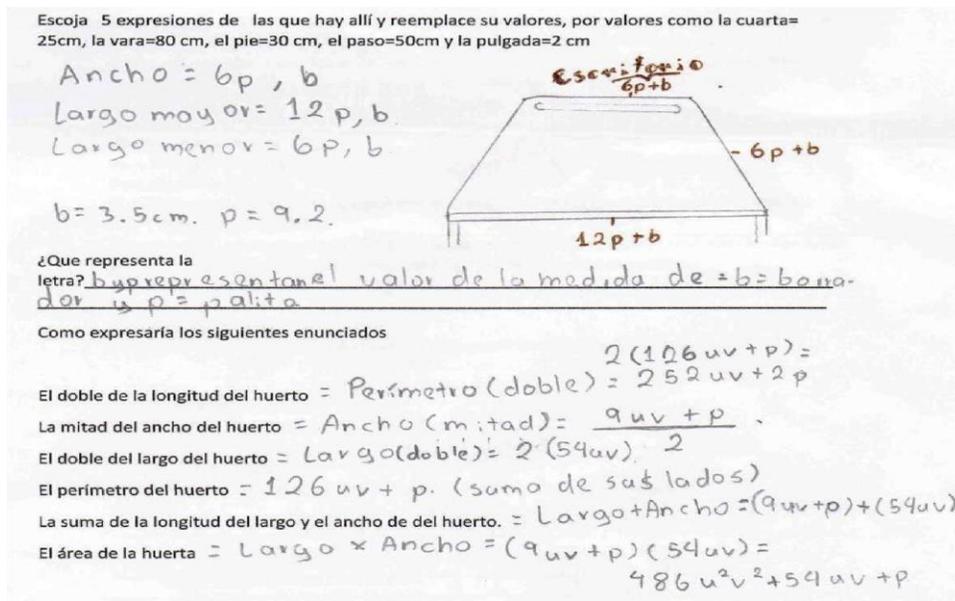


Figura 10. Uso de diversos tipos de representación para resolver un problema
 Fuente: Fotografía de Autor

4.3.3 La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

Tablas: los estudiantes realizaron diferentes tablas en donde recolectaron la información necesaria para el desarrollo de la guía teniendo en cuenta de utilizar letra para significar medidas.

Gráficos: realizaron diferentes esquemas o gráficos de los elementos que utilizaron para medir.

4.3.4 Relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamiento

Visualización: ver que estas expresiones algebraicas están en situaciones del contexto permite tener una mirada amplia.

Exploración: los estudiantes propusieron y desarrollaron las operaciones algebraicas y con mayor agrado.

Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.

Manipulación de números y figuras: los estudiantes luego de saber qué cantidades son las que buscan (longitud de los lados de una figura geométrica), se pudieron a dar cuenta en qué consiste la factorización (figura 11).

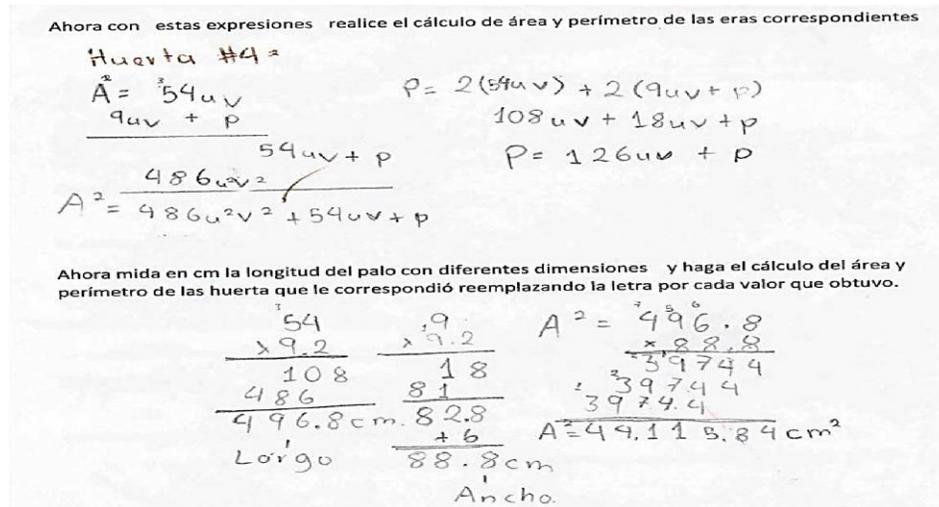


Figura 11. Uso de procedimientos y procesos asociados al pensamiento numérico, espacial y métrico
Fuente: *Fotografía de Autor*

4.4 Percepción de los estudiantes frente a las actividades desarrolladas

Son múltiples las aseveraciones o apreciaciones de los estudiantes frente a cada una de las actividades realizadas, entre ellas se puede destacar:

- El usar el entorno o elementos de este para hacer matemáticas.
- El ver las matemáticas como algo divertido y no como un problema más.
- La manera en que se trabajaron los temas.
- El uso de otros espacios fuera del aula de clases.
- El entender el porqué de las cosas, por ejemplo, por qué funcionan las expresiones algebraicas y para qué se usan, el encontrarle sentido al uso de las letras.
- El saber que hay muchas formas y estrategias para resolver un problema. Lo importante es resolverlo.
- El interés por pensar siempre los estudiantes y que no todo lo diga el profesor.

En la figura 12 se evidencia en parte estas apreciaciones.

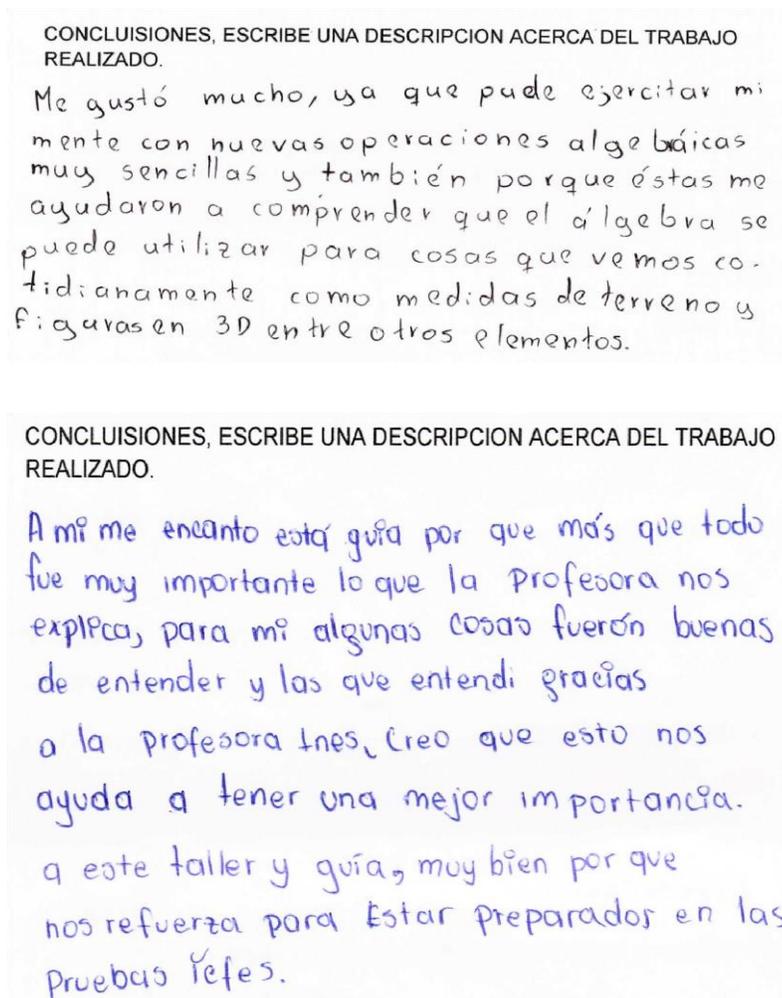


Figura 12. Algunas respuestas de los estudiantes frente al desarrollo de las actividades

Fuente: *Fotografía de Autor*

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

La experiencia ganada a lo largo del proceso de intervención, a partir de la aplicación de los instrumentos metodológicos con la guía del docente, da pie para llegar a las siguientes conclusiones.

- La estrategia de planteamiento y solución de problemas en contextos no matemáticos, aportó significativamente en los estudiantes a la hora de poner a prueba ciertos procesos de pensamiento asociados a la variación y los sistemas algebraicos. Se pudo percibir avances y fortalezas en los procesos de: identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos, la modelación y el uso de representaciones semióticas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos de tipo analítico, y la relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamientos.
- El trabajo deja ver, plantea o propone una forma de abordar objetos matemáticos o contenidos de manera no instrumental, es decir, propone una forma de comprender objetos o conceptos matemáticos de manera relacional usando su entorno.
- El trabajo muestra cómo se pueden abordar los temas básicos del álgebra como: sentido de las expresiones algebraicas (EA), valor numérico de una EA, operaciones básicas con EA (suma, resta, producto,...), productos notables, factorización, a partir, del enfoque problémico que está íntimamente ligado con el enfoque de educación propia indígena.
- La manera en que se aplicaron los instrumentos metodológicos usando su entorno, generó otras actitudes y aptitudes en los estudiantes como: el interés por abordar y resolver los problemas, el compromiso con la realización de las actividades, el uso de diversas estrategias para resolver un problema o pregunta, la manera de percibir las matemáticas, el interés por trabajar en equipo, el percibir las múltiples ventajas que ofrece el álgebra a la hora de medir y hacer cálculos y predicciones.
- El permitir que los estudiantes manipularan elementos de su entorno (objetos de estudio) generó en ellos un amplio panorama de posibilidades que tienen para comprender una situación problema y contribuir en su solución.
- El trabajo permitió en ellos percibir una manera de mejorar el desarrollo de las operaciones algebraicas y comprender para qué les es útil el desarrollo de algoritmos.
- Reconocer que las matemáticas no son ajenas a su contexto y que tienen una aplicabilidad en él, facilitando su comprensión y cambio en la visión hacia estas.

- Comprender que desde diferentes espacios de nuestro territorio se puede aprender, revalorando el saber del otro.
- Se mejoró el trabajo en equipo y los aprendizajes que obtuvieron les serán de gran ayuda para su familia, demostraron agrado, sentido de pertenencia por el desarrollo de las actividades producto del proyecto como elaboración de shampoo.
- Se le da una mirada diferente a la enseñanza del álgebra, descubriendo que al mostrar la aplicabilidad de esta en situaciones del contexto, les facilita el aprendizaje a los estudiantes.

5.2 Recomendaciones

Se plantean para futuras intervenciones o investigaciones las siguientes sugerencias o recomendaciones.

- Permitir a los estudiantes realizar procesos de abstracción y análisis de las expresiones algebraicas, es decir, no sólo quedarse con lo meramente algorítmico como tampoco con lo superficial. Toda actividad fuera del aula debe tener una intención cognitiva.
- En las actividades propuestas tener en cuenta no solo proponerles situaciones problemas sino que también se debe posibilitar que ellos propongan situaciones cuya solución permita abordar contenidos no solo del álgebra sino de cualquier temática en especial.
- Valorar el saber que poseen algunas personas de la comunidad frente a diferentes temáticas y vincularlos a la escuela.
- Desmitificar los paradigmas que tienen los estudiantes frente al proceso de la enseñanza de las matemáticas y su aprendizaje.

REFERENCIAS

Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. (M. Sandoval P., Trad.) México D.F.: Editorial Trillas.

- Guarumo, I. (2018). Didáctica del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en instituciones indígenas del resguardo Escopetera y Pirza, Riosucio - Caldas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(2), 76-97.
- Ballinas, M. (2008). *Los saberes matemáticos de la cultura maya tseltal y sus significados en el proceso escolar. Estudio exploratorio en comunidades educativas del Estado de Chiapas, México*. (Tesis de maestría en educación). Universidad de Chile. Santiago de Chile, Chile. Recuperado de http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2008/ballinas_m/html/index-frames.html
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cuenca, G. (2014). *El huerto como laboratorio de matemáticas: Aprendizaje de los números racionales positivos*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Sede Palmira. Palmira, Colombia. Recuperado de www.bidigital.unal.edu.co
- Díaz Barriga A., F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo *REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5(2) 1-13. Recuperado de <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press. Londres.
- Institución Educativa Florencia. (2015). *Proyecto Educativo Institucional de la Institución Educativa Florencia*. Riosucio, Caldas, Colombia.
- Forero, C. y López, D. (2012). *Una aproximación al concepto de razón de cambio con estudiantes de grado sexto a partir de la mediación con geometría dinámica* (Especialización en docencia de las matemáticas). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Recuperado de <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/117/TO-15349.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. Granada, España. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
- Gómez, O. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes de grado noveno*. (Tesis de maestría) Universidad Nacional Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Recuperado de <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2363/1/GómezOspinaOscarMauricio2015.pdf>
- Grupo Azarquiel (1993). *Ideas y actividades para enseñar algebra*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Ley N° 115. Congreso de la República de Colombia, Santa Fe de Bogotá, Colombia. 8 de febrero de 1994. Diario Oficial N° 41.214. Recuperado de http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley_0115_1994.html
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-339975.html>

- Ministerio de Educación Nacional (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Bogotá D.C., Colombia: Enlace Editores.
- Ministerio de Educación Nacional, Consejo Regional Indígena de Caldas (CRIDEC) (2012). *Modelo pedagógico del pueblo embera de Caldas. “Tejiendo saberes, conocimientos y prácticas pedagógicas”*. Bogotá D. C., Colombia.
- Serres, Y. (2008). Ejercicios, problemas y modelos en la enseñanza del álgebra. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano* (pp. 175-192). Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos.
- Universidad EAFIT (2008). *Aprendizaje colaborativo/cooperativo*. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles167925_archivo.pdf