

TAREAS RELACIONADAS CON EL ÁLGEBRA TEMPRANA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE PRIMARIA

Virginia Salazar Luna, Guadalupe Cabañas-Sánchez, Catalina Navarro

Resumen

El objetivo de la investigación es caracterizar las tareas relacionadas con el álgebra temprana en los libros de matemáticas de segundo y tercer año. El estudio se sustenta de un marco analítico, que toma como base tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra que consisten de: a) relaciones aritméticamente situadas, b) relaciones basadas en las propiedades matemáticas, y; c) relaciones conocidas-desconocidas. Los resultados evidencian que una mayoría de las tareas pertenecen al eje temático sentido aritmético y que se ubican en la primer categoría. Pocas tareas se ubican en la segunda categoría. En general se reconoce que las tareas relacionadas con el álgebra temprana poco aparecen en los primeros grados de la educación primaria.

Palabras claves: Libros de texto, álgebra temprana.

Introducción y problema de investigación

Los libros de texto desempeñan un papel importante respecto de lo que ocurre en las aulas (Demosthenous y Stylianides, 2014), pues contribuyen en orientar la actividad matemática y a que los estudiantes construyan conocimiento, por lo que objetivos y enfoque de enseñanza del plan de estudios se ponen manifiesto en ellos. En la mayoría de los salones de clase son las herramientas físicas más íntimamente relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje. Su papel exacto de mediación puede variar de acuerdo a las características específicas de las diferentes naciones, los sistemas educativos y en las aulas (Valverde et al., 2002). Ortiz de Haro (2002) los concibe como un medio típico de "conservar" el conocimiento matemático. Así también, como un segundo nivel de transposición didáctica, después del primer nivel que lo constituirán los currículos y programas oficiales, postura que se comparte. Bullejos (1983) y Villarrasa (1992) por su parte, sostienen que el libro de texto es, aunque no el único, el recurso más utilizado en la enseñanza, que tiene una gran influencia a la hora de decidir qué y cómo enseñar y que con el tiempo éste pasa a ser el principal controlador del currículo. En sistemas educativos centralizados, los objetivos de la educación se establecen a nivel nacional y se desarrollan a través del currículum y los libros de texto. El sistema educativo básico de nuestro país es centralizado, de manera tal que los objetivos de la educación se establecen a nivel nacional por la Secretaría de Educación Pública (SEP), quien tiene a su cargo el desarrollo de los planes y programas de estudio y los libros de texto gratuitos, entre ellos los de matemáticas. En el caso de la escuela primaria, los libros de texto de matemáticas en México se distribuyen en todo el país cada ciclo escolar en las escuelas tanto públicas como privadas. De manera que todos los alumnos tienen los mismos libros de texto de matemáticas, con la salvedad que las escuelas privadas tienen la libertad de completar con otros textos. De ahí que los responsables de las

políticas educativas los utilizan como un medio esencial para decidir lo que deben aprender los estudiantes tal como se reconoce en Battista y Clements (2000).

Los libros de texto en general y los de matemáticas en particular, a través de los siglos y en el mundo han diferido en muchos sentidos. Kilpatrick (2014) reconoce que en el caso de matemáticas, se ha dado más en el enfoque y la forma, que sobre su función o su contenido. Por cuanto a su función (principal), identifica que sirven como depositarios del conocimiento oficialmente aceptado, aunque a veces se han alistado como recursos para la solución de problemas creativos o como material para el autoaprendizaje.

La investigación sobre los libros de texto ha examinado muchas de sus características, mirando cómo han cambiado con el tiempo y, con menos frecuencia, en qué se diferencian en las comunidades (Kilpatrick, 2014), esto se asocia con las reformas educativas fundamentalmente en una mayoría de países. Hay quien se ha enfocado a identificar errores matemáticos en libros de texto de primaria, a describirlos, clasificarlos y descubrir las relaciones que pudieran existir entre las distintas clasificaciones que se establezcan, así como su incidencia en el rendimiento académico de los alumnos que los utilizan (egr. Fernández, 2013). Gravemeijer (2014) por su parte, mientras discute sobre la necesidad de transformar la enseñanza de las matemáticas en el siglo XXI, reconoce limitaciones de los actuales libros de texto como medio de hacer dicha transformación. Destaca las tareas que en ellos se plantean, pues considera que limitan a los maestros en la adaptación al tipo de razonamiento de los estudiantes. Desde su perspectiva, los libros de texto deberán informar a los maestros acerca de las teorías de instrucción local y explicar qué actividades mentales hipotéticas de trayectorias tienen que centrarse en el aprendizaje. Reconoce además, que los libros de texto tendrán que ser más explícito acerca de las teorías que se utilizan y tendrán que contener las actividades de instrucción ejemplares.

Sin duda los libros de texto desempeñan un papel fundamental en la enseñanza en general y de las matemáticas en particular. En el campo de la investigación también ha sido objeto de estudio, como se señaló previamente. En el contexto de los libros de texto de matemáticas, recientemente se inició una discusión en torno a ellos, a través del primer congreso internacional, denominado *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* por sus siglas *ICMT* realizado en el Reino Unido en julio de 2014. El objetivo general, es compartir resultados de investigación, experiencias de desarrollo y las ideas de reforma, y discutir temas y orientaciones relativas a la investigación y el desarrollo de libros de texto de matemáticas (Jones et al, 2014).

Es en torno a los libros de texto que se desarrolla la investigación que se reporta. En particular, interesa indagar en los libros de matemáticas de enseñanza básica (primaria) en México, las características de las tareas orientadas a promover el estudio del álgebra temprana, a fin de categorizarlas. La pregunta de investigación que guía el estudio es la siguiente ¿Qué características presentan las tareas relacionadas con el álgebra temprana en los libros de texto de primaria? Para llevar adelante este trabajo, se ha elegido un marco analítico.

Orientación Teórica

El estudio se sustenta de un marco analítico, el cual es una adaptación de los marcos propuestos por Thompson, Senk, y Johnson (2012) y Stylianides (2009). En este contexto, se considera en primer lugar, una unidad de análisis, que son las tareas de los libros de texto

de matemáticas (Stylianides, 2009) de primero a sexto grado de primaria. En segundo lugar, se decide que las tareas relacionadas con el álgebra temprana no se limitarán a aquellas que implicaron el uso de letras, en razón de que se considera que el simbolismo de la letra no es una condición ni necesaria ni suficiente para el pensamiento algebraico (Radford, 2010, citado en Demosthenous y Stylianides, 2014). En tercer lugar, se consideran las tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra adaptadas por Demosthenous y Stylianides (2014), que consisten de: a) relaciones aritméticamente situadas, b) relaciones basadas en las propiedades matemáticas, y; c) relaciones conocidas-desconocidas. A continuación se describe en qué consiste cada una de las categorías.

- a) Las tareas de *relaciones aritméticamente situadas* (RAS) se centran en la estructura de la aritmética ocupándose del comportamiento de operaciones aritméticas y propiedades como objetos matemáticos y por qué funcionan así. Además, estas tareas podrían involucrar a los estudiantes en la generalización de estas relaciones. Esta categoría de tareas corresponde a lo que se conoce en la literatura como aritmética generalizada (Carpenter et al., 2003; Kaput, 2008). Un ejemplo es una tarea que pide a los estudiantes para formar una expresión general para la propiedad conmutativa de la suma.
- b) Las tareas de *relaciones basadas en reglas* (RBR) se centran en las relaciones dentro de un conjunto de datos o entre conjuntos de datos. Estas tareas podrían involucrar a los estudiantes en la formación de una regla que se aplica a todos los elementos de los conjuntos de datos, poniendo a prueba las reglas plausibles, extendiendo una regla para casos cercanos y lejanos y generalizar una regla. Además, estas tareas podrían ofrecer oportunidades para trabajar con representaciones equivalentes de la misma norma (por ejemplo, verbal y expresiones algebraicas). Un ejemplo es una tarea que pide a los estudiantes a generalizar verbalmente el estado funcional de un creciente patrón geométrico.
- c) Las tareas de *relaciones conocidos – desconocidos* (RC-D) se centran en las relaciones entre cantidades y números conocidos y desconocidos, y tratan a las incógnitas como objetos (entidades que se destacan por su cuenta) y no como procesos. La naturaleza de las relaciones varían a complejas relaciones directas (es decir, las relaciones de las que no hay puente directo entre conocidos y desconocidos). Un ejemplo es el problema de la historia siguiente: "Una granja tiene pollos y conejos. Contamos a las cabezas y encontramos con 27. Contamos los pies y encontramos 78. ¿Cuántos son los pollos y cuántos son los conejos?" Esta categoría de tareas se basa en la descripción de álgebra como un conjunto de lenguajes de modelado (Kaput, 2008) y la resolución de problemas enfoque en la introducción al álgebra (Bednarz et al., 1996). El potencial de formación de expresiones y ecuaciones durante el acoplamiento con las tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra se alinea con el propósito de actividades generacionales como se define por Kieran (2004) (es decir, formando expresiones generales que surgen de los patrones y relaciones numéricas y ecuaciones que representan situaciones problemáticas).

Orientaciones metodológicas

El análisis consiste de una revisión de los textos de matemáticas aprobados por la SEP en el marco de la actual reforma educativa (SEP, 2011), así como del libro de texto para el

profesor y el programa de enseñanza de matemáticas. El análisis considera las categorías propuestas Demosthenous y Stylianides (2014). Se usan dos tipos de códigos (CO) para caracterizar las tareas: CO1: Tareas explícitas y CO2: Tareas implícitas. En las del primer tipo, aparecen explícitas las relaciones algebraicas o bien, letras. Las implícitas, cuando no se reconocen palabras claves relevantes.

Algunos resultados

El marco se aplica a la serie de los libros de texto usados en el contexto educativo mexicano en los seis grados de la educación básica de las escuelas primarias públicas. En cada uno de los libros para el docente, los *desafíos* (a modo de lecciones) se presentan organizados en cuatro secciones fundamentales: intenciones didácticas, consigna (o tareas), consideraciones previas y observaciones posteriores. La sección marcada como consigna es la que se presenta tanto en el libro del docente como en el libro del alumno, ya que es donde se plantean las actividades o problemas a realizar. En cada uno de los programas de todos los grados, el eje sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y el álgebra y la que se enfoca al trabajo de investigación hace referencia sobre la exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán ser generalizadas con el álgebra.

En la siguiente tabla se presenta la distribución por porcentaje de las tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra a lo largo de cada grado.

Categorías de tareas asociadas con el álgebra	Primer grado (n= 77, 19.8%)	Segundo grado (n=76, 19.5%)	Tercer grado (n=64, 16.4%)	Cuarto grado (n= 81, 20.8%)	Quinto grado (n= 40, 10.3%)	Sexto grado (n=50, 12.8%)
Relaciones aritméticamente situados (n=290, 74.7%)	77.9%	81.6%	76.6%	75.3%	72.5%	58%
Relaciones basadas en reglas (n=67, 17.2%)	19.5%	17.1%	14%	17.3%	10%	24%
Relaciones conocido-desconocidos (n=31, 7.9%)	2.6%	1.3%	9.4%	7.4%	17.5%	18%
Total	100	100	100	100	100	100

Tabla 1. Porcentaje de tareas asociadas al álgebra temprana, por grado

En general, en la estructura de los libros de texto de matemáticas de primaria, las tareas se organizan a través de Bloques (B). El análisis de estos textos, evidencia cinco por grado, con diferente cantidad de tareas, según los objetivos de enseñanza. En este reporte se describe el análisis realizado a los libros de texto de matemáticas de segundo a tercer grado.

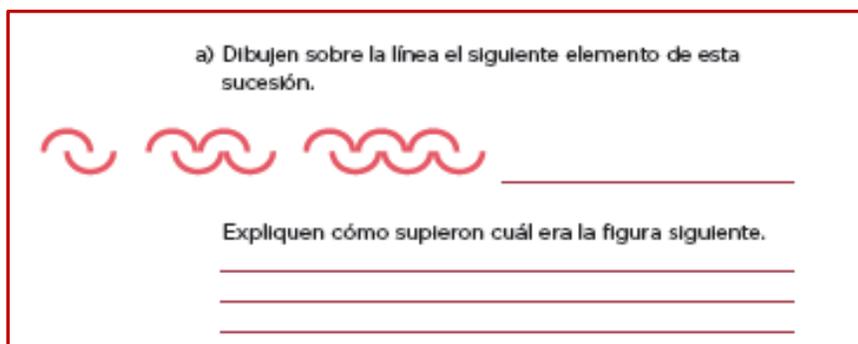
La tabla 1 muestra que las relaciones aritméticamente situadas son más frecuentes que las otras dos categorías, en estos dos grados revisados hasta el momento.

En el estudio es fundamental el análisis de las orientaciones que aparecen en el libro del profesor, en correspondencia con las tareas presentadas en el libro del alumno, con respecto al papel de las tareas relacionadas con el álgebra temprana, examinando si son del tipo CO1 o bien CO2,. Las tareas tipo CO1 se categorizan cuando se presenta al menos uno de los siguientes aspectos claves: símbolo, pensamiento, representaciones, ecuaciones algebraicas, generalización verbal, encontrar la regla, fórmula, números generales, investigando las relaciones entre números, cantidades, patrones, funciones, propiedades aritméticas y relaciones, resolución de problemas y resolviendo ecuaciones (Demosthenous y Stylianides, 2014). En ese contexto, se reconoció que en los dos libros de texto de matemáticas revisados hay un total de 140 tareas relacionadas con el álgebra temprana, de ellas, 29 son tipo CO1, mientras que las restantes 111, se corresponden con la categoría CO2.

a) Libro de matemáticas de segundo grado

En el libro de texto de matemáticas de segundo grado (SEP, 2013a), así como al programa de enseñanza (SEP, 2013b), evidencia el estudio del algebra temprana en este grado, a nivel exploratorio. Hay 85 tareas. 17 aparecen en B1, 9 en B2, 17 en B3, 15 en B4 y 18 en B5. Las tareas ubicadas en las lecciones (o Desafíos) del B1 se inscriben en la categoría tipo RAS, a las que se articulan tareas que involucran distintos significados de la adición y la sustracción.

En el caso del B2 las tareas de las lecciones 16 al 19 se ubican dentro de la categoría RAS y las tareas de las lecciones 20 a la 23 se ubican en la categoría RBR, donde se establecen las regularidades sucesiones con progresiones aritméticas. Para el caso del B3 todas las tareas presentadas se ubican dentro de la categoría RAS, ya que se menciona el trabajo comparativo, resolución de problemas que implican a la adición y sustracción e introduciendo el algoritmo convencional. En el B4 en la mayoría de las tarea que se presentan se ubicaron en la categoría RAS las tareas se encuentran diseñadas de forma aritmética ya que se pretende identificar las reglas para la escritura de los números y las propiedades que implican en la adición y sustracción. Solo dos tareas se encuentran ubicadas en la categoría de RBR por tratarse de patrones en sucesiones construidas con figuras compuestas. Por ultimo en el B5, 12 tareas se encuentran dentro de la categoría de RAS y 6 tareas dentro de la categoría RBR. Por lo tanto la mayoría de las tareas se sitúan en la categoría donde está presente las propiedades básicas de la aritmética, con muy pocas tareas donde se introduce el álgebra temprana. Un ejemplo de una tarea de este tipo, se muestra en la figura 1, la cual aparece en B2 y se ubica de acuerdo a la categoría presentada en el marco como relaciones basadas en reglas RBR.



b) *Libro de matemáticas de tercer grado*

En tercer grado se presentan las siguientes tareas relacionadas con el álgebra temprana, presentadas en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico. Las tareas establecidas en el libro *Desafíos* para el alumnos de este grado, hay un total de 96, de ellas, 22 se ubican en el B1, 15 en B2 se reconocen 23 en B3; 24 en B4 y 12 en B5. Cada tarea describe cómo se plantea desarrollarlas en condiciones de enseñanza: individual, en equipo, en parejas y grupal donde interviene el profesor. De acuerdo con cada contenido que se expresa en el programa de estudios 2011, de tercer grado se buscó la concordancia con las tareas establecidas en el libro del alumno y la categoría definida en el marco analítico, el cual se identifica que todas las tareas del B1 y B2, se consideran dentro de la categoría RAS ya que establece el comportamiento de las operaciones aritméticas y las propiedades, definiendo las operaciones de la adición y de la sustracción con procedimientos convencionales y para la introducción de la multiplicación y la división con procedimientos informales.

Para el caso de las tareas que se plantean en el B3, en el tema números y sistemas de numeración, se ubica en la categoría RBR que se especifica el trabajo con patrones, presentadas en las tareas de las lecciones 36, 37 y 38. El resto de las tareas quedan definidas dentro de la categoría RAS. Ejemplo de una tarea de este tipo, se muestra en la figura 2, la cual aparece en el B3 ubicándola en la categoría RBR, donde se pide descubrir y explicar la regularidad de una sucesión numérica.

<p>En parejas, resuelvan los siguientes problemas.</p> <p>1. José ahorra dinero de lo que le dan para sus gastos semanales. Ya tiene 175 pesos y decide incrementar 35 cada semana.</p> <p>a) ¿Cuánto tendrá ahorrado al cabo de 12 semanas?</p> <hr/> <p>b) ¿Habrá alguna semana en que haya completado 335 pesos?</p> <hr/> <p>¿Por qué?</p> <hr/>	<p>2. En cada sucesión se ha colocado un número que no le corresponde. Táchenlo y reescriban correctamente la sucesión.</p> <p>a) 1013, 1027, 1041, 1055, 1063, 1083, 1097, ...</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Justifiquen su respuesta.</p> <hr/> <hr/>
--	---



Figura 2. Tareas tipo RAS del libro de matemáticas de tercer grado

En el caso del B4, en el tema números y sistemas de numeración las tareas ubicadas en las lecciones 48 hasta el 51 se sitúan en la categoría RAS de acuerdo a la relación que se encuentra con el programa de estudio y las características especificadas en la categoría presentada en marco. En la lección 52 y 53, las tareas se ubicaron en la categoría de RBR ya que el contenido hace mención de “la identificación de la regularidad en sucesiones con figuras...”. En el tema problemas aditivos, que se aborda desde la lección 54 hasta la lección 56, las tareas se ubicaron en las tres categorías RAS, RBR y RC-D. Para el caso del tema problemas multiplicativos las tareas de las lecciones 57 hasta el 59 se sitúa en la categoría RAS.

Por último en el B5, el tema números y sistemas de numeración las tareas se ubicaron en la categoría RAS, iniciando en la lección 65 y 66. Para el caso del tema problemas aditivos las tareas presentadas en las lecciones 67 al 69 también se ubican en la categoría RAS. En el tema problemas multiplicativos las tareas de las lecciones 70 a la 72 se encuentran ubicadas en dos categorías, RAS y RC-D.

Reflexiones finales

El análisis a los dos libros de texto de matemáticas, da cuenta que una mayoría de las tareas planteadas se sitúan en el eje temático sentido aritmético, por lo tanto se encuentra situada en la categoría (RAS). Pocas tareas se ubican en la categoría RBR. En general se reconoce que las tareas relacionadas con el álgebra temprana poco aparecen en los primeros grados de la educación primaria mexicana.

Referencias bibliográficas

- Battista, M. T., & Clements, D. H. (2000). Mathematics curriculum development as a scientific endeavor. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 737-760). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bullejos, J. (1983): *Análisis de actividades en textos de física y química en 2º de BUP. Enseñanza de las Ciencias*. 1(3): 147-157.
- Demosthenous, E. & Stylianides, A. (2014). *Algebra- Related tasks in primary school textbooks*. Proceedings of the Joint Meeting 2 – 369 of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 2, pp. 369-376. Vancouver, Canadá.
- Fernández, P. (2013). *¿Yerra el niño o yerra el libro de Matemáticas?* *Números*, revista de didáctica de las matemáticas. <http://www.sinewton.org/numeros> ISSN: 1887-1984 Volumen 83, julio de 2013, páginas 131-148. Universidad de Alcalá de Henares. España.
- Gravemeijer, K. (2014). Transforming mathematics education: The role of textbooks and teachers. In Y. Li, E. A., Silver, & S. Li (Eds.), *Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices* (pp. 153-172). New York, NY: Springer.
- Jones, K., Bokhove, C., Howson, G., & Fan, L. (Eds) (2014), *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)*. Southampton: University of Southampton.
- Kilpatrick, J. (2014). *From Clay Tablet to Computer Tablet: The evolution of school mathematics textbooks*. In Jones, K., Bokhove, C., Howson, G. & Fan, L. (Eds) (2014) *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development 2014 (ICMT-2014)* 29-31. University of Southampton, UK.
- Ortiz de H, J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada Editores: Carmen Batanero y Luis Serrano.
- SEP (2013a). *Desafíos Matemáticos Alumno. Libros de texto de Primaria. Segundo grado*. México.

SEP (2013b). *Desafíos Docente. Libros de texto de Primaria para el Docente. Segundo grado*. México.

SEP (2011). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro, segundo grado*. México.

Valverde, Gilbert A., Leonard J. Bianchi, William H. Schmidt, Curtis C McKnight, & Richard G. Wolfe. (2002). *According To the Book: Using TIMSS To Investigate The Translation Of Policy Into Practice In The World Of Textbooks*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. Recuperado de: https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=e48FwrR8IAQC&oi=fnd&pg=PR7&dq=Valverde+et+al.,+2002+textbook&ots=P44_a4cWCT&sig=wOcEAYTt1HrkG7PqFoUhrJj3BE#v=onepage&q&f=false

Villarasa, A. (1992). Materials curriculares: la reforma del material. *Perspectiva escolar*, 161:2-6.

Autores

Virginia Salazar Luna; CIMATE, UAGro. México; vsalazar@uagro.mx

Guadalupe Cabañas Sánchez; CIMATE, UAGro. México; gcabañas.sanchez@gmail.com

Catalina Navarro Sandoval; CIMATE, UAGro. México; nasacamx@yahoo.com.mx