

CONOCIMIENTO DEL PROFESOR AL ENSEÑAR LA DERIVADA USANDO RECURSOS TECNOLÓGICOS

Edgar Ponciano Bustos, Leticia Sosa Guerrero

Resumen

El objetivo de esta investigación se centra en caracterizar los conocimientos sobre recursos didácticos (tecnológicos) que manifiesta un profesor para enseñar la derivada. Este estudio es de corte cualitativo y descriptivo, en el cual se analizará el estudio de casos de dos profesores de nivel medio superior que participaron en un curso de desarrollo profesional, donde planearon, ejecutaron y mejoraron algunas actividades para enseñar la derivada. Uno de los principales resultados gira en torno a que el docente conoce las desventajas, y las capacidades que poseen los recursos didácticos tecnológicos, pero en su práctica docente no los implementa en sus actividades de enseñanza.

Palabras clave: Conocimiento del profesor, Derivada, Tecnología, MTSK, KMT.

Introducción

Este trabajo de investigación se centra en la problemática de *la caracterización del conocimiento del profesor referente al uso de recursos para enseñar la derivada*, donde para entender lo anterior se planteó la pregunta de investigación: *¿Qué conocimiento en cuanto al uso de recursos manifiesta el profesor para enseñar la derivada?* Este trabajo de investigación busca saber y entender qué conocimiento referente a recursos didácticos tiene el profesor de nivel medio superior para enseñar el concepto de la derivada, y de igual modo nos interesa saber cómo implementa algún recurso tecnológico en su enseñanza. Con base en los planteamientos anteriores el objetivo de este trabajo es *caracterizar el conocimiento del profesor en cuanto a recursos tecnológicos para enseñar la derivada*.

Las investigaciones revisadas hasta el momento, reportan distintas dificultades de los profesores y estudiantes con la derivada, por ejemplo, los trabajos de Artigue (1995) y Hitt (2003). Por otro lado, también existen investigaciones que mencionan la importancia del uso de la tecnología para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, por ejemplo la de Cantoral y Mirón (2000), estos autores analizan los efectos al incorporar calculadoras con capacidad gráfica al enseñar las relaciones entre f y f' , es decir, entre una función y su derivada o la función y sus primitivas. Por su parte, Marquez y De los Rios (2013), en su investigación dan una propuesta para la enseñanza de la derivada y sus aplicaciones en un entorno informático usando Geogebra.

Las complicaciones de los alumnos con el concepto de la derivada, se pueden deber a que sus profesores también tienen esas confusiones en sus conocimientos, y esto pudo ser provocado debido a la formación académica del docente. El conocimiento que manifiesta el profesor entorno a la derivada influye en su enseñanza. Y es que en ciertas circunstancias, el docente no posee un excelente dominio de las matemáticas que se enseña (Badillo, 2003), es decir, el educador no comprende muy bien el concepto, significados,

representaciones y aplicaciones. Por su parte, Cantoral y Farfán (2004) afirman que el docente controla los conceptos, sin embargo no posee el conocimiento de las herramientas didácticas para enseñar eficazmente esos saberes a sus alumnos. Además, García, Azcárate y Moreno (2006) reportan que los docentes repiten los mismos métodos de instrucción, que adquirieron en su etapa de estudiante, ignorando metodologías de enseñanza nuevas y alternativas.

Es importante también que los profesores incorporen la tecnología en su instrucción, ya que en la vida cotidiana estamos haciendo uso constante de las tecnologías, es por ello que los docentes deben incorporarlas a la educación, para asegurar la educación tecnológica de los estudiantes. El uso de la tecnología puede provocar cambios en el conocimiento didáctico del contenido y en el conocimiento matemático. La transcendencia del uso de recursos didácticos tecnológicos en la enseñanza, ha sido mencionado por Akkoc, Bingolbali y Ozmantar (2008), quienes afirman que los profesores necesitan la tecnología para enriquecer su comprensión del contenido tecnológico y pedagógico, ideas detrás de este contenido que afecten directamente sus conocimientos del contenido tecnológico, para una integración exitosa de la tecnología para enseñar derivada en un punto. Por su parte, Kendal y Stacey (2002) mencionan que el implemento de un recurso didáctico tecnológico de los profesores hará cambios en el contenido que enseñan en respuesta a un nuevo conocimiento. Asimismo, Villanueva (2004), señala que las TIC (Tecnología de la Información y Comunicación) en la educación son una herramienta de apoyo pedagógico, reforzando las actividades escolares y colaborando a la educación no formal y alternativa, también agrega que las TIC ofrecen condiciones tecnológicas para la alteración de la enseñanza tradicional.

En este estudio consideramos que investigar el conocimiento del profesor servirá para detectar las carencias y potencialidades que tiene el profesor con respecto al contenido matemático (la derivada), y conocimiento didáctico del contenido (recursos didácticos tecnológicos), y así, para que el docente ejerza eficientemente su práctica docente y de este modo beneficiar el aprendizaje del estudiante.

El profesor es uno de los ejes principales para mejorar la enseñanza por lo tanto su formación debe ser fundamental. Pino, Godino y Font (2011), mencionan que el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas de los alumnos de una institución educativa, depende de manera esencial de la formación de sus respectivos profesores.

En lo que se refiere al conocimiento del profesor, de acuerdo con Ponte y Chapman (2006), las investigaciones realizadas dentro del campo de formación de profesores de matemáticas, se han centrado en diversos aspectos del conocimiento y la práctica del profesor, los cuales pueden ser agrupadas en cuatro categorías: 1) conocimiento matemático de los profesores, 2) conocimiento de los profesores para la enseñanza de las matemáticas, 3) creencias y concepciones de los profesores, y 4) la práctica del profesor.

Con respecto al conocimiento del profesor relacionado con el concepto de la derivada, se han realizado investigaciones que han abordado esta problemática. Por ejemplo, el trabajo de García, Azcárate y Moreno (2006) concluyen que el conocimiento del profesor está relacionado con a la formación que tuvo de estudiante, se basa en lo empírico, los libros de texto y la propia experiencia, los docentes tienden a unificar los programas, obviando la diferenciación entre las materias afines de diferentes carreras, y además, los profesores

reproducen las mismas metodologías de trabajo que siguieron en su etapa de estudiante, ignorando metodologías alternativas disponibles y no se involucran con la profesión del estudiante. Asimismo, Stump (2001, citado en Gavilán, 2005), aporta como importante la obligación de los profesores de conocer diferentes representaciones y las conexiones entre las mismas, además de la necesidad de conocer y usar materiales curriculares no tradicionales para el desarrollo del conocimiento de contenido pedagógico.

Siguiendo en la misma línea de las investigaciones enfocadas al conocimiento del profesor con respecto a la derivada. Pino, Godino y Font (2011) finalizan que, hay que seguir avanzado en la determinación del Conocimiento didáctico-Matemático(CDM) que necesita el profesor de bachillerato con relación a la enseñanza de la noción de derivada teniendo en cuenta el estado actual de las investigaciones en Didáctica del Cálculo, mediante la reconstrucción de un significado epistémico global de la derivada que sirva de referencia para determinar aspectos esenciales del CDM del profesor de bachillerato respecto a dicha noción.

Las investigaciones anteriores muestran que existen muchos factores que influyen en el conocimiento del profesor al enseñar la derivada, es necesario seguir investigando sobre el conocimiento del profesor, porque de esta manera se mejorara el conocimiento en matemática y didáctica del profesor, y así, favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

Marco teórico

Esta investigación se localiza en el conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas. En vinculación con el marco del conocimiento del profesor, este avance de investigación se localiza en el modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK, ver la figura 1) desarrollado en la Universidad de Huelva en España (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013). El MTSK considera, dos grandes dominios de conocimiento. Por un lado, considera el conocimiento que tiene el profesor de las matemáticas como disciplina científica en un entorno escolar. En el modelo, se llama a este dominio el MK (*Mathematical Knowledge*). El otro dominio es el conocimiento de apariencia relacionadas con el contenido matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje. Este dominio se llama PCK (*Pedagogical Content Knowledge*). Cada dominio (MK y PCK) tiene tres subdominios los cuales son:

Subdominios del Conocimiento Matemático (MK)

- *Conocimiento de los temas (KoT)*. En este subdominio incluye, entre otros, aspectos fenomenológicos, definiciones, registros de representación, y ejemplos que caractericen aspectos del tópico abordado, de igual manera alude al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en libros y textos de matemáticos.
- *Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM)*. En este subdominio se incorporan el conocimiento de las primordiales ideas y estructuras matemáticas, y conexiones entre temas (Santana y Climent, 2015).
- *Conocimiento de las Prácticas Matemáticas (KPM)*. Es el conocimiento de cómo se conduce cuando se crea matemáticas, por ejemplo, cómo se razona, cómo se argumente o cómo se demuestra o define.

Subdominios del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)

- *Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)*. Es el conocimiento que tiene el docente de cómo aprenden los alumnos el contenido matemático y el conocimiento de ese desarrollo de entendimiento, así como los errores, dificultades, y obstáculos relacionados a un concepto matemático.
- *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)*. Es el conocimiento que posee el profesor acerca de lo que el alumno debe y puede alcanzar en un curso escolar, asimismo es aquello que el docente conoce sobre las capacidades conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático que se fomentan en definido momento educativo (Flores, Escudero y Aguilar, 2014).
- *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)*. Se refiere al conocimiento que tiene el profesor sobre cómo representar el contenido de cara a su enseñanza. Incluye el conocimiento del profesor en cuanto a las estrategias de enseñanza, recursos y materiales que el docente debe conocer para enseñar un contenido matemático, de igual modo se incluye aquello que proporcione ayuda a los estudiantes a construir conceptos matemáticos y que logre activar su intuición, de igual manera todas aquellas habilidades y conocimientos del profesor para apoyar al estudiante a superar sus propios errores. Esta investigación se centra en el *KMT*, este subdominio está compuesto por dos categorías *Formas de Enseñanza y Recursos y Materiales*. Este estudio se enfocará en la categoría *Recursos y Materiales*. La categoría *Recursos y Materiales* asociados al contenido a enseñar, alude a los conocimientos que tiene el profesor sobre los recursos y materiales (libros de texto, pizarrones normales y electrónicos, softwares educativos, aplicaciones móviles, etc.) y los beneficios o perjuicios afiliadas al uso de estos como apoyo para la enseñanza de un cierto contenido matemático. Santana y Climent (2015) afirman que el docente debe saber las capacidades de la herramienta tecnológica para poder implementarla en el aula de modo que mejore la enseñanza, de igual modo debe conocer posibles dificultades de aprendizaje que puede propiciar. Los docentes al implementar materiales, recursos y actividades innovadoras ofrecidas por un software podrían disponer de mejores herramientas para desarrollar su enseñanza, esto tendría impactos positivos en el proceso de aprendizaje de los alumnos ya que dispondrían de recursos mejores y más diversos (Hinojosa, 2000). Por su parte, González (1989, citado en Villanueva, 2004) sugiere que los medios de enseñanza ejecutan funciones instructivas, cibernéticas, formativas, y recreativas, a las cuales se le agrega las funciones: motivadora-innovadora- creadora, lúdica-recreativa y desarrolladora-control. Además, Castillo (2008) menciona que las teorías relacionadas con la innovación en la educación sugieren que las tecnologías actúan como catalizadoras del proceso de cambio. Tal efecto ayuda a crear una alteración en los métodos y procedimientos que utiliza un profesor, facilitando la adopción de estrategias pedagógicas diferentes que, eventualmente, son más efectivas.

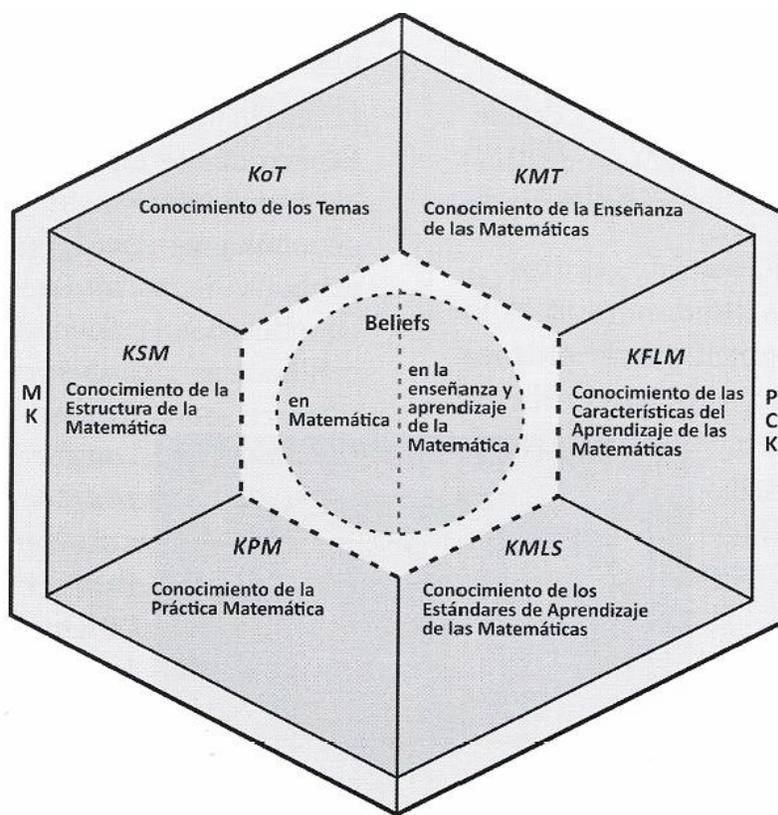


Figura 1. Modelo MTSK con sus respectivos dominios y subdominios (Santana y Climent, 2015)

Método

La metodología empleada en este estudio es de tipo cualitativa, mientras que su naturaleza se define como descriptiva. Es cualitativa porque se pretende identificar, observar, obtener y caracterizar el conocimiento de recursos didáctico tecnológicos que manifiesta el docente para enseñar la derivada. De acuerdo con Denzin y Lincoln (2005), la investigación cualitativa es una labor que sitúa al observador en el mundo, consiste “en un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo evidente, y estas prácticas alteran el mundo, lo transforman en una serie de representaciones, que insertan las notas de campo, las entrevistas, conversaciones, fotografías, registros y memorias” (p. 3).

Es a su vez descriptivo, porque se busca especificar con una mayor exactitud el conocimiento del profesor al enseñar la derivada. Dankhe (1989) menciona que las investigaciones descriptivas buscan especificar las propiedades importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno sometido a análisis.

En esta investigación se analizará el estudio de casos de dos docentes de nivel medio superior, ya que de acuerdo con Stake (2007), el estudio de casos es el estudio de la singularidad y de la complejidad de caso particular, para llegar a comprender su actividad en coincidencias importantes. De estos estudios de casos se identificará, observará, obtendrá y caracterizará el conocimiento del profesor en cuanto a recursos didácticos tecnológicos que manifiestan los dos docentes para enseñar la derivada. Estos profesores estaban en un curso de desarrollo profesional, donde planearon, ejecutaron y mejoraron algunas actividades, para la enseñanza la derivada dentro del aula. De esas actividades se

analizará el conocimiento sobre recursos tecnológicos que implementaron los profesores en su enseñanza. Con base en dicho análisis se caracterizará el conocimiento del profesor. Una vez que se logre la caracterización se pretende hacer un diseño de actividades. Los instrumentos en la recogida de datos serán una entrevista inicial y sesiones de clases grabadas en video.

Reflexiones

El profesor conoce la potencialidad que puede tener el uso de recursos didácticos tecnológico en su práctica docente, pero a pesar de esto, no realiza su enseñanza con estos recursos tecnológicos, y además, sabe de las desventajas que puede tener dichos recursos didácticos, al momento de comprender algunos procedimientos y propiedades de la derivada.

Los resultados son enfocados en los conocimientos del profesor a través de los cuales optimice y potencie el uso de los recursos didácticos a fin de favorecer la enseñanza de la derivada.

A su vez, con los resultados que arroje esta investigación, se espera que puedan servir como un inicio de partida para la creación de diseños de instrumentos de evaluación y actualización de planes de formación matemáticas, y desarrollar conocimientos didácticos matemáticos tecnológicos que se necesita para la enseñanza de la derivada. De igual forma, con esta investigación se espera aportar criterios para seleccionar los problemas y prácticas matemáticas a incluir en los programas y procesos de formación. Coincidiendo con Moreno (2005), quien afirma que el docente es clave para el éxito e indispensable para implementar cualquier cambio o propuesta didáctica que tengan su principio investigación, también menciona que hablar del profesor implica hacerlo del conocimiento y del desarrollo profesional.

Referencias

- Akkoc, H., Bingolbali, E., y Ozmantar, F. (2008). Investigating the technological pedagogical content knowledge: A case of derivative at a point. En O. Figueras, y A. Sepúlveda (Eds.). *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American Chapter*, 2, 17-24. Michoacán, México: PME.
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática*. (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemáticas de Colombia* (Tesis de Doctorado inédita). Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España.
- Cantoral, R. y Mirón, H. (2000). Sobre el estatus de la noción de derivada: de la epistemología de Joseph Louis Lagrange al diseño de una situación didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(3), 265-292.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. Australia: Thomson.

- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 2985-2994. Middle East Technical University: Ankara, Turquía.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171-194.
- Dankhe, G. L. (1989). Investigación y comunicación. En C. Fernández Collado y G.L. Dankhe (Eds.), *La comunicación humana: ciencia social*. México: McGraw-Hill, 385-454.
- Denzin, N. y Lincoln, Y. (2005). *The Sage Handbook of Qualitative Research* (3a. ed.). Londres: Sage.
- Flores, E., Escudero, D. I., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). Bilbao: SEIEM.
- García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 85-116.
- Gavilán, J. (2005). *El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva* (Tesis de Doctorado inédita). Universidad de Sevilla, España.
- Hinostroza, E. (2000). *Roles alternativos de TIC en educación: sistema de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje*. Recuperado 18 de mayo del 2015, de www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/265.html
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. *Décimo Primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior*, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, México.
- Kendal, M. y Stacey, K. (2002). Teachers in transition: Moving towards CAS-supported classrooms. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 196-203.
- Marquez, C. y De los Ríos, C. (2013). Una propuesta para la enseñanza de la derivada con Geogebra. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 7211-7217.
- Moreno, M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo: Evolución, estado actual y retos futuros. *IX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, Universidad de Córdoba, España, 81-96.
- Pino, L., Godino, J. y Font, V. (2011). Conocimiento didáctico-matemático sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada. *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 206-213.

- Ponte, J.P., y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutiérrez, y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publishers.
- Santana, N. y Climent, N. (2015). Conocimiento Especializado del Profesor para la utilización de Geogebra en el Aula de Matemáticas. *Números*, 88, 75-91.
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.
- Villanueva, Y. (2004). *Tendencias actuales en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas y la utilización de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones en la educación*. Recuperado 18 de mayo del 2015, de <http://funes.uniandes.edu.co/6168/1/VillanuevaTendenciasAlme2005.pdf>

Autores

Edgar Ponciano Bustos; UAZ. México; eponcianob@gmail.com
Leticia Sosa Guerrero; UAZ. México; lsosa@mate.reduaz.mx