POSTURA CIENTÍFICA DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SU IMPACTO EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

Jaime Huincahue Arcos, Astrid Morales Soto, Jaime Mena Lorca

Resumen

En este laboratorio, abordaremos la modelación matemática desde una carácter científico, apoyándose en un marco conceptual que incluye: ciclos de modelación, perspectivas de modelación y competencias de modelación. Se abordarán otros tópicos asociados a intervenciones del docente mientras se realizan tareas de modelación y evaluación. Se espera que los participantes del laboratorio obtengan mayor conocimiento con respecto a los distintos tipos de tareas y creación de tareas de modelación desde una posición participativa, inclusiva y crítica del tema.

Palabras claves: Modelación Matemática. Enseñanza y Aprendizaje.

Propósito y alcance

La fecunda investigación relacionada con Educación Matemática deja en evidencia la real complejidad del problema de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Comunidades de investigadores y profesores han dado evidencias de ese hecho a través de estudios sistemáticos (Blum y Niss, 1991; Blum y Borromeo-Ferri, 2009; Borromeo-Ferri, 2014; Maaß, 2006; Morales, Mena, Vera y Rivera, 2012; Kaiser, Blum, Borromeo-Ferri and Stillman, 2011), aportando información y datos empíricos en esta dirección; específicamente, en procesos evaluativos de cada país. En el caso de Chile, se realizan las pruebas SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación), PSU (Prueba de Selección Universitarias) como evaluaciones nacionales, e internacionales como PISA y TIMSS, que como bien sabemos responden a objetivos diferentes. En particular, OCDE (2014) afirma que:

> la prueba PISA usa (y evalúa) el concepto de cultura matemática para referirse a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar efectivamente la formulación, solución e interpretación de problemas en una variedad de situaciones que involucran conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o matemáticos.

Una de las maneras de poner en uso la cultura matemática es mediante la modelación, siendo una de las características de este laboratorio, el tránsito por las múltiples capacidades que son mencionadas a través de estructuras teóricas específicas (Borromeo-Ferri, 2006, Kaiser y Sriraman, 2006; Maaß, 2006).

En relación a los resultados obtenidos en Chile en este tipo de pruebas, informes tales como el de OCDE (2003, 2014) señalan que parte importante de los profesores no solo no sabe la materia sino que no tiene confianza en lo que hace. A ello se une el que hay dificultades en el resolver problemas, un tema que hoy se quiere fomentar para atender a las necesidades de nuestra sociedad, teniendo personas más competentes tanto en sus profesiones como en cuanto ciudadanos. Las investigaciones dan evidencia de la poca comprensión y la no articulación de los contenidos matemáticos que se enseñan (Artigue 1995), en consecuencia,

no están en condiciones de responder preguntas que tengan cierto grado de complejidad. Por otro lado, Moreno y Azcárate (2003) afirman que el profesor tiende a mantenerse en su papel tradicional, que la clase magistral sigue siendo el principal medio de enseñanza, "…y se potencian los aprendizajes memorísticos y mecanicistas alejados del deseado aprendizaje significativo" (Moreno y Azcárate, p. 266). En relación al Cálculo, Artigue (1995) afirma que existe gran dificultad en lograr que los estudiantes muestren una comprensión satisfactoria de sus conceptos y métodos, y que la enseñanza tradicional se limita al aprendizaje de prácticas algorítmicas y algebraicas, que son a la vez, centro de la evaluación. Se piensa últimamente que se debe incluir la modelación y la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática y se estima que el uso de TIC ayuda en los procesos de modelación, como también ayuda a desarrollar competencias de otro carácter transversal. A esto ultimo es que nosotros hacemos énfasis por su importancia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Las relaciones existentes entre la realidad y las matemática tienen un constante registro desde los primeros escritos matemáticos de la humanidad, un ejemplo de aquello son los problemas expuestos en el clásico Papiro de Rhind relacionado con problemas que resolvían situaciones de reparto de cantidades de onzas de pan, entre muchos otros (Robins y Shote, 1987). En la actualidad, es posible encontrar tal relación en actividades de modelizar o resolución de problemas en los presentes currículos educativos.

Es posible sintetizar lo anterior, en que un propósito de este laboratorio, es dimensionar la importancia de que los profesores incluyan tareas de modelación matemática en sus prácticas, para que los estudiantes se enfrenten también a situaciones no tradicionales y alejados de la algoritmia. En el presente, este es uno de los direccionamientos que hacen posible la conducción del aprendizaje en las Matemáticas.

Algunos fundamentos e hipótesis que creemos es que el estudiante, al abordar una situación de modelación, ve en forma natural que la matemática (construida entre un sujeto con otro, desde una comunidad) le permite abordar problemas concretos que tiene sentido para él, que puede discutir con su par, defender sus ideas inicialmente en un lenguaje y una lógica no necesariamente perteneciente al mundo de la matemática formal; pero que deberá desarrollar, precisar y convencer a sus compañeros. Logrará una dimensión de la matemática que la formación actual no está dando. Nuestra hipótesis es que existen elementos en el proceso de modelación que pueden ser realzados para lograr la necesaria conexión entre la matemática (símbolos matemáticos y su operatoria) y los modelos matemáticos que se usan en la ciencia de la ingeniería, por ejemplo; para lograr así que el estudiante pueda recurrir a toda la formación matemática y otras que ha logrado cuando le sea requerida en cursos superiores o en su desempeño profesional, es decir, lograr conocimiento matemático a un nivel funcional (Morales et al, 2012; Morales y Cordero, 2014).

Se espera que el perfil de la o el participante del laboratorio sea una persona interesada en el uso de la matemática para la enseñanza, mas allá del simple formalismo, pudiendo ser un profesor o un estudiante en formación. Se espera que la o el participante quiera aprender desde una postura muchas veces desconocida, lo que se entiende por Modelación Matemática, sus diferentes enfoques según los objetivos de aprendizaje que se pretendan fortalecer y sus distintos usos. Una persona capaz de reflexionar sobre sus propias prácticas educativas de forma continua, estableciendo un carácter autocrítico en sus labores docentes y que permanezca en la constante búsqueda de elementos de innovación.

Marco conceptual

En la última década, se ha reflejado que en pruebas internacionales como Programme for International Student Assessment (PISA) o Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), el desarrollo del conocimiento desde dimensiones cognitivas, ha sido una herramienta ya inserta en el curriculum nacional chileno para la enseñanza y el aprendizaje de las diversas disciplinas que éste incluye, no siendo la excepción Matemáticas. En Chile, los Objetivos de Aprendizaje desde el año 2012 consideran transversalmente cuatro habilidades para Matemáticas: modelar, representar, resolver problemas y argumentar y comunicar; quedando como un constante desafío, considerar en la formación inicial y continua de profesores la inclusión en las prácticas docentes, del desarrollo de las habilidades y destrezas, de forma integral con los Estándares Pedagógicos y Disciplinarios (MINEDUC, 2012).

En los últimos 30 años, la Modelación Matemática ha adquirido un rol cada vez mas protagónico en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, el desarrollo del conocimiento educacional e investigativo. El progreso teórico ha llevado a enriquecer las metodologías de enseñanza, líneas de investigación y desarrollo de múltiples programas de estudio en todos los niveles educacionales. En 1979, Henry Pollak (Borromeo-Ferri, 2006) considera a la Modelación Matemática como una manera de enlazar a la Matemática con “el resto del mundo”, estableciendo un primer significado del devenir de progresivas posturas asociadas a la Modelación Matemática, entendimientos diferenciados dependientes del uso y contexto disciplinar que se le pueda asignar a una tarea de modelación (Barbosa, 2003); a partir de esto es que investigadores en el área han definido distintos ciclos de modelación que describen los procesos de modelación. En el trabajo de Borromeo-Ferri (2006) se reportan algunos ciclos de modelación, destacando sus diferencias y similitudes epistemológicas.

Generalmente, los procesos de modelación son descritos a partir de ciclos de modelación, implicando la existencia de varios direccionamientos según el ciclo que eventualmente pueda utilizar, y en algunos casos, si las tareas usadas son o no complejas para el estudiante (Borromeo-Ferri, 2006) para definir qué es un proceso de modelación.

En este trabajo, se entenderá como Modelación Matemática al proceso de traducción entre el mundo real y las matemáticas en ambas direcciones (Blum y Borromeo-Ferri, 2009), bajo una dimensión cognitiva desde el ciclo de modelación de Blum-Borromeo (Borromeo-Ferri, 2010).

Al abordar un problema de modelación matemática, el modelador pasa por distintas fases para llegar a resolver la tarea. Blum y Leiß (2007) proponen un ciclo de modelación, definida por seis fases dentro del proceso. Sin embargo, Borromeo-Ferri (2010) integra aspectos cognitivos en este ciclo, como se observa en la figura 1.

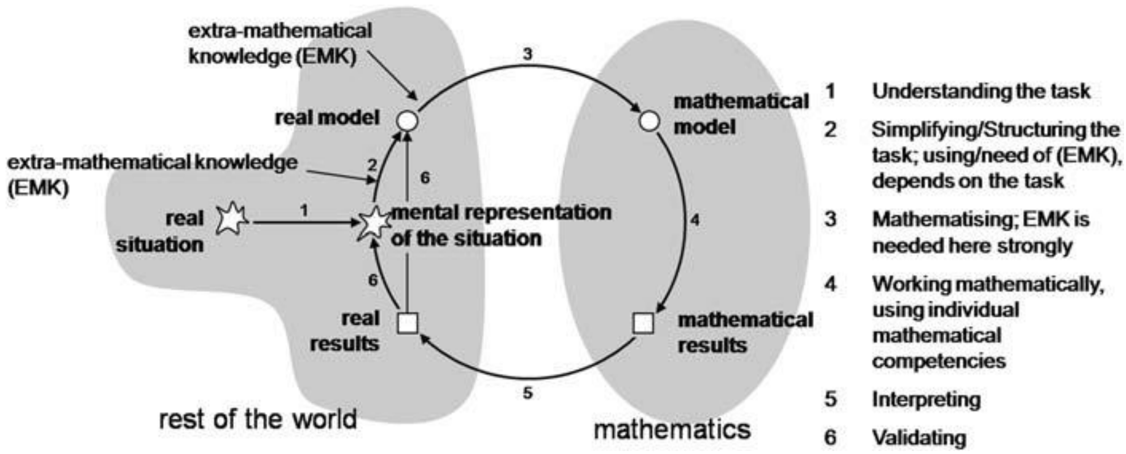

Figura 1. Ciclo de modelación de Blum-Borromeo (Borromeo-Ferri, 2010).

La situación real (RS), representa la situación que es dada en el problema, puede ser una imagen o texto. Al transitar de la RS a la MRS (mental representaction of the situation) el individuo comprende más o menos el problema, es decir, se reconstruye mentalmente la situación, aun cuando no comprenda completamente el problema puede comenzar a trabajar en él.

La construcción mental de la situación (MRS) en el individuo puede ser diferente, dependiendo del estilo de pensamiento de cada persona, por ejemplo, puede ser visual en relación con la experiencia; o la atención puede centrarse en datos numéricos y relaciones dadas en el problema, depende de las asociaciones que el individuo elija mientras comprende la tarea. La autora señala dos aspectos que hacen la diferencia entre la RS y el MRS: 1) simplificaciones inconscientes de la tarea y 2) la elección individual del como abordar el problema. En el paso de la MRS al RM (real model), tienen lugar simplificaciones e idealizaciones más conscientes en el individuo, esto se debe a que en la fase MRS el individuo ya ha tomado decisiones que influyen en el filtrado de la información, el proceso de transición puede requerir de conocimiento extra-matemático, dependiendo del tipo de tarea. Se dice que la fase de modelo real (RM) esta fuertemente relacionada con la fase de MRS, la autora menciona que es debido a que el RM es prácticamente construido a nivel interno y que las representaciones externas pueden representar al modelo real, dependiendo de las declaraciones que el individuo hace al externalizar el modelo. Al transitar del RM al MM, se hace presente un progreso individual de matematización, donde dependiendo de la tarea, es necesario recurrir también a conocimiento de tipo extra-matemático.

La fase de modelo matemático (MM), consiste de representaciones externas, expresiones matemáticas o dibujos y las expresiones del individuo que están más relacionadas con hechos matemáticos y en menor grado con la realidad. Esta fase completa el proceso de transición hacia las matemáticas. En el tránsito del MM a los resultados matemáticos, se ponen en juego las competencias matemáticas del individuo. La fase de resultados matemáticos constituye la escritura de los resultados obtenidos del modelo. Y el paso de los Resultados Matemáticos a los Resultados Reales se da mediante la interpretación. Los individuos frecuentemente son inconscientes durante la transición.

En la fase de Resultados reales, se discute la correspondencia de ellos y si es que pueden ser reales. Al validar los resultados, el individuo busca relaciones entre sus resultados reales y la MRS, lo cual puede ser correcto o no dependiendo de la forma de validación que elija: validación intuitiva (mental representation of the situation) y validación basada en el conocimiento (real model). En la primera el individuo puede descubrir por si mismo que los resultados son erróneos por razones que no es capaz de explicar o porque los resultados no corresponden a su experiencia. En la segunda se refiere a que los individuos están de acuerdo con sus resultados con base en su conocimiento extra-matemático o no. Se puede distinguir dos tipos de consciencia: basada en el conocimiento y no. Ambos tipos de validación se conectan con las reflexiones previas del individuo. La razones por las que la mayoría no valida, es que realizan una validación dentro de la matemática, validar significa determinar el modelo matemático. No conectan los resultados con la situación.

Al considerar la MM como una actividad de la persona que resuelve problemas de su realidad utilizando matemática, implica la obtención de cierta amplitud en lo que se considera como modelación, ya que muchas veces dependerá de los objetivos que se tengan en mente como profesor, los que pueden tener como foco de importancia el desarrollo, el resultado, interpretación, validación, asignación de hipótesis, barreras cognitivas, entre otros. Además, las múltiples características que son posibles encontrar en una tarea, empuja hacia una natural categorización, emergiendo las perspectivas de modelación, las que considera ciertas características asociadas a la percepción de la realidad, desarrollo de los procesos, fines de las tareas y evolución de líneas de investigadores en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. En Kaiser y Sriraman (2006) o Blomhøj (2008), es posible encontrar un recorrido histórico sobre lo que ha sido la investigación de las perspectivas en modelación matemática, caracterizándose por una fuerte utilidad en el ámbito de la investigación. Sin embargo, es posible generar una inclusión práctica para la enseñanza de la MM en las aulas, la que puede ser reflejada como un desafío para el currículum, al establecer los conocimientos que la investigación produce, lo propuesto por el Ministerio de Educación del país y las propuestas educativas de las instituciones educativas. Kaiser (2006) define las perspectivas 1) Realista, 2) Contextual, 3) Educacional, 4) Epistemológica, 5) Cognitiva, y 6) Socio-crítica, clarificando que el parcelamiento fáctico es complicado, ya que no es difícil establecer ciertos rasgos de cada perspectiva en una sola tarea. En este caso, las perspectivas parecieran mas cercanas al investigador; sin embargo, al adquirir este conocimiento el docente, es capaz de crear de mejor manera posibles tareas según sus objetivos de aprendizaje.

Por otro lado, es importante saber la conceptualización del concepto de Competencia para un mejor entendimiento de las competencias y subcompetencias de MM. Desde la definición de Frey ((1999), citado en Jäger (2001)), una competencia "es la capacidad de una persona… de verificar y juzgar personalmente la corrección fáctica con respecto a la adecuación de enunciados y tareas, respectivamente, para transferirlos a la acción" (traducción personal). Luis Rico (2006), conceptualiza una competencia para la Matemática desde el estudio PISA, declarando que la competencia matemática es: "…la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano". Para Niss (2004, p.120) una competencia matemática es la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar matemática en una variedad de intra y extra contextos matemáticos y situaciones en las cuales la matemática juega o podría jugar un rol (citado de Maaß (2006)). Niss acepta la fuerza de un ambiente matemático puro, en el cual se incluyan habilidades y destrezas, junto con la voluntad para ponerlas en acción desde evidencias cognitivas o de hechos. Para Rico, una competencia es desarrollada en su plenitud en la vida individual de ciudadano, además de tener mayor cercanía con la definición de Frey, ya que los hechos pueden ser mejor observados en la vida cotidiana, aceptando que los fundamentos teóricos de la resolución de una tarea son de un ambiente matemático. Necesariamente, la Modelación Matemática posee características cognitivas que trascienden de elementos fácticos y que son desarrollados en ambientes tanto matemáticos como del cotidiano, en donde no son suficientemente abordados por los conceptos de competencia y competencia matemática de Frey y Rico respectivamente; no así en la definición de Niss, ya que existe una valoración en cuanto a las actividades que son realizadas en un ambiente puramente matemático.

Para Maaß (2006), las competencias de modelación incluyen destrezas y habilidades para realizar procesos de modelación apropiadamente y orientado a objetivos, así como la voluntad de poner éstos en acción. Desde esta forma, es posible considerar las competencias y subcompetencias de modelación que definen Blum & Kaiser (1997, p.9):

1. Competencias relacionadas a comprender el problema real y la creación de un modelo basado en la realidad.
   a) Hacer supuestos para el problema y simplificar la situación.
   b) Reconocer cantidades que influencian a la situación, nombrarlas e identificarlas como variables claves.
   c) Construir relaciones entre las variables.
   d) Mirar información disponible y diferenciar entre información relevante e irrelevante.
2. Competencia para construir un modelo matemático desde el modelo real.
   a) Matematizar cantidades relevantes y sus relaciones.
   b) Simplificar cantidades relevantes y sus relaciones si es necesario y reducir su número y complejidad.
   c) Escoger apropiadamente notaciones matemáticas y representar situaciones gráficamente.
3. Competencia para resolver preguntas matemáticas con este modelo matemático.
   a) Uso de estrategias heurísticas tal como división del problema en partes, establecer relaciones a problemas similares o análogos, reformulación del problema, viendo el problema de una forma diferente, variando las cantidades o los datos de las variables, etc.
   b) Uso del conocimiento matemático para resolver el problema.
4. Competencia para interpretar el resultado matemático en una situación real.
   a) Interpretar resultados matemáticos en contextos extramatemáticos.

b) Generalizar situaciones que fueron desarrolladas para una situación especial.

c) Ver soluciones a un problema usando lenguaje matemático apropiado y/o comunicar sobre las soluciones.

5. Competencia para validar la solución.

a) Reflexionar y chequear críticamente en las soluciones encontradas.

b) Revisar algunas partes del modelo o ir de nuevo a través del proceso de modelación si las soluciones no encajan en la situación.

c) Reflexionar el problema bajo otras rutas de modelación o si las soluciones pueden ser desarrolladas de forma distinta.

d) Generalizar las preguntas del modelo.

Es posible relacionar la gran mayoría de las competencias y subcompetencias con las descripciones de las diversas fases y transiciones que describen el ciclo de modelación Blum-Borromeo.

Dentro de los múltiples problemas al incluir en aulas tareas de modelación es la evaluación. De aquí, Ikeda & Stephens (1998, p.27) dan un set de preguntas para analizar la valoración de los logros de los estudiantes (citados en Maaß (2006, p. 117)): ¿El estudiante identificó el foco matemático clave del problema? ¿Las variables relevantes fueron correctamente identificadas? ¿El estudiante idealizó o simplificó las condiciones y supuestos? ¿El estudiante identificó una variable principal para analizar? ¿El estudiante analiza satisfactoriamente la variable principal y llega a conclusiones matemáticas apropiadas? ¿El estudiante interpreta conclusiones matemáticas en términos de la presente situación modelada?.

Se pretende abordar transversalmente todos los elementos teóricos, para así, determinar una correlación teórica y práctica de los diseños propuestos y los que serán creados en el laboratorio.

Método

El laboratorio estará compuesto de tres sesiones, las cuales estarán adecuadamente articuladas para abordar los respectivos objetivos del laboratorio, que son:

1. Lograr cierta adquisición del estado del arte desde el marco conceptual presentado de la Modelación Matemática a los presentes.
2. Creación de tareas de modelación.

En la primera sesión, se pretende generar una inducción teórica de la Modelación Matemática a través de ejemplos que brindan diseños publicados en editoriales de alto impacto en el área (nos referimos, por ejemplo a CERME, ICTMA, ICMI). Para ello, se propone mostrar múltiples diseños publicados en conjunto con elementos teóricos, por ejemplo, diversos ciclos de modelación, su funcionamiento, perspectivas de modelación. Finalmente, en la última media hora, se propondrá una tarea de modelación, en donde el público reunido en grupos de no mas de 4 personas deberán resolver la tarea, pudiendo ser el diseño 2 o el diseño 4, dependerá de las características que los grupos pretendan fortalecer en una tarea de Modelación Matemática.

En la segunda sesión, se pretende retomar los aspectos teóricos trabajados en la sesión anterior, pero esta vez, se incluirán las competencias de Modelación Matemática, se pretende que los participantes destaquen distintas complejidades en una tarea de modelación, relacionen éstas a competencias y conozcan estrategias de cómo abordarlas. Se espera en esta sesión clarificar con mayor fuerza y cierta madurez, los contenidos vistos en la sesión anterior, tanto a través de ejemplos que tenga el equipo del laboratorio, como los propuestos por ellos.

La tercera sesión es muy significativa para el desarrollo del laboratorio, ya que las creencias de los docentes hacia la creación de tareas de modelación son dirigidas a su complejidad e incluso imposibilidad. Sin embargo, este equipo de laboratorio propone ir en contra de esta creencia, basándonos en experiencias de similares características realizadas por nosotros (Reunión de la Sociedad Chilena de Educación Matemática el año 2014 y experiencias de seminarios de modelación matemática en la formación inicial de profesores en dos universidades chilenas) con exitosos resultados. Para la tercera sesión, cada grupo de trabajo deberá realizar una tarea de modelación en donde se incluyan características teóricas.

Diseños didácticos

Lo que se presentará a continuación, son solamente algunos de los diseños que se utilizarán en el laboratorio, los que vienen desde fundamentos teóricos, otros con modificaciones de trabajos clásicos en la literatura de modelación científica y otros que son creación del trabajo de los autores del laboratorio.

Diseño 1:

El diseño mostrado a continuación, está documentado en Morales et al (2012), el que muestra un uso de información en un ambiente de formación inicial de profesores de matemáticas, en donde el sentido que se adquiere es a través del rol del tiempo. Esto sugiere que estamos frente a un proceso de modelación en el cual se está generando conocimiento (Morales et al, 2012).

Considere la siguiente tabla; los datos que aparecen allí representan un determinado fenómeno físico. Responda al siguiente planteamiento: usando los datos que la tabla proporciona, realice un estudio de manera que nos permita entender el fenómeno físico que está ocurriendo.

Columna 1	Columna 2	Columna 3
3	215,513	369,7725
4	234,904	349,066
5	254,295	331,6425
6	273,686	317,502
7	293,077	306,6445

8	312,468	299,07
9	331,859	294,7785
10	351,25	293,77
11	370,641	296,0445
12	390,032	301,602
13	409,423	310,4425
14	428,814	322,566
15	448,205	337,9725
16	467,596	356,662
17	486,987	378,6345
18	506,378	403,89

Diseño 2:

Este diseño es una variación del trabajo de Blum y Borromeo-Ferri (2009), el que puede ser caracterizado desde perspectivas y competencias de modelación específicas, las cuales se discutirán en el laboratorio. Además, esta actividad ejemplificará posicionamientos teóricos hacia si un enfoque cognitivo es una perspectiva, o bien, una metaperspectiva, como propone Blomhoj (2009). Es de interés de los autores de este documento "levantar" una segunda metaperspectiva, de tal forma que aborde de manera transversal las ya existentes (sin considerar a la cognitiva).

Imagina que un "ula-ula", además de jugar con él, puede ser el anillo de un gigante… ¿cuál es el número que calza de zapato el gigante?

Diseño 3:

Este diseño es una creación del trabajo de los autores. Se pretende utilizar en el laboratorio para generar distinciones entre los tipos de tareas que el profesor puede crear y/o utilizar en sus prácticas. Al igual que los otros dos diseños, se realizará un análisis desde las múltiples perspectivas y competencias que pueden fomentar.

El Puente de las Artes, es curiosamente conocido, ya que los enamorados ponen un candado en él, representado su amor eterno. Actualmente, el municipio parisino (junio 1º de 2015) ha sacado muchos candados, ya que se transformó en un peligro para el puente. Pero… ¿cómo determinar cuantos candados se pueden poner en un puente? ¿Cuántos candados pueden ser puestos en un puente peatonal? Explica.

Diseño 4:

Este diseño es una creación del trabajo de los autores. Esta tarea posee una gran diferencia con respecto a las otras tres, por lo que será fecunda en la discusión que se pretende generar en el laboratorio:

Según un estudio realizado en marzo de 2012 se estima que la población total canina en Chile es 3 millones aproximadamente y que el 25% de estos está en situación de abandono, siendo una de las principales causas la falta de control de la reproducción de ellos mismos. Suponiendo que del total de caninos en situación de abandono, un 15% son caninas en edad de procrear, además se sabe que una canina da a luz cada 6 meses y que además tienen en promedio tres crías nacidas vivas, pudiendo estas, comenzar a procrear desde el año de edad.

1. ¿Cuántos perros se encuentran en situación de calle luego del primer año de estudio?
2. ¿Cuántos perros se encuentran en situación de calle en la actualidad? Suponiendo que cada año el total de hembras nacidas vivas es un 54%.
3. Si no se da una solución a esta problemática, ¿cuanto será aproximadamente la población canina para el mes de diciembre del 2020?
4. ¿Qué tipo de solución propondrías para esta situación? ¿Cómo afectaría en el comportamiento de la población? Explique con sus "lentes matemáticos".

El conjunto de diseños pretende mostrar la diversidad y el uso de constructos teóricos, similitudes y diferencias entre los diseños. A modo de ejemplo, el último diseño es bastante dirigido, generando problemáticas al modelador que intentan predecir fenómenos desde ciertos supuestos, tanto dados como creados por el modelador. No así en el diseño 2, ya que éste no pretende predecir, sino normalizar un fenómeno a partir de –nuevamentesupuestos dados y creados. Es documentado que desde las perspectivas de modelación (Kaiser y Sriraman, 2006), tal modelo corresponde a una perspectiva cognitiva. Sin embargo, el diseño 4 estaría mas cercano a la perspectiva socio-crítica.

El diseño 1 propone una tabulación de datos, en donde se espera que el modelador haga uso de gráficas para lograr la construcción del conocimiento matemático. Morales et al (2012) documentan que este tipo de construcción (desde la Teoría Socioepistemológica), proviniendo de un fenómeno físico, siendo lo planteado el diseño de aprendizaje de ese estudio.

El diseño 3 pretende llevar a cabo distinciones entre las perspectivas de modelación, ya que los matices de la perspectiva pragmática son evidenciables y diferenciables de los demás diseños propuestos. Además, cada uno de los diseños fomenta competencias de modelación (Blum y Kaiser, 1997) , distinguiéndose de competencias a querer promover.

Por otro lado, ciertos ciclos de modelación parecieran ser mas claros al describir cada uno de los diseños.

Referencias bibliográficas

Artigue M. (1995): La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos, en Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (eds.) Ingeniería didáctica en educación matemática, Grupo Editorial Iberoamérica: México, pp. 97-140.

Barbosa, J. C. (2003). What is mathematical modelling? In S. J. Lamon, W. A. Parder &. K. Houston (Eds.), Mathematical modelling: a way of life (pp. 227-234). Chichester: Ellis Horwood.

Blomhøj M. (2008). *Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling - Categorising the TSG21 papers*. ICME 11. 1-13.

Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications and Links to other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. In: Educational Studies in Mathematics, 22, No. 1, p. 37-68.

Blum, W. y Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.

Blum, W. y Leiß, D. (2007). “Filling Up”- the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In: Bosch, Marianna (Ed.): CERME 4 – Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 1623-1633.

Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt?. Journal of Mathematical Modelling and Application 1(1), 45-5.Blomhøj & Jensen, (2006) Teaching mathematical modelling through project work. ZDM Vol. 38 (2).

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 38, 2, 86-95.

Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of Mahtematical Thinking Style son learners’ modeling behavior. *J. Math Didakt* 31, 99-118.

Borromeo-Ferri, R. (2014). Mathematical Modeling - The Teachers Responsibility. In Sanfratello, A.; Dickmann, B. (Eds.). Proceedings of Conference on Mathematical Modeling Teachers College of Columbia University, NYC, p. 26-31.

Jäger, R. (2001). Von der Beobachtung zur Notengebung. Ein Lehrbuch. Landau: Verlag Empirische Pädagogik.

Kaiser G. y Sriraman B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling

in mathematics education. ZDM 38 (3). 302-310.

Kaiser G., Blum W., Borromeo-Ferri R. And Stillman G. (2011). Trends in teaching and learning of mathematical modelling ICTMA 14. New York: Springer.

Maaß K. (2006). What are modelling competences?. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik Vol.38 (2) 113-142.

MINEDUC. (2012). Curriculum en línea. Recuperado el 5 de mayo de 2015, de http://www.curriculumenlineamineduc.cl/605/w3-propertyvalue-49395.html

Morales, A., Mena, J., Vera, F. y Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos fisicos. Enseñanza de las Ciencias. 30(3), 237-25.

Morales, A., Cordero, F. (2014). La graficacion-modelación y la Sere de Taylor. Una Socioepistemología del Cálculo. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17(3), 319-345.

Moreno y Azcárate (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de Matemáticas acerca de las Ecuaciones Diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265-280.

Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project. In A. Gagtsis & Papastavridis (eds): 3rd Mediterranean Conference on mathematical education, 3-5 January 2003, Athens, Greece. (pp. 115-124). Athens: The Hellenic mathematical society, 2003.

OECD/UNESCO Institute for Statistics (2003), *Literacy Skills for the World of Tomorrow: Further Results from PISA 2000, PISA*. OECD Publishing: Paris.

OECD (2014), *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014), PISA*. OECD Publishing. Doi: 10.1787/9789264201118-en

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. PNA, 1(2), 47-66.

Robins, G. y Shute, C. (1987). The Rhind mathematical papyrus. An ancient Egypcian text. British Museum Publications, London.

Autores

Jaime Huincahue Arcos; UPLA. Chile; jaime.huincahue@upla.cl
Astrid Morales Soto; UPLA. Chile; astrid.morales@pucv.cl

Jaime Mena Lorca; PUCV. Chile; jaime.mena@pucv.cl