

EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE BACHILLERATO SOBRE SISTEMAS DE ECUACIONES DE 2X2 Y EL APRENDIZAJE DE SUS ESTUDIANTES

Maricela Robles Robles, Lorena Jiménez Sandoval

Resumen

Se presenta un primer avance de investigación en la cual buscamos caracterizar la relación entre; los significados que asocia el profesor a los sistemas de ecuaciones de 2X2, la forma en la que enuncia y organiza las capacidades que espera desarrollar en los estudiantes y las actividades que propone para el desarrollo de su práctica educativa, con el aprendizaje de los estudiantes. Esta caracterización se realizará con el seguimiento del análisis didáctico del profesor que será documentado a través de videograbaciones, evidencia escrita y entrevistas y una evaluación que realizaremos a sus alumnos con la propuesta de solución de problemas que diseñaremos en base a las expectativas y práctica de enseñanza del profesor.

Palabras claves: profesor, análisis didáctico, aprendizaje, sistemas de ecuaciones de 2x2.

Introducción

En el estado de Zacatecas se conocen niveles bajos en los resultados de la prueba Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares (ENLACE, 2014) de Educación Media Superior, muestran que entre los estudiantes de Bachillerato, de las distintas modalidades (General, Técnico, Tecnológico), hay un alto porcentaje que tienen un nivel de desempeño elemental, tendiendo a insuficiente (55.7 %); si bien este porcentaje ha disminuido de 2008 a la fecha, aún se deja ver que hay mucho por hacer para lograr la mejora académica de nuestros estudiantes.

Al reflexionar sobre las dificultades que presentan los estudiantes al aprender matemáticas, es necesario hacerlo centrando la atención en un tema en específico ya que dichas dificultades varían y pueden tener origen distinto. El caso del aprendizaje de los sistemas de ecuaciones es un tópico, que de acuerdo a Segura (2004), presenta dificultades de para los estudiantes, sin embargo pocos estudios ponen en el centro de atención en analizar hasta dónde están dificultades identificadas en los estudiantes tienen su origen en dificultades que al respecto tienen los profesores.

De acuerdo a Segura (2004)

Las dificultades en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones tienen orígenes diversos. Unos están ligados a la complejidad matemática de los elementos básicos que se utilizan en la adquisición del objeto sistemas de ecuaciones lineales (números reales y función afín, ambos en vías de construcción); otros al concepto de sistemas de

ecuaciones lineales y su solución, y otros más a la ruptura entre el pensamiento aritmético y el algebraico (p. 53)

Godino (2009) menciona que, aunque hay un consenso general de que los profesores deben dominar los contenidos disciplinares correspondientes, no existe un acuerdo similar sobre la manera en que se debe lograr dicho dominio, ni siquiera acerca de cómo se debería concebir la disciplina. Él afirma que suele reconocerse que el conocimiento disciplinar no es suficiente para asegurar competencia profesional, siendo necesarios otros conocimientos de índole psicológico, por ejemplo; cómo aprenden los estudiantes, conocer los afectos, dificultades y errores característicos de tal conocimiento. Los profesores deberían ser capaces también de organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, usar los recursos adecuados, y comprender los factores que condicionan la enseñanza y el aprendizaje.

Desde esta idea el profesor debe conocer y dominar los temas que va impartir a sus estudiantes además de tener presente la forma en la que logrará que el estudiante aprenda dicho conocimiento. En el caso que nos ocupa el profesor debiera al menos poder trabajar los diferentes registros de representación de los sistemas de ecuaciones de 2×2 y los pasajes entre estos registros a sabiendas de que la coordinación entre registros está implicada en la conceptualización de un concepto matemático.

Por otro lado Gavilán, García y Llinares (2007) afirman que la práctica del profesor ha sido señalada y abordada por numerosos investigadores desde distintos enfoques teóricos con el objeto de describir y proponer modelos que permitan explicarla, tal es el caso de la Teoría Antropológica de lo Didáctico en la que se abordan las maneras de enseñar como praxeologías didácticas, el Enfoque Sociocultural de la práctica en el que la actividad del profesor viene dada por la manera en la que éste crea las condiciones para que los estudiantes se introduzcan en una comunidad de práctica matemática y por último el enfoque que hace un planteamiento cognitivo en donde la práctica del profesor incluye además de lo que los profesores hacen, lo que piensan sobre lo que hacen y sus motivaciones para actuar de esa manera.

Zakaryan, Ribeiro y Valenzuela (2015) señalan que la mejora de la práctica del profesor y los resultados del aprendizaje de los alumnos, implica también una mejora de su conocimiento, siendo éste el factor que a su vez, más influye en los aprendizajes y resultados de los alumnos.

Coll y Onrubia (2001) explican cómo el conocimiento que construyen los estudiantes es indisociable de la construcción colectiva que llevan a cabo profesores y alumnos en el salón de clase y cómo la construcción de sistemas de significados y representaciones compartidas remite a *cómo uno y otro presentan, representan, elaboran y reelaboran los contenidos y tareas escolares* (p. 23).

En un primer momento lo habitual es que las representaciones que sobre un contenido específico tienen estudiantes y profesores difiera considerablemente, en cuyo caso el reto inicial consiste en conectar las representaciones del profesor y del alumno para garantizar un punto de partida compartido y orientar el proceso de enseñanza en la orientación deseada. Así la plataforma de representaciones compartidas deberá hacerse evolucionar progresivamente en los estudiantes hasta hacerla alcanzar la pretensión de la acción educativa (Coll y Onrubia, 2001).

En ese sentido, tomando en consideración la diversidad de perspectivas posibles para acercarnos al conocimiento del profesor, realizaremos éste acercamiento desde la perspectiva del *Mathematics Teachers Specialised Knowledge* (MTSK). Analizar, por ejemplo en el seguimiento del análisis didáctico que realizará el profesor, cuáles son los registros semióticos presentes sobre sistemas de ecuaciones lineales de 2X2, cuáles son los pasajes que éste realiza entre dichos registros, para posteriormente analizar estos mismos elementos en el aprendizaje de los estudiantes, de forma tal que sea posible identificar y caracterizar una relación entre estos dos aspectos.

Planteamos así la siguiente pregunta de investigación; ¿Cómo caracterizar la relación entre el conocimiento matemático del profesor sobre sistemas de ecuaciones de 2X2 y de su enseñanza, con el aprendizaje de los estudiantes sobre este tema?

Con el objetivo general de caracterizar la relación entre el conocimiento matemático del profesor sobre sistemas de ecuaciones de 2X2 y de su enseñanza con el aprendizaje de los estudiantes, planteamos como objetivos particulares:

- Identificar el conocimiento matemático del profesor sobre sistemas de ecuaciones de 2x2 en base a los resultados de análisis de contenido correspondiente al análisis didáctico que él realice.
- Caracterizar este conocimiento del profesor desde el marco teórico de las Representaciones Semióticas.
- Describir las capacidades que el profesor espera desarrollar, sobre sistemas de ecuaciones de 2x2, en los estudiantes.
- Caracterizar el aprendizaje de los estudiantes sobre sistemas de ecuaciones de 2x2 desde el marco teórico de las Representaciones Semióticas.

Si tal y como lo afirma Segura (2004) en la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales de 2X2, algunos profesores apuntan al desarrollo algorítmico y no trabajan los pasajes del registro algebraico al verbal ni del gráfico al algebraico y asumiendo la postura de Coll y Onrubia (2001) de que las representaciones del profesor y del estudiante terminan con una mayor plataforma de conexiones una vez que ha ocurrido el proceso de enseñanza aprendizaje, se espera que la caracterización de la relación entre el conocimiento matemático del profesor y de su enseñanza con el aprendizaje de los estudiantes sobre sistemas de ecuaciones de 2x2 pueda darse en términos de describir las diferentes registros de representación y conexiones que entre estos pueda establecer el profesor y aquellas que termina por construir y establecer el estudiante.

Marco teórico

Rico (2013) considera:

El análisis didáctico como un método de investigación propio de la didáctica de la matemática, que se sustenta en la historia, en la propia matemática, en la filosofía del conocimiento y de la educación, que utiliza técnicas y métodos del análisis conceptual y del análisis de contenido (p. 19)

Lupiáñez y Rico (2006) mencionan que parte de un análisis didáctico es establecer, analizar y organizar las capacidades y competencias que los profesores desean desarrollar en los estudiantes en torno a un tema específico, el análisis didáctico es considerado por los autores como un proceso cíclico donde se pretende que el profesor describa cómo debería idealmente diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

De esta manera entendemos por análisis didáctico el procedimiento que realiza el profesor para el diseño, implementación y evaluación de una hora de clase o unidad didáctica, donde el profesor organiza la enseñanza basándose, a su vez, en cuatro análisis: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación (Gómez, 2014) El conocimiento del profesor esta fusionado por el conocimiento de la materia a enseñar así como el conocimiento didáctico de ella:

“El análisis de contenido es el procedimiento en virtud del cual, el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto” (Gómez, 2014, p. 2) y se compone de tres organizadores de currículo que corresponden a las tres dimensiones del significado de un concepto en el contexto de las matemáticas escolares: *sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología*.

El análisis cognitivo es el momento en el que “el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre el concepto cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez, 2014, p. 2). Se describen las expectativas del profesor sobre lo que se espera que el alumno aprenda sobre el contenido matemático en cuestión y sobre el modo en que el alumno va a desarrollar ese aprendizaje.

El análisis de instrucción ocurre cuando “el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción” (Gómez, 2014, p. 2); y

El análisis de actuación, se da cuando “el profesor diseña los instrumentos para determinar y establecer las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que manifiestan por la implementación de la unidad didáctica (Gómez, 2014, p. 2).

Por su parte el grupo de investigación en Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Huelva propone un modelo analítico del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, MTSK (por sus siglas en inglés *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*), siendo una propuesta teórica que modela el conocimiento núcleo del profesor de matemáticas (Flores-Medrano, Escudero, Montes y Aguilar, 2014), .

En el modelo MTSK se propone la separación del conocimiento del profesor en el conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido, cada uno con tres subdominios. Tres referentes al conocimiento matemático son: Conocimiento de los tópicos (KoT), Conocimiento de la estructura matemática (KSM) y Conocimiento sobre la sintaxis de las matemáticas (KPM) (Flores-Medrano, et al, 2014).

Dados los objetivos de nuestra investigación solo nos ocuparemos del KoT, específicamente en la categoría de **registros de representación** que considera el conocimiento que tiene el profesor de las distintas formas en las que se puede representar el tema que se aborda, ya sea numérica, gráfica, verbal, analítica o cualquier otra.

Para caracterizar el conocimiento matemático de sistemas de ecuaciones de 2×2 que posee el profesor emplearemos la teoría de Representaciones Semióticas de Duval, ya que nos permite analizar las representaciones en torno a los sistemas de ecuaciones de 2×2 que domina el profesor y luego, junto a la forma en la que enuncie y organice las capacidades que espera desarrollar en los estudiantes y las actividades que propone para el desarrollo de su práctica educativa, diseñar el instrumento de evaluación del aprendizaje de los estudiantes y caracterizarlo también desde la misma teoría.

Según Nava (2006) para la teoría de Representaciones Semióticas es primordial analizar y enfatizar la importancia de la “representación” dentro de la matemática. Menciona también que no es posible analizar los fenómenos relacionados al conocimiento matemático sin requerir de la noción de representación, es decir que para analizar los conocimientos de sistemas de ecuaciones de 2×2 es necesario, desde esta teoría, recurrir a sus distintas representaciones.

Método

La investigación se realiza por medio del estudio de caso, estos estudios según Martínez (2011), tienen como objetivo documentar una experiencia o evento en profundidad o también entender un fenómeno desde la preceptiva de quienes lo vivieron.

Liñan y Contreras (2013) emplean un cuestionario y posteriormente una entrevista como una manera de lograr la caracterización del conocimiento del contenido matemático (KoT), determinado las debilidades y fortalezas respecto al tema.

Climent, Carreño y Ribeiro (2014) realizan también un cuestionario a estudiantes para profesor de matemáticas para indagar sobre el conocimiento matemático (KoT) que tienen sobre el tema de polígonos.

Dado que nuestro objetivo se centra en caracterizar la relación entre el conocimiento matemático que posee el profesor sobre sistemas de ecuaciones de 2×2 y las características de su enseñanza con el aprendizaje de los estudiantes hemos construido el siguiente esquema metodológico, para primero analizar el conocimiento matemático (KoT) del profesor y posteriormente el aprendizaje de sus estudiantes para lograr esa caracterización.

- Revisión bibliográfica.
- Diseño del cuestionario que permita identificar el conocimiento matemático del profesor sobre sistemas de 2×2 que se aplicara a 3 profesores del Colegio de Bachilleres del Estado de Zacatecas que actualmente trabajan con grupos de Matemáticas I.
- Aplicación del cuestionario y análisis de las respuestas.
- Diseño e implementación de una entrevista que nos permita profundizar en las respuestas que dieron los profesores.
- Diseño y aplicación de una segunda entrevista en la que el profesor describa cómo es y en base a qué organiza su clase sobre el sistemas de ecuaciones de 2×2 que nos permita analizar y describir el conocimiento de la enseñanza que posee del profesor.

- Diseño de un cuestionario que nos permita analizar, desde la teoría de representaciones semióticas de Duval, el aprendizaje que los estudiantes logran luego de las clases en las que se aborde el tema de sistemas de ecuaciones de 2x2 que se aplicará a los estudiantes de los 3 profesores
- Aplicación del cuestionario y posteriormente una entrevista para detallar las respuestas al cuestionario y caracterizar el aprendizaje de los estudiantes sobre sistemas de ecuaciones de 2x2 desde el marco teórico de las Representaciones Semióticas.
- Análisis de la información
- Resultados.
- Conclusiones generales.

Conclusiones

Una de las problemática que más ha interesado en el área de la educación matemática es la de determinar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesor, requerido para enseñar matemática (Badillo, Azcárate y Font, 2011).

Gavilán, García y Llinares (2007) mencionan que la relación entre la práctica del profesor, entendida como, el conjunto de actividades que genera cuando realiza las tareas que definen la enseñanza de las matemáticas y la justificación dada (Llinares, 2000, citado en Gavilán, García Llinares, 2007), y la manera de entender el aprendizaje de los alumnos, ha sido subrayada de diferentes maneras en las distintas aproximaciones y con diversos grados de precisión.

Dada pues la relación existente entre el conocimiento matemático del profesor y su conocimiento sobre la enseñanza, con el aprendizaje de los estudiantes, es que se considera importante profundizar en su análisis, esto llevará indudablemente a entender mejor el aprendizaje que alcanzan los estudiantes y el porqué de las deficiencias

Referencias

- Badillo, E., Azcárate C. y Font, Vicenc. (2011). Análisis de los niveles de comprensión de los objetos $f'(a)$ y $f'(x)$ en profesores de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(2), 191-206.
- Climent, N., Carreño, E., y Ribeiro, M. (2014). Elementos de conocimiento matemático en estudiantes para profesor de matemática. El caso de los polígonos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1761-1769.
- Coll, C., y Onrubia J. (2001). Estrategias discursivas y recursos semióticos en la construcción de sistemas de significados compartidos entre profesor y alumnos. *Investigación en la Escuela*, 45, 21-31
- Flores-Medrano, E., Escudero D., Montes M. y Aguilar, A. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Recuperado el día 06 de octubre 2015, en: http://www.researchgate.net/publication/267392675_Un_marco_terico_para_el_Co_nocimiento_especializado_del_Profesor_de_Matemticas.

- Gavilán, J. M., García, M. M. y Llinares, S. (2007). La modelación de la descomposición genética de una noción matemática. Explicando la práctica del profesor desde el punto de vista del aprendizaje potencial en los estudiantes. *Educación Matemática*, 19 (2), 5-39.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20(1), 15-31.
- Gómez, P. (2012). Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. En Gómez (Ed.) *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MADI* (pp. 1-23). Colombia: Universidad de los Andes.
- Liñán, M. y Contreras, L. (2013). Debilidades y Fortalezas en el Conocimiento de los Temas en Geometría de los Estudiantes para Maestro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *XVII Simposio Investigación en Educación Matemática*. Bilbao, España: SEIEM.
- Lupiáñez, J. L. y Rico, L. (2006). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades del aprendizaje de los escolares. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, 225-236. Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses y Universidad de Zaragoza.
- Martínez, J. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Revista de Investigación Silogismo*, 1(08).
- Nava, J. (2006). Un estudio, sobre los registros de representación algebraica y gráfica, de inecuaciones lineales y de valor absoluto (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Guerrero.
- Resultados Enlace (2014) por identidad federativa. Recuperado el día 03 de abril de 2015 en http://www.enlace.sep.gob.mx/content/ms/docs/2014/historico/32_EMedia_2014.pdf.
- Rico, L. (2013). EL método de análisis didáctico. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 33, 11-27.
- Segura, S. (2004). Sistema de Ecuaciones Lineales: Una secuencia didáctica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(1), 49-78.
- Zakaryan, D., Ribeiro, M., y Valenzuela, P. (2015). Conocimiento matemático especializado de los números racionales un caso de una profesora chilena. En *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.

Autores

Maricela Robles Robles; UAZ. México; maricela_robles2@hotmail.com

Lorena Jiménez Sandoval; UAZ. México; lorejim79@hotmail.com