

# SEMINARIO DE INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA: UN EJEMPLO EN EDUCACIÓN BÁSICA

*Catalina Navarro Sandoval, Judith Hernández Sánchez*

## **Resumen**

La Matemática Educativa tiene como objeto de estudio los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática escolar, ampliando en la actualidad su interés a escenarios no escolares. Lo anterior muestra sólo una parte de su desarrollo para alcanzar su reconocimiento como disciplina científica. De ahí la importancia de promover la investigación al seno de la misma. En el presente escrito, a través de un ejemplo, enfatizamos algunos elementos, relevantes al realizar una investigación en Matemática Educativa. Tomando en cuenta que la regionalidad le imprime a la investigación cierta identidad, se ha propuesto dar una breve descripción del desarrollo histórico y surgimiento de la Matemática Educativa; dando un énfasis especial a su origen como disciplina y campo académico en México. De esta manera, los intereses y alcances de la disciplina han ido creciendo promoviendo un nivel de consolidación esperado por todos aquellos que conformamos la comunidad de matemáticos educativos en México.

**Palabras Clave:** Matemática Educativa, elementos de la investigación, surgimiento y desarrollo.

## **Introducción**

La Escuela de Invierno en Matemática Educativa (EIME) se considera uno de los principales eventos académicos del área en México; por lo cual los deseos por compartir y proponer agendas de trabajo en torno a la disciplina nos conjunta cada año. En cada EIME se suman nuevos interesados en conocer y formarse dentro de la Matemática Educativa (ME). Por esta razón, los esfuerzos por contar con espacios que involucren aspectos básicos en este campo académico no pierden pertinencia. Este es el caso del Seminario de Introducción a la ME, donde se plantea establecer las bases para entender lo que podría ser *investigar en ME*. Ahora, tomando en cuenta la evolución de las problemáticas y las formas de abordarlas permite que el seminario se enriquezca en cada edición de la EIME. Es así como este espacio, sin perder su intencionalidad, se adapta año con año con base en los avances, desarrollo y nuevas expectativas de la disciplina.

Por tal razón, el seminario se centra en el surgimiento de la disciplina y su creciente pertinencia, además de abordar el desarrollo y los cambios que ha sufrido ésta. Esto permite identificar la evolución de las problemáticas y las formas de abordarlas; lo que incide directamente en la forma de hacer investigación en la ME. De esta manera se propone abordar y discutir con un ejemplo aquellos elementos que se consideran primordiales en el desarrollo de una investigación en ME.

## **Aspectos históricos de la ME y su surgimiento en México**

Algunos datos históricos sobre el desarrollo y surgimiento de la Matemática Educativa pueden ser consultados en: Artigue (2004), Cantoral (1996), Cantoral (2013), Cantoral y Farfán (2003), D'Amore (2000), Filloy (1981), Freudenthal (1981), Gálvez (2002), Gascón (1998), Gascón (2013), Godino (2006), Godino (2010), Hernández (2014), Hitt (1997), Imaz (1987), Kilpatrick (1992), Kilpatrick (1994), Maldonado y Navarro (2014), Moreno (1995), Nieto, Viramontes y López (2009), Niss (1999), Puig (1998), Rico (2000), Rico (2012), Sierra (2011) y Waldegg (1998). Sin querer, ni poder ser exhaustivas se considera que en estos documentos se puede evidenciar aspectos del surgimiento, desarrollo y evolución de la ME como disciplina. Lo anterior ha dado como resultado la presencia, aparición, transformación y permanencia de ciertos problemas, intereses y objetos de estudio de la ME.

Para el caso de México, la ME surgió a finales de los años setentas. El escenario y situaciones estuvieron marcados por un conjunto de conflictos y necesidades del sistema educativo que tuvieron que subsanarse de manera emergente. Una de estas necesidades era la de contar con materiales que fueran acordes a la nueva reforma educativa del nivel básico (Filloy, 1981 y Hitt, 1997). El apoyo fue solicitado al entonces Departamento de Matemáticas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Esto propició la reflexión de que no bastaba con saber matemáticas para poder atender los problemas de la enseñanza de las matemáticas; lo que suscitó el surgimiento de la Matemática Educativa, nombrada así por el Dr. Carlos Imaz y reconocida como tal a partir de 1975 (Cantoral, 1996).

A partir de 1975 se continúan acciones que posibilitaron que la ME pudiera asentarse como una disciplina emergente en México. Sin embargo, es hasta 1984 que se logra un primer acercamiento masivo a los Profesores de Matemáticas, a través del Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas (PNFAPM). En nuestra opinión el PNFAPM posibilitó la apertura de muchos programas educativos tendientes a la formación inicial y continua de profesionales dedicados a las matemáticas y a su enseñanza. Ahora, el que la ME haya surgido desde un Departamento de Matemáticas, incidió dando un énfasis muy especial al conocimiento matemático. Lo anterior se hace evidente desde el nombre con el que se le determina a la disciplina en nuestro país “Matemática Educativa”.

Otro factor que ha posibilitado la instauración de la ME como disciplina científica son las comunidades que se conforman con un interés común: incidir positivamente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (e-a-m). Estas comunidades académicas han logrado formalizar su existencia y permanencia a través de asociaciones con gran presencia en México y Latinoamérica; en particular nos referimos a la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa (Red de Cimates) y el Comité Latinoamericano en Matemática Educativa (CLAME).

### **Diferentes acepciones de Matemática Educativa**

Los problemas en torno a la e-a-m, existen desde el surgimiento de la propia matemática; sin embargo el reconocer a la ME como disciplina ha tomado algunos años. Para lograrlo se ha tenido que madurar respecto a los significados y alcances que se le pueden atribuir. Esto ha traído consigo un desarrollo en las acepciones evidenciando actualmente una madurez de la ME. Lo anterior ha permitido su reconocimiento como campo académico, lo cual queda

establecido revisando las diferentes perspectivas en torno a lo que se entiende por ME a través de los años. A continuación se presenta parte de esa evolución.

El Dr. Carlos Imaz fue el primer matemático educativo mexicano que intentó explicar lo que se podría entender por ME. “La Matemática Educativa es lo que surge cuando, haciendo cierto tipo de abstracciones, abordamos a la matemática como un problema de comunicación, entendida esta última en su sentido moderno” (Imaz, 1987, p. 267). La intención era clara, tomando en cuenta lo reciente de su surgimiento en nuestro país, estableciendo un primer acercamiento a una disciplina emergente. Esta primera acepción parece cobrar relevancia si tomamos en cuenta el papel epistemológico de la comunicación o el discurso en la construcción del conocimiento matemático (Radford, 2003); dicha interacción discursiva está relacionada desde nuestra perspectiva por las *prácticas sociales y de referencia* (Cantoral, 2013b). Tal vez esta es una de las principales diferencias entre las matemáticas y la ME; la primera se centra en la “razón”, mientras que la segunda en la “comunicación” con ciertas intencionalidades.

Una década después, se realiza un esfuerzo por que la ME alcance un nivel de disciplina científica (Cantoral, 1996, Gascón, 1998, Kilpatrick, 1994 y Rico, Sierra y Castro, 1999; referenciado en Rico 2000). Ahora, está más centrada en describir y entender lo que ocurre en los fenómenos de la e-a-m, que en dotar de herramientas técnicas para la enseñanza. En este sentido se adopta a la enseñanza-aprendizaje como una dupla inseparable ligado al saber matemático. Más aún, es en México donde se logra establecer a la ME como un campo académico. “Es decir la ME es asumida como una disciplina científica conformada por un objeto, objetivos y alcances que a su vez determinan actividades profesionales específicas” (Hernández, 2014, p. 66). Esto establece un escalón más en el desarrollo de la ME, pues se reconoce como un campo profesional, donde se sitúan actividades, intereses y alcances en torno a la e-a-m.

Enseguida se presentan algunos elementos que describen a la ME como campo académico y que fueron tomados de Cantoral (1996), Cantoral y Farfán (2003) y Hernández (2014):

**Objeto de estudio de la ME:** “los procesos de transmisión, adquisición y construcción de los diferentes contenidos matemáticos en situación escolar” (Cantoral, 1996, p. 134).

**Objetivo de la ME:** “describir y explicar los fenómenos relativos a las relaciones entre enseñanza y aprendizaje del saber matemático” (Cantoral, 1996, p. 134).

**Intencionalidad:** “... se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático.” (Cantoral y Farfán, 2003, p. 29)

**Alcance:** “afectar al sistema educativo en un sentido benéfico, a saber, mejorar los métodos y los contenidos de la enseñanza y proponer las condiciones para un funcionamiento estable de los sistemas didácticos...” (Cantoral, 1996, p. 134).

**Profesionales en ME:** Se consideran como profesionales del campo a Investigadores en ME, Profesores de Matemáticas y los Formadores tanto de Profesores de Matemáticas como de Investigadores del campo (Hernández, 2014)

Para resumir parte del surgimiento y desarrollo de la ME se utilizan las tres etapas propuestas en Hernández (2014). La primera relacionada con su surgimiento, donde su existencia se sostenía o justificaba a partir de otras disciplinas. La segunda caracterizada por la urgencia de delimitar su objeto de estudio y creación de teorías específicas del

campo; las cuales marcaron la importancia e independencia de la ME como disciplina. Por último la etapa actual; en ésta se identifica una especie de conformación de personalidades geográficas; marcadas principalmente por los contextos y el impacto sociocultural de cada país o región. Lo anterior ha afectado no sólo en las definiciones que se tienen de la ME sino en sus alcances y dimensiones de estudio, dando una identidad regional a las investigaciones que se realizan. Para visualizar mejor estos cambios en las acepciones y alcances de la ME se presenta la Figura 1.

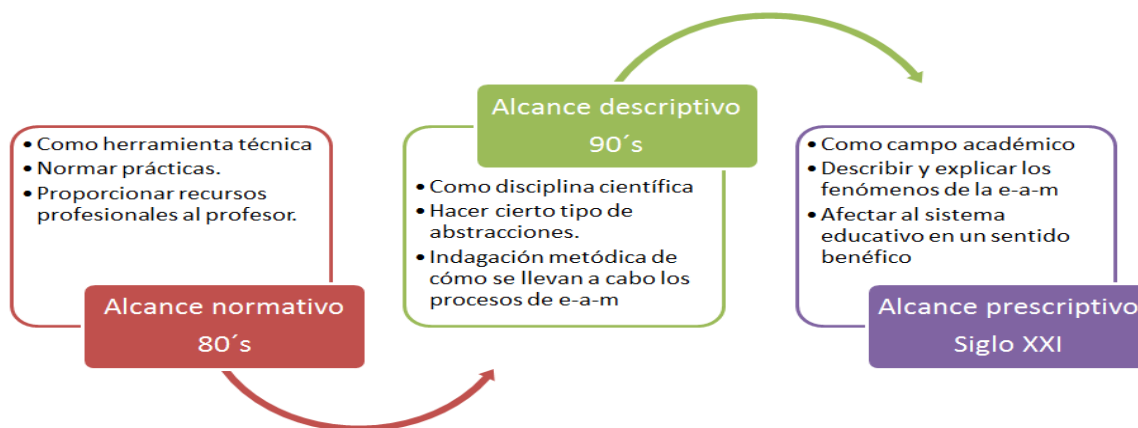


Figura 1. Desarrollo en las acepciones y alcances de la ME como disciplina

Terminaremos esta sección mencionando dos campos de investigación emergentes y que se relacionan fuertemente con las intencionalidades del Seminario de Introducción a la ME. El primero de ellos es la búsqueda de una madurez metodológica; pues si bien existen perspectivas teóricas cuyos métodos son propios, existen otras que están en plena construcción (Sierra, 2011). Otra línea emergente está guiada por la pregunta ¿cómo formar a los futuros investigadores en ME? (English, Jones, Lesh, Tirosh y Bartolini-Busi, 2002 y Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick y Leung, 2003). A continuación se presentan elementos que se consideran importantes al realizar una investigación en ME y que retoman estos dos temas emergentes del campo.

### Elementos a considerar al realizar una investigación en ME

Para iniciar una investigación en ME, es necesario identificar una problemática o problema de interés. Ésta puede ser precisada desde dos dimensiones: documentalmente o mediante la experiencia profesional-académica. En ambos casos se requiere una indagación de documentos o investigaciones relacionadas con el tema de interés. Es importante mencionar que algunas de estas problemáticas, al igual que las acepciones de la ME, han evolucionado. Al respecto se puede consultar a Maldonado y Navarro (2014) donde se proponen cuatro momentos de evolución de las problemáticas de la ME.

Si a lo anterior le sumamos la riqueza y complejidad intrínseca de los procesos inmersos en la e-a-m, esto implica que no existe una forma única de hacer investigación en ME. Pero esto puede deberse no sólo a la naturaleza de la problemática en cuestión, sino a la decisión del enfoque bajo el cual se resolverá. Para ello, en algunos casos es preciso usar algún marco teórico, marco conceptual o bien marco teórico metodológico. El uso de cualesquiera será determinado durante el desarrollo de la investigación y dependerá de la problemática y

objetivos de la investigación. Así mismo el método o metodología a seguir será influenciado por el enfoque teórico adoptado. En algunos casos y dada la emergencia del campo se utilizan métodos de otras disciplinas o bien la adaptación de marcos teóricos externos a la disciplina, pero ligados al tema de interés.

En el mismo sentido, de acuerdo con los objetivos de la investigación será necesario: diseñar cuestionarios, entrevistas o propuestas didácticas; realizar análisis de documentos o bien, indagar sobre creencias de estudiantes, profesores o investigadores, por mencionar algunos. Además, es posible considerar investigaciones en las que se hagan propuestas relacionadas con el tema de interés, realizando adaptaciones de acuerdo con la investigación, siempre guiados por un modelo teórico acorde al problema y al objetivo de la misma. De modo tal que de acuerdo con lo que se esté investigando se deberá reportar la recolección y análisis de los datos.

Finalmente, una parte importante es la comunicación de los resultados, pues éstos permitirán reportar los alcances obtenidos de la investigación. Éstos deben responder la pregunta central de la investigación o en su defecto establecer que tanto del problema y los objetivos quedaron atendidos. Es importante mencionar que los resultados pueden no ser los esperados; de ser así se reconoce una riqueza teórica en ellos por lo que no debe verse como algo negativo.

## **Ejemplos de investigaciones en ME**

### **Un ejemplo para el Nivel de Primaria**

Esta investigación gira en torno al tratamiento del concepto de número natural del primer grado de la educación primaria. Los escritos de referencia serán los documentos oficiales de la educación básica en México, tales como: el plan de estudios (2011), el programa de estudios (2011) y los libros de texto tanto del maestro como del alumno (ciclo escolar 2014-2015). El interés se centró en identificar ideas, procedimientos, recursos y saberes que los alumnos del grado señalado ponen en juego al resolver situaciones que involucren la utilización del concepto de número natural. En este caso se busca determinar la influencia de los documentos oficiales en el aprendizaje de los estudiantes, mediante el diseño y aplicación de un cuestionario.

Para ello se revisaron investigaciones de corte cognitivo y de corte didáctico. Respecto del primer tipo Power y Dal Martello (1990), Nunes y Bryant (1998), citado en Otálora y Orozco (2006), coinciden en que existen errores y dificultades en el proceso de trascodificación numérica. Por ejemplo, cuando a un niño se le pide escribir “tres mil quinientos ocho, éste escribe 30005008” o bien “985 lo leen como noventa y ocho y cinco”. Además, las posiciones del cero y del uno contenidas en un número presentan una dificultad en la comprensión del niño. En el mismo sentido Rizo, Campistrous, Pastor, Pastor y Nava, (2013), resaltan dificultades señalando que los alumnos confunden las cifras al escribirlas (caso del dictado); así como la falta de comprensión del carácter posicional del sistema de numeración decimal. Para las investigaciones de corte didáctico, Block y Álvarez (1999) destacan aspectos centrales sobre el tratamiento del concepto de números en los planes y libros de texto desde los 60's a los 90's, en donde se identificó un escaso tratamiento respecto del carácter posicional del sistema de numeración decimal.

Con base en la revisión bibliográfica se observó una ausencia de trabajos sobre la comprensión del carácter posicional del sistema de numeración decimal; así como,

indagaciones acerca del tratamiento de “número natural”. Así mismo, el tratamiento de número natural ha estado sujeto a diversos cambios tanto en la estructura del plan de estudios como en el libro de texto; lo cual nos lleva a creer que la manera en la que se presenta dicho concepto en documentos oficiales (plan y programa de estudios y libros de texto para el alumno y para el maestro) ha modificado el aprendizaje del mismo. Lo anterior, dado que en la penúltima reforma de 1993, tanto el libro de texto como el plan y programa presentaban una organización interna del concepto de número natural y una correspondencia entre los contenidos de los citados documentos (Cortes-Reyna, 2015). Esto no sucede en los documentos oficiales de la actual reforma 2011. Por tal razón este trabajo de investigación se interesa en revisar la presentación de “número natural” en documentos oficiales. También se propone indagar en producciones de estudiantes de primer grado de primaria de la escuela mexicana, sobre los recursos, ideas, procedimientos y saberes que éstos ponen en juego al resolver situaciones relacionadas con el concepto objeto de estudio.

Para este trabajo se construyó un marco conceptual en el que se consideró al análisis de contenido descrito por Lupiáñez (2009); específicamente se retoma lo referente a la estructura conceptual en el que se involucra al conocimiento conceptual y al conocimiento procedimental. Por otro lado el plan de estudios (2011), Frade (2013) y Díaz-Barriga y Hernández (2007), hacen referencia a que el enfoque constructivista considera aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales y el enfoque basado en competencias toma en cuenta conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes. Tomando como base lo anterior se realiza la revisión de los libros de texto arriba descritos, con el propósito de diseñar un cuestionario en el que se atienden los aspectos propuestos, con el firme propósito de estudiar las producciones de los niños del mismo grado.

La metodología a seguir fue la siguiente: 1. Búsqueda y análisis de investigaciones relacionadas con el concepto de número natural. 2. Revisión del plan y programa de estudios del primer grado de primaria. 3. Revisión de los libros de texto del primer grado de primaria del ciclo escolar 2014-2015, para el maestro y para el alumno. 4. Diseño del cuestionario. 5. Aplicación del cuestionario y 6. Análisis y resultados.

De la revisión del plan de estudios (2011) se destacan tres aspectos a desarrollar: competencias, estándares curriculares y aprendizajes esperados. Para el programa de estudios se establecen cuatro competencias que los alumnos de primer grado deben desarrollar; de éstas solo dos se pudieron identificar: *comunicar información matemática* y *manejar técnicas eficientemente*. El cuestionario se aplicó a 18 niños con siete años de edad en promedio, todos pertenecientes a la costa chica del estado de Guerrero. Con respecto al desarrollo de estándares se establece que al término del segundo periodo escolar (tercero de primaria) el alumno: lee, escribe y compara números de hasta cuatro cifras. Para el caso de primer grado se observó que dan más importancia a la escritura de los números hasta el 100, y no así a la lectura o comparación de los mismos.

En lo que respecta a los aprendizajes esperados, se identificó que no existe una correspondencia entre los contenidos establecidos en el programa de estudios (2011) y el tratamiento en los libros de texto. La influencia de lo anterior se observó en el análisis de las producciones, de los cuales destacaremos lo siguiente:

- a) *No se enfatiza en la escritura, expresión oral o significado del cero*: se observó que al comparar el cero con el dos la mayoría de los estudiantes indican que el dos es menor.

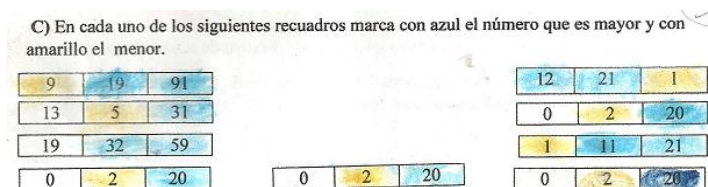


Imagen 1.

- b) *No existe un convenio establecido acerca de en qué número empieza la sucesión numérica*: se observó que la mayoría de los alumnos inician la sucesión numérica en uno.

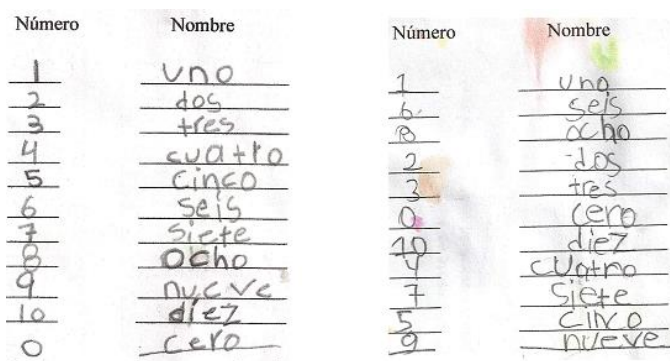


Imagen 2.

- c) *No se enfatiza en la expresión verbal de los números hasta el cien en el libro del alumno*: esto tuvo como resultado que la mayoría de los alumnos tuviera problemas para escribir números, dada su expresión oral y viceversa, por ejemplo el “cuarenta y cinco” es escrito como “25”, entre otros números.

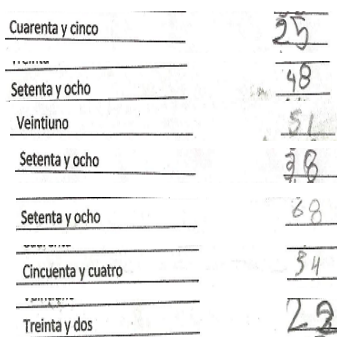


Imagen 3.

- d) *No se profundiza en el tratamiento de los números ordinales hasta el 10º*: en el análisis de las producciones se observó que la mayoría de los alumnos no identificaron los números ordinales y tampoco las usaron en situaciones concretas.

A) Pinta los cepillos de dientes de cada integrante de la familia con los colores indicados



Imagen 4.

De acuerdo con los resultados en las producciones de los alumnos y de la revisión de los documentos oficiales se constató lo siguiente:

- El tratamiento que se le otorga al número “cero” es casi nulo en los documentos oficiales, y dadas las evidencias esto repercute en el aprendizaje de los niños. Pues más del 50% de los alumnos tienen la idea que el 2 es menor que el cero, cuando comparan números cardinales donde se involucran al cero y al dos como números pequeños.
- En los documentos oficiales se establece al 0 y al 1 como números donde puede iniciar una sucesión numérica; lo anterior incide en el análisis de las producciones, dado que los alumnos inician la sucesión numérica con el número 1, escribiendo el cero al final o en medio de la sucesión, pero no al inicio de la misma.
- En los documentos oficiales se evidencia trabajo con respecto a la escritura de los números hasta el 100, pero no así para la expresión verbal de los mismos, en el análisis de las producciones de los alumnos la mayoría de los alumnos presentó problemas al escribir números dada su expresión verbal y viceversa.
- Finalmente, en documentos oficiales solo se le dedican dos lecciones al tratamiento de los números ordinales y en la producciones de los alumnos se evidencia que éstos no lograron ordenar objetos en donde se requería su uso.

### Algunas perspectivas teóricas en la ME

Finalmente se presentan algunas perspectivas teóricas que hasta el momento han logrado cierta presencia y personalidad dentro del campo, es importante mencionar que aquellas surgidas en Latinoamérica guardan una fuerte componente sociocultural.

En Maldonado y Navarro (2014), se señala que cuando en México se iniciaba la investigación alrededor de la ME, en algunas partes del mundo ya se desarrollaba investigación acerca de fenómenos didácticos relacionados con la e-a-m, que contribuían a la creación y/o desarrollo de teorías propias de las disciplina. Hoy día en la ME se consideran diferentes enfoques teóricos para el estudio de las distintas problemáticas del campo. En Latinoamérica se reconoce a la Etnomatemática (D’Ambrosio) y a la Teoría Socioepistemología (Cantoral-Farfán-Cordero). En Norteamérica a la Teoría APOE (Dubinsky), la Resolución de Problemas (Polya-Schoenfeld) y la Teoría de la Objetivación (Radford). Y en Europa, a la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau), la Metodología de la Ingeniería Didáctica (Artigue), la Transposición Didáctica y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard), la Teoría de las Representaciones Semióticas (Duval), el Enfoque Ontosemiótico (Godino-Batanero-Font), la Teoría de Campos Conceptuales (Vergnaud) y el Pensamiento Matemático Avanzado (Tall-Vinner).



En la Figura 2 se muestran algunas líneas y enfoques teóricos presentados por Pochulu y Rodríguez (2012, p.12), en donde es claro que alrededor de la disciplina se han desarrollado y aplicado diferentes teorías. Es importante mencionar que cada una tiene ejes, enfoques y características esenciales, lo que les permite mirar diferentes aspectos de la e-a-m. Lo anterior brinda una riqueza de resultados y miradas, pero que sin duda apuntan a atender y entender precisamente el objeto de estudio de la disciplina de referencia, nos referimos a la ME.

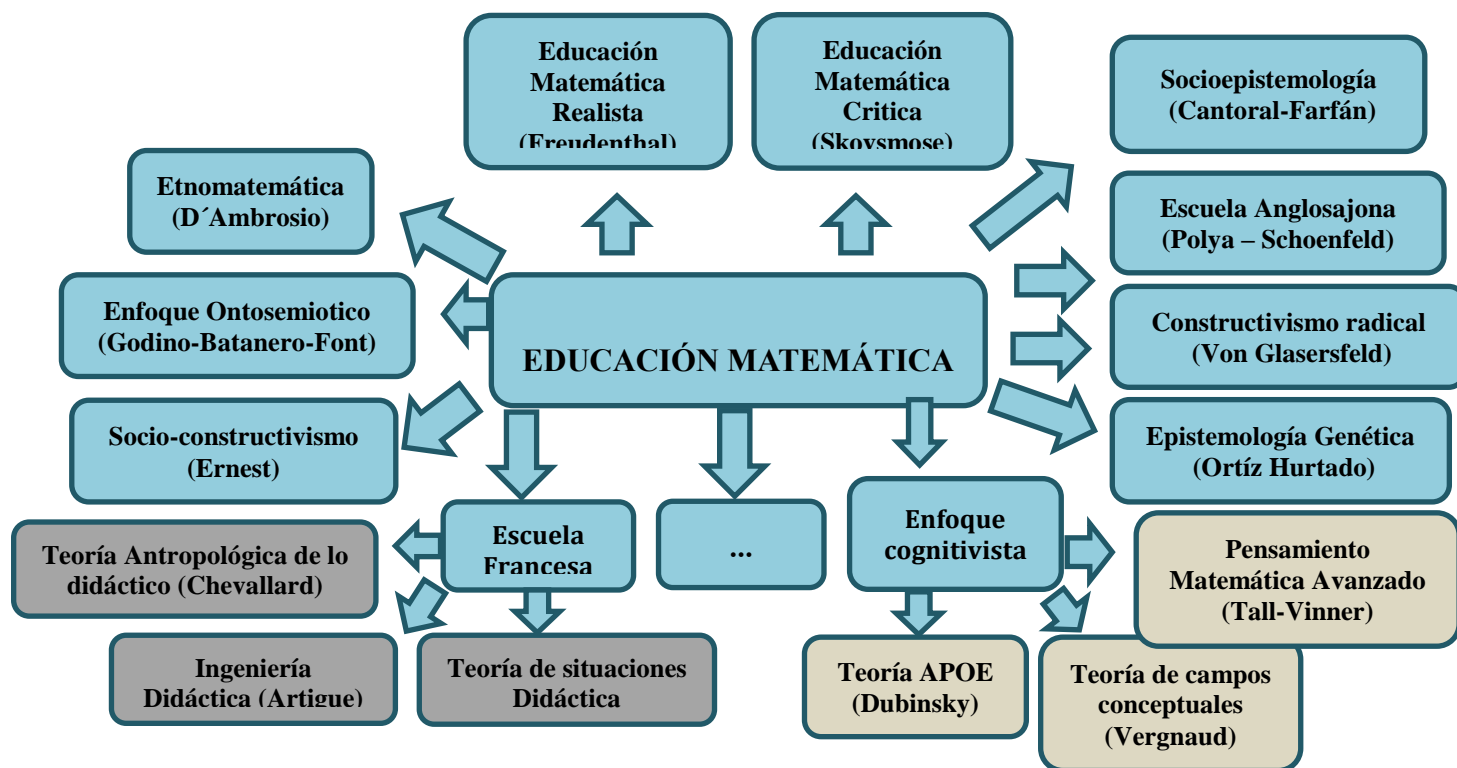


Figura 2. Líneas y enfoques teóricos de ME.

## Reflexiones finales

En general, lo anteriormente presentado permite un acercamiento con la investigación en ME. Incluyendo a estudiantes, profesores o aquellas personas interesadas en la profundización del campo. Es decir, quienes busquen sistematizar su labor mediante la ME como su disciplina de referencia. Por ende, la importancia y propósito de la ME como disciplina científica interesada en incidir de manera positiva en el campo de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, versa en la realización y desarrollo de investigaciones.

## Referencias

- Artigue, M. (2004). Problemas y Desafíos en Educación Matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la Didáctica de la Matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 16 (003), 5-28.
- Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F. (Eds). (2003). *Second International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer A.P.

- Block, D. y Álvarez, A. M. (1999). Los números en primer grado: cuatro generaciones de situaciones didácticas. *Educación matemática*, 11 (1), 57-76.
- Cantoral, R. (1996). Una visión de la matemática educativa. En Hitt, F. (Ed), *Investigaciones en Matemática Educativa* (131-147). México: Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Cantoral, R. y Farfán R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6 (1), 27-40.
- Cortez-Reyna, E. (2015). *Análisis del libro de texto de primer grado de primaria, reforma 1993: el caso de los números naturales*. Tesis de Licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.
- D'Amore, B. (2000). La Didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses. *Educación Matemática*, 12 (1), 39-50.
- Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista*. México, D.F.: Mc Graw Hill.
- English, L., Jones, G., Lesh, R., Tirosh, D. & Bartolini-Busi, M. (2002). Future Issues and Directions in International Mathematics Education Research. En English, L. (Ed), *Handbook of International research in mathematics education* (787-812). London: Lawrence Erlbaum Ass.
- Filloy, E. (1981). Investigación en Matemática Educativa en México. Un reporte. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2 (2), 233-254.
- Frade L. (2013). *Planeación por competencias (3ra ed.)*. México D.F.: Inteligencia Educativa.
- Freudenthal, H. (1981). *Problemas mayores de la educación matemática*. Traducción realizada por Alejandro López Yáñez, revisada por Rodrigo Cambray Núñez. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav. Artículo original: Major Problems of Mathematics Education. Conferencia dada en la Sesión Plenaria del ICME 4 en Berkeley, el 10 de agosto de 1980. Publicada originalmente en *Educational Studies in Mathematics* (1981), pp. 133-150. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland. Kluwer Academic Publishers.
- Gálvez, G. (2002). La didáctica de las matemáticas. En Parra, C. y Saiz, I. (comps.), *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones* (39-63). Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18 (1), 7-33.
- Gascón, J. (2013). La revolución brousseauiana como razón de ser del grupo Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 3, 69-87.
- Godino, J. D. (2006). *Presente y Futuro de la Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Recuperado de <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo.../docs.../presente.pdf>

- Godino, J. D. (2010). *Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Tecnocientífica*. Recuperada de <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Hernández, J. A. (2014) *La caracterización de los profesionales de la matemática educativa. Una mirada desde el reconocimiento de su campo académico*. Tesis de Doctorado no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.
- Hitt, F. (1997). Matemática Educativa: Investigación y desarrollo 1975-1997. En Hitt, F. (Ed), *Investigación en Matemática Educativa II* (41-65). México: Iberoamericana.
- Imaz, C. (1987). *Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*, (267-272). México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Kilpatric, J. (1992) Historia de la Investigación en Educación Matemática. En Kilpatric, J., Rico, L. & Sierra, M. (Ed), *Educación Matemática e Investigación* (15-96). España: Síntesis.
- Kilpatric, J. (1994). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En Kilpatrick, J., Rico, L. & Gómez. (Ed), *Educación Matemática* (1-18). Colombia: Una empresa docente y Editorial Iberoamérica.
- Lupiáñez J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Granada, España.
- Maldonado, S. y Navarro, C. (2014). Seminario de Introducción a la Matemática Educativa. En Rodríguez, F. y Rodríguez, R (Eds.), *Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa la Profesionalización Docente desde los Posgrados de Calidad en Matemática Educativa* (450-461). Oaxaca: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.
- Moreno, L. (1995). La educación matemática en México. En Artigue, M, Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (Eds), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (25-31). México: Una empresa docente y Editorial Iberoamericana.
- Nieto, N., Viramontes, J. y López, F. (2009) ¿Qué es Matemática Educativa? *CULCyT*, 6 (35), 16-21.
- Niss, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 1-24.
- Otálora, Y. y Orozco, M. (2006). ¿Por qué 7545 se lee como “setenta y cinco cuarenta y cinco”? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 407-433.
- Pochulu, M. D. y Rodríguez, M. A. (2012). Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. En Pochulu, M. y Rodríguez, M. (Eds), *Introducción* (9-14). Argentina: Universidad Nacional de General Sarmiento.
- Puig, L. (1998). La didáctica de las matemáticas como tarea investigadora. En Puig, L. (Ed), *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática* (63-75). Bogotá: Una empresa docente.

- Radford, L. (2003). On the epistemological limits of language: Mathematical knowledge and social practice during the renaissance. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 123-150.
- Rico, L. (2000). Educación Matemática, investigación y calidad. En Ponte J. y Serrazina, L. (Eds), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália*, (303-313). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39-63.
- Rizo, C., Campistrous, L., Pastor, C., Pastor, G., y Nava, A. (2013). *El trabajo con números naturales en la escuela primaria mexicana*. México: Universidad autónoma de Guerrero.
- Secretaria de Educación Pública (2014). *Desafíos matemáticos: primer grado libro para el alumno* (edición 2014-2015), México D.F., México: CONALITEG.
- Secretaria de Educación Pública (2014). *Desafíos matemáticos: primer grado libro para el maestro* (edición 2014-2015), México D.F., México: CONALITEG.
- Secretaria de Educación Pública (2011). *Plan de estudios para la educación básica*. México D.F., México: CONALITEG.
- Secretaria de Educación Pública (2011). *Programa de estudios para la educación básica, primer grado*. México D.F., México: CONALITEG.
- Sierra, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, método y difusión. *Educatio Siglo XXI*, 29 (2), 173-198.
- Waldegg, G. (1998). La Educación Matemática ¿Una disciplina científica? *Colección Pedagógica Universitaria Enero-Junio* (29), 13-44. Recuperado de [http://www.uv.mx/cpue/coleccion/N\\_29/la\\_educaci%C3%B3n\\_matem%C3%A1tica.htm](http://www.uv.mx/cpue/coleccion/N_29/la_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica.htm)

## **Autores**

Catalina Navarro Sandoval; UAGro. México; [nasacamx@yahoo.com.mx](mailto:nasacamx@yahoo.com.mx)

Judith Hernández Sánchez; UAZ. México; [judith700@hotmail.com](mailto:judith700@hotmail.com)