MODELACIÓN MATEMÁTICA Y LA MATEMÁTICA DE UN INVESTIGADOR EN CIENCIAS: EN POS DE LA INNOVACIÓN Y DE LA TRANSDISCIPLINA

Astrid Morales, Jaime Mena-Lorca, Alexis González

Resumen

La fortaleza y la valoración de la matemática en las ciencias (y en otras disciplinas) consiste en que ella nos permite, mediante la modelación matemática, abordar y entender problemáticas propias de las disciplina. Así, el desarrollo de las ciencias ha creado y se ha apoyado en una gran variedad de modelos matemáticos que le son funcionales. El avance de la investigación presenta la matemática de un investigador que le permite por un lado desarrollar su ciencia y por otro la matemática que necesita para enseñar su disciplina.

Palabras Claves: Modelación matemática, conocimiento matemático, conocimiento funcional

Introducción

Si analizamos los currículos de las carreras basales de formación de científicos en Chile, esto es, las licenciaturas en Biología, Química, Física, Bioquímicos y similares, comprobamos que todos estos contienen cursos de matemáticas en cuyos programas se encuentran los contenidos típicos de pre cálculo, cálculo diferencial y cálculo integral, aumentando los contenidos matemáticos en Física.

Un implícito de estos programas de ciencias es que cuando los estudiantes estén cursando las asignaturas no matemáticas necesitarán recurrir de los conocimientos de matemática, el otro es que además requieren -en su formación- lograr las habilidades y competencias que se desarrollan con la matemática. La evidencia, por el contrario, muestra que hay una distancia enorme entre la matemática que se enseña y la matemática que es requerida en ciencias disciplinares tales como las aludidas.

En el caso de la Enseñanza Media y Básica en Chile, la prueba internacional PISA es una evidencia concretade que estas habilidades y/o competencias no se logran.PISA usa (y evalúa) el concepto de cultura matemática para referirse a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar efectivamente la formulación, solución e interpretación de problemas en una variedad de situaciones que involucran conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o matemáticos” (OCDE, 2007, p.51).

El esfuerzo que se puede hacer para aminorar esta brecha necesita de un cambiode enfoque. Chile, el Ministerio de Educación, lo están haciendo y tratando de girar hacia las metodologías de “resolución de problemas” y también fomentando la modelación matemática.

En el caso de las licenciaturas en ciencias, hay también una tendencia a fomentar la modelación y aumentar los problemas de aplicaciones, de manera deatender a las necesidades de nuestra sociedad, la cual requiere de personas más competentes tanto en sus profesiones cuanto como ciudadanos.

En relación a la enseñanza de la matemática a nivel superior, en particular en los cursos iniciales, las investigaciones dan evidencia de la poca comprensión y la no articulación de los contenidos matemáticos que se enseñan (Artigue, 1995), en consecuencia, los alumnos que estudian tales cursos no están en condiciones deresponder preguntas que tengan cierto grado de complejidad.

Por otro lado, Moreno y Azcárate (2003) afirman que el profesor tiende a mantenerse en su papel tradicional, que la clasemagistral sigue siendo el principal medio de enseñanza*, "…y se potencian los aprendizajes memorísticos y mecanicistas alejados del deseado aprendizaje significativo"*.(p. 266). En relación al Cálculo, Artigue (1995) afirma que existe gran dificultad en lograr que los estudiantes muestren una comprensión satisfactoria de sus conceptos y métodos, y que la enseñanza tradicional se limita al aprendizaje de prácticas algorítmicas y algebraicas que son a la vez centro de la evaluación.

La fuerte tendencia que hubo en Latinoamérica en relación a introducir las ideas de desarrollo de competencias en los programas de formación profesional, no tocó a la forma de enseñar la matemática. En los programas de los cursos de matemáticas o bien simplemente no hubo, o, si los hubo, no se contaba con los docentes que pudieran abordar esta tarea y así poder cambiar la forma de fomentarel desarrollo de competencias matemáticas (usando TIC y la modelación matemática por ejemplo).

Nuestras investigaciones muestran que con el uso de software apropiadosse puede minimizar procesos operatorios o simplemente transferir esto a software con el propósito de dejar más tiempo al análisis de los objetos de estudio; estos objetos pueden complejizarse simplemente por la capacidad mayor que tienen los programas para realizar operaciones y gráficas que indican los comportamientos y las posibles soluciones a los problemas abordados.

Una pregunta pertinente,entonces no es solo qué contenidos pasar sino también que tipo de problemas se abordarían en los cursos de matemáticas de las carreras de licenciatura. La respuesta finalmente debe considerar qué modelos matemáticos son más utilizados en las disciplinas científicas, en qué forma son requeridos y el rol que cumplenen la disciplina en cuestión.

Teniendo la información anterior podemos dar, desde la enseñanza de la matemática, la base para que nuevas generaciones con tendencia a la transdisciplinariedad o con habilidades para estudiar situaciones complejas mediante el uso de TIC cuenten con gran capacidad de análisis y movilidad en el entendimiento de modelos que usan distintas disciplinas.

La matemática tiene esa propiedad y esa es su gran fortaleza, pero el problema es que, en el sentido clásico, debemos estudiar mucha matemática y posteriormente debemos estudiar muchos modelos para darle significados a esa matemática estudiada. Eso hace que un licenciado (y pasa en los colegios también) debe estudiar un montón de matemática porque le va a ser requerida en el estudio de su disciplina. Pero frente a esto surgen preguntas por ejemplo, ¿cómo va a ser requerida? ¿Haciendo operatoria algebraica de expresiones del mundo de la matemática sin significados? ¿Con el teorema A o B o C? ¿Con límites?, una alternativa frente a estas interrogantes es entender cualitativamente gráficas de funciones simples o bien complejas que no podrían abordar con el mero manejo operatorio.

Lo pertinente sería hacer programas de licenciaturas en ciencias con cursos de matemáticas que estudiarán modelos utilizados en las ciencias en la dimensión que son utilizados y así abordar la matemática que se requiere en el estudio (lo cual, de paso, valora la matemática). Este estudio se optimiza de acuerdo a los recursos de software existente. Reconociendo de esta forma que hay procesos que antes hacía el hombre y que ahora se puede alojar en un PC y además aprovechar la multiplicidad de gráficos y comparaciones que puede realizar un software de acuerdo a los requerimientos del usuario (por ejemplo soluciones de ecuaciones diferenciales, estudio de puntos de equilibrios).

Marco Teórico

La perspectiva teórica que da sustento a esta investigación es la Sociepistemología, que es la que más se ajusta al tipo de estudio que aquí se realiza. Como señala Cantoral (2013), la Socioepistemología es un marco teórico sistémico que permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple -epistemológica, social, didáctica y cognitiva- permite concebir la matemática no como un saber fijo y preestablecido, sino como un conocimiento con significados propios que se construyen y reconstruyen en el contexto mismo de la actividad que realiza el hombre. Es un enfoque teórico que intenta explicar la realidad a través de la matemática, permitiendo transformarla.

Desde este enfoque, consideramos que el conocimiento se construye en la actividad realizada por los estudiantes, frente a una situación que problematice el saber y permita una “construcción de significados compartidos” por el grupo (Cantoral, 2013, p25). Asimismo, se identifican ciertas prácticas, tales como medir, predecir, modelar y convenir, entre otras, que son aceptadas por la comunidad, pues contribuyen y juegan un rol importante en la construcción de conocimiento matemático. (Cantoral, 2013, p 62).

Esta perspectiva teórica contiene una mirada crítica al discurso matemático escolar (dME), entendiendo este como la manifestación del conocimiento matemático normado por creencias de los actores del sistema didáctico acerca de lo que es la matemática y su enseñanza; y nos invita a realizar un rediseño del dME; la tarea es estudiar cómo lograr esto de la forma más adecuada. La Socioepistemología, a través de sus constructos e investigaciones, busca posicionar en el dME una matemática funcional, es decir, una que esté incorporada orgánicamente; un conocimiento que lo transforme y que transforme su realidad. Para ello se deben identificar los elementos que permitan desarrollar la funcionalidad de la matemática; se pretende establecer el modo de concretar estrategias para que el estudiante logre construir.

Si el sistema educativo avanza desde la concepción utilitariaa la funcional, se logra que el estudiante valore socialmente el conocimiento matemático (Cordero, 2006, 2010). Por esta razón, algunas de las categorías que emplearemos en la preparación de las situaciones que utilizaremos son la modelación, la predicción y la graficación, que han sido investigadas en la perspectiva socioepistemológica y que dan cuenta de que construyen conocimiento.

Compartimos lo que afirma Cordero (en prensa (a)) respecto al no diálogo entre la matemática escolar y el cotidiano. La matemática escolar también debe sistematizar explicaciones sobre *"lo matemático"*, es decir, la manera en que se expresa y vive el conocimiento matemático en diferentes escenarios del conocimiento y plasmado en sus practicas del día a día, es decir, el *cotidiano con adjetivo* (Cordero, en prensa (a)).

Entendemos la necesidad de poner nuestro foco de atención en esta problemática puesto que en el cotidiano existe matemática a nivel funcional. Es en las comunidades de conocimiento donde podemos obtener evidencia de esto y traer elementos para aportar al rediseño del discurso matemático escolar. En particular, atender el aspecto de la graficación y la argumentación gráfica como un elemento conector (de lenguaje) entre las disciplinas que construyen conocimiento y que puede ser llevado a la matemática escolar para obtener un mejor estatus. De esta manera se puede colaborar en aquel diálogo entre la matemática escolar y el cotidiano, muy necesario en estos tiempos en que los estudiantes están inmersos en otro paradigma.

En relación a la modelación matemática existen varias aproximaciones. Hay una visión de modelación en los trabajos de Borromeo (2006), Blum y Borromeo (2009) que contrasta significativamente con la concepción de modelación de los trabajos de Cordero (2006) y Morales, Mena, Vera & Rivera (2012), por ejemplo, lo mismo ocurre con la concepción de matemática y de argumentación gráfica dadas en los trabajos de Morales et al (2012), Cordero et al (2010), Cordero (2006), Morales y Cordero (2014) que difieren de la idea de la matemática y así de las gráficas utilizadas en los trabajos de Borromeo (2006, 2009) y Artigue (1995) por ejemplo.

La postura que adoptamos bajo el alero de la Socioepistemología es que el proceso de modelación ayuda a construir –por primera vez– algún o algunos objetos matemáticos, y por lo tanto ese objeto matemático queda resignificado en una situación específica, de esta forma el conocimiento matemático es *funcional*.

La Socioepistemología considera que la matemática no preexiste y que el ser humano la construye en cuanto le es funcional.

Una creencia frecuente es que la modelación es una aplicación de la matemática; sin embargo, en general, cuando se crean modelos y se enfrenta a su desarrollo teórico, muchas veces no se dispone de la matemática que se requiere, y debe desarrollársela para poder avanzar; tenemos muchos ejemplos de esto en el desarrollo de las ciencias, especialmente en la física. Dado que muchos modelos ya existen y la matemática se ha depurado y desarrollado más allá de haber sido inicialmente parte de un modelo, la presentación de esa matemática actual ha borrado los significados y la funcionalidad; en efecto, ella ahora se presenta como algo que obedece a la propia Matemática y no a un conocimiento que ayudó a abordar y/o resolver una problemática. Así, lo que proyecta la enseñanza es que primero "se creó" la matemática y después esta se aplicó. Esta creencia, llevada a la enseñanza de la modelación o a usar los modelos como vehículo para fortalecer la enseñanza de la matemática conlleva a primero enseñar matemáticas y a buscar después la aplicación de tal conocimiento. Contrariamente a tal idea, postulamos –a nivel de gráficos, por ejemplo (cf. Morales et al 2012)– que la modelación es, en sí misma, una construcción de conocimiento matemático.

Las evidencias que indican que la modelación es importante en la enseñanza de la matemática han logrado poner este tema en los grupos de discusión de CERME, ICME, PME, ICTMA y en las últimas cinco RELME. La mayoría de los artículos en educación matemática o didáctica de la matemática relativos a modelación, en forma implícita presentan una crítica a la forma de enseñar, indicando que esta no logra en los estudiantes habilidades que les permitan abordar los procesos de modelación que les son requeridos en otras áreas (Cf. Arrieta 2003; Cordero 2006; Aravena, Caamaño y Giménez, 2008).

Lamentablemente, del proceso de modelación matemática realizado por los científicos en su momento, en la actualidad solo se muestra el producto, el modelo matemático, y las ideas que sustentan este modelo han desaparecido, sólo quedan expresiones matemáticas sin significado.

Por otra parte, los avances en tecnología han permitido que los estudiantes, mediante sensores y graficadores, lleguen más rápidamente a las puertas de enfrentar lo que los científicos tuvieron que dilucidar con menos herramientas. Lo importante en este caso es utilizar adecuadamente estos artefactos, ya que ellos podrían ser distorsionadores e inducir a errores (Trouche, 2002). Situación similar se produce con la gran cantidad de información que hay en la Web, parte de la cual incluso justifica los modelos en forma equivocada para transformarlos solo en una aplicación de la matemática.

Para evitar lo anterior, en nuestro proyecto contamos con expertos de otras disciplinas que le darán a las situaciones los significados propios de su ámbito.

Hemos visto (Morales, Mena, Vera & Rivera, 2012) en un proceso de modelación que usa tecnología, el rol de las gráficas y cómo otras representaciones y argumentos en torno a ellas jugaron un papel gravitante para lograr un modelo matemático. Creemos necesario estudiar estos elementos con mayor profundidad, elementos que la generalidad de los profesores de matemática no reconoce, no promueve y naturalmente no considera en las evaluaciones de sus cursos. Una de las razones para esto es que la "lógica" argumentativa y la simbología que utiliza el alumno en la construcción del conocimiento (y/o modelo) no se ciñe necesariamente a la estructura matemática (Crespo, 2010). Estudios de este tipo los podemos ver en Morales et al. (2012) y Borromeo (2006, 2009).

La concepción de modelación en Socioepistemología cuestiona qué se entiende por conocimientomatemático y por lo tanto cuestiona también el producto final que se busca, el modelo matemático; esto hace una gran diferencia entre las diferentes posturas, ya que por ejemplo, el proceso de Matematización del ciclo de Blum (2009) tiene que ver naturalmente con qué es aquello que llamamos matemática.

Método

Como parte de nuestro proyecto de modelación matemática, requeríamos trabajar con investigadores en las distintas disciplinas a los cuales los situamos en su rol de docentes de la disciplina que investiga; trabajando con modelos matemáticos que les son funcionales y que ocupan en su docencia. Varias sesiones de trabajos fueron grabadas y posteriormente analizadas por otro investigador del grupo, el que caracterizó el uso de la matemática en la enseñanza de la ciencia de especialidad del científico.

También se analizó el uso de la matemática en los trabajos de investigación del área. Para esto último se analizan los textos de Bioquímica que a juicio del investigador especialista los denomina como texto "más matemáticos" del área.

De esta forma por un lado logramos captar la matemática y la modelación en dos dimensiones o usos: como necesaria para enseñar y como necesaria para sustentar las investigaciones y la divulgación de resultados entre los pares.

Presentaremos ahora los resultados de un estudio de casos, el de un bioquímico, en el área de fisiología.

El texto estudiado fue facilitado y sugerido porun especialista como soporte de la enseñanza, es uno texto que relaciona la matemática con la fisiología, nos centramos en el problema de la autorregulación.

Las expresiones matemáticas por si mismas no nos dan cuenta de su uso y menos de su construcción, de manera que el analisis de video y libro fueronanalizadosde acuerdo a la perspectiva Sociepistemológica. El análisis apriori nos permite caracterizar y clasificar las frases y desarrollos expresados en los videos como indicadores de construcción. Así como la argumentación gráfica evidenciada.

Podemos manifestar que este sería un estudio de caso, del cual usamos entrevistas que fueron grabadas y analisis de texto del especialista.

Conclusiones

La primera conclusión es que el marco teórico, la Socioepsitemología, nos permite dar cuenta de la matemática que desarrollan distintas comunidades, en este caso los Bioquímicos.

La segunda es que nuevamente hemos logrado evidenciar que la argumentación gráfica construye conocimiento. Lo interesante de este caso que se puede separar claramente lo que es construcción matemática y la construcción de conocimiento disciplinar de fisiología.

Otro aspecto interesante el uso de las gráficas en términos cualitativos, sin necesidad de recurrir a las expresiones algebraicas típicas.

El manejo gráfico del fisiólogo era de varias variables expresado solo en el plano. Las variaciones de la función estudiadas eran expresadas de distintas maneras con variables que no estaban indicadas en el gráfico bidimensional

Con las propiedades anatómicas y dependencia de los organismos involucrados se levantan nuevas gráficas dependiente de la original que dan cuenta del procesos fisiológicos acoplados

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado parcialmente por FONDECYT1151093

Referencias Bibliográficas

Aravena, M., Caamaño, C., Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista*

Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, *11*(1), 49-92.

Arrieta Vera, J. L. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula* . (Tesis doctoral no publicada). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, Distrito Federal, México.

Artigue, M. (1995). *La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y Didácticos: Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamericano.

Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *38*(2), 86-95.

Blum, W.; Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application 1*(1), 45-5.

Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *9*(4), 83-102. Número Especial

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona, España. Editorial Gedisa.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matemática. *La Matemática e la sua Didattica*, *20*(1), 59-79.

Cordero, F.; Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: Una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(2), 187-214.

Crespo, C.; Farfán, R.; Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(3), 129-158.

Cordero, F. (en prensa (a)). *Modelación, funcionalidad y multidisciplinareidad: el eslabón de la matemática y el cotidiano*. En J. Arrieta y L. Díaz (Eds.). Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa. Barcelona. España: Editorial Gedisa

Gómez Osalde, K. M. (2015). *El fenómeno de opacidad y la socialización del conocimineto. Lo matemático de la Ingeniería Agrónoma*.(Tesis doctoral no publicada). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, Distrito Federal, México

Morales, A., Mena, J., Vera, F., Rivera, R. (2012). El rol del tiempo en un proceso de modelación utilizando videos de experimentos fisicos. *Enseñanza de las Ciencias Revista de Investigación y experiencias didácticas. 30*(3), 237-25.

Morales, A. y Cordero, F. (2014). La Graficación-Modelación y la Serie de Taylor. Una Socioepistemología del Cálculo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *17*(3), 319-354.

Moreno, M., Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Enseñanza de las Ciencias 21*(2), 265-280

OECD (2007). PISA 2006 – Science Competencies for Tomorrow's World, vol 1&2 . Paris: OECD

Organisation for Economic Co-operation and Development [OCDE] (2007). PISA 2006: Science

Competencies for Tomorrow´sWorld Executive Summary , 55. Retrieved October 13, 2008, from

http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/15/13/39725224.pdf.

Trouche, L. (2002). *Une approche instrumentale de l'apprentissage des mathématiques dans des*

environnements de calculatrice symbolique. En D. Guin et L. Trouche (Eds.). Calculatrices Symboliques. Transformer un outil du travail informatique : un problème didactique (pp.187-214). Grenoble, France: La Pensée Sauvage.

Autores

Astrid Morales; PUCV. Chile; ammorale@pucv.cl
Jaime Mena-Lorca: PUCV. Chile; jmena@pucv.cl
Alexis González; PUCV. Chile; alexisgonzalezparra@gmail.com