

UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DE LA PROPORCIONALIDAD

Olivia Alexandra Scholz Marbán, Sandra Areli Martínez Pérez, Miguel Ángel Huerta Vázquez

Resumen

Se diseñó una actividad para abordar los aprendizajes de la unidad 2 “Variación directamente proporcional y funciones lineales” de la asignatura de Matemáticas I en el Colegio de Ciencias y Humanidades; la actividad se pensó para poder abarcar varios aprendizajes del contenido temático y que sea el estudiante quién a partir de la manipulación concreta de un rompecabezas elabore su concepto de proporcionalidad y un obtenga un método para determinar la constante de proporcionalidad. Los resultados obtenidos fueron que mediante trabajo colaborativo los alumnos obtienen un método y una explicación de cómo obtener la medida proporcional del problema propuesto.

Palabras claves: proporcionalidad, pensamiento variacional, didáctica.

Introducción

La actividad planteada a los estudiantes se encuentra ubicada en el tema de proporcionalidad directa. Los aprendizajes involucrados corresponden a razón, proporción, operador y cociente. Se plantea la reproducción de un rompecabezas con diferente tamaño y determinar sus nuevas dimensiones, agregando con esto la noción de constante de proporcionalidad.

Se considera que el razonamiento proporcional es la parte final de la aritmética elemental y el principio básico de aquello que le sigue, el álgebra. Por tanto, ocupa una posición crucial en los programas escolares de matemáticas y ciencias. Siendo deseable que los estudiantes posean y desarrollen el pensamiento variacional que es un tema transversal en el programa de estudios del Colegio de Ciencias y Humanidades en el área de matemáticas, e incluso puede apoyar el estudio de temas de la asignatura de física como son la velocidad, fuerza, conversión de medidas y en la asignatura de matemáticas apoya el aprendizaje de fracciones equivalentes, porcentajes, proporción y razón, problemas del valor medio, por mencionar algunos ejemplos.

Se espera que al aprender conceptos y propiedades de las razones y las proporciones, los estudiantes apliquen la proporcionalidad como una herramienta conceptual en los procesos de resolución de problemas y en la construcción de conocimientos. Una de las primeras acciones consistió en buscar e identificar un problema que involucrara la movilización de conocimientos de proporcionalidad

Fundamentación

El acto de resolver un problema es un proceso que transita por diferentes etapas relacionadas entre sí, que parte del hecho de que el individuo reconozca y valore la

situación como un problema, hasta el punto en que evalúa la solución hallada y el procedimiento empleado.

Desde hace ya varias décadas Polya identificó y describió varias etapas o categorías en el proceso de resolver problemas. Inicialmente habla de la fase del entendimiento del problema. Es aquí donde es importante entender la información del enunciado del problema y las posibles relaciones. Luego ubica la etapa relacionada con la concepción de un plan y el proceso de llevarlo a cabo. Finalmente, Polya identifica la fase de evaluación de la solución o soluciones y lleva a cabo una visión retrospectiva del potencial del problema. Es decir, aquí no solamente se incluye la actividad de revisar los cálculos y operaciones, sino también evaluar el sentido de la solución y el análisis de las posibles extensiones o conexiones del problema. (Polya, 1945).

Vale la pena destacar que la resolución de problemas implica la puesta en acción de estrategias. Analizar, planificar, actuar y evaluar indican diferentes acciones o momentos de una manera de proceder denominada *estrategia*. La estrategia se relaciona directamente con la resolución de problemas, de tal suerte que no hay estrategia sin una finalidad práctica de superar un problema; esto es, no hay estrategia sin pasar por la planificación, coordinación, realización y evaluación de una serie de acciones dirigidas a la resolución de problemas.

Schoenfeld (1987) considera que no solamente es importante discutir las estrategias generales identificadas por Polya, sino también las subestrategias que cada una genera. Sugiere además que, para entender cómo intentan los estudiantes resolver los problemas y en consecuencia proponer actividades que pueden ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar dimensiones o categorías en la instrucción matemática que influyen en el proceso de resolver un problema.

Las dimensiones o categorías a las que Schoenfeld se refiere son:

- 1) dominio del conocimiento o recursos,
- 2) estrategias cognitivas o métodos heurísticos,
- 3) estrategias metacognitivas y
- 4) sistemas de creencias.

Los *recursos*, según Schoenfeld (1985), son inventario de lo que un individuo sabe y de las formas en que adquiere ese conocimiento. El uso de unos u otros recursos en la resolución de un problema está determinado por una serie de factores, entre los que se encuentran aquellos asociados al problema, como su grado de complejidad, las formas de representación existentes y las herramientas con las que se puede resolver, tanto intelectuales como técnicas; lo cual genera que el individuo responda o actúe de cierta manera al resolver el problema. De acuerdo con este autor, hay cinco tipos de conocimientos que impactan en el uso de los recursos:

- 1) Conocimiento informal e intuitivo respecto del dominio (la disciplina) o del problema por resolver, conocimiento que en muchas de las ocasiones impide a los estudiantes entender el concepto matemático bajo estudio.
- 2) Hechos y definiciones que los estudiantes deben utilizar como parte del proceso de resolución de un problema, al plantear o seleccionar alguna vía de solución. El conjunto de recursos incluye tanto los conocimientos, hechos y definiciones básicas,

como la forma en que ellos recuerdan este conocimiento y tienen acceso a él para resolver el problema.

- 3) Procedimientos rutinarios o técnicas no algorítmicas que los estudiantes utilizan para resolver ciertos tipos de problemas. Son procedimientos que se ubica en un nivel táctico; esto es, son técnicas separadas de las habilidades de nivel estratégico.
- 4) Conocimiento acerca del discurso del dominio, que se refiere a las percepciones de los estudiantes respecto de las reglas al resolver un problema, lo cual establece la dirección y los recursos utilizados en el proceso de solución.
- 5) Recursos débiles o errores consistentes que los estudiantes cometen en procedimientos simples, lo cual conduce a pensar que se trata de un mal aprendizaje.

En esta experiencia de aula el contexto del problema propuesto es de geometría y del tipo de proporcionalidad directa. La resolución consiste en transformar la figura original en otra semejante o a escala, para lo cual se debe iniciar con la comparación de las medidas de dos lados conocidos de cada figura la original y la escalada que sean correspondientes.

El planteamiento consiste en aumentar o disminuir las dimensiones de la figura original y hallar en cuánto aumentan o disminuyen las demás cantidades en la figura a escala, mediante proporciones con un valor faltante o regla de tres simple.

Método. Experiencia en clase

Se aplicó el problema con diversos grupos de matemáticas de primer semestre tanto del turno matutino como del vespertino del ciclo 2014 -2015 en el Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Azcapotzalco.

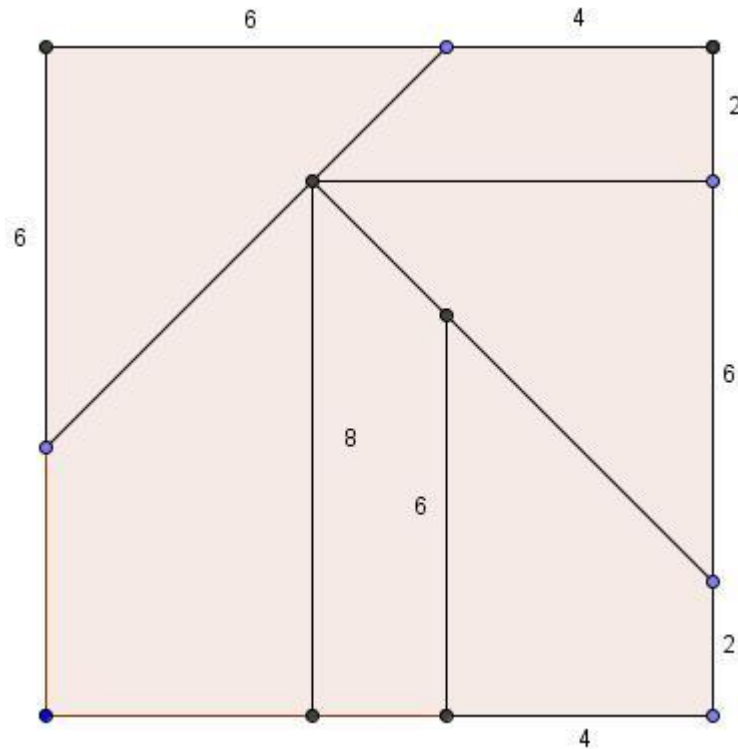
La rúbrica de la actividad planteada es la siguiente:

Rúbrica de la actividad didáctica	
Nombre:	Rompecabezas
Materia:	Matemáticas I
Unidades:	Números y Operaciones Básicas Variación Directamente Proporcional y Funciones Lineales
Temática:	Números racionales Razón Operaciones básicas con números enteros y racionales Situaciones que involucran cambio. Introducción a la noción de variación. Problemas de variación proporcional directa.

<p>Aprendizajes:</p>	<p>Decide sobre las operaciones adecuadas y su secuencia de ejecución en la resolución de problemas numéricos.</p> <p>Formula conjeturas sobre situaciones y problemas numéricos, mismos que comprueba mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, método de ensayo y error, etcétera.</p> <p>Utiliza los algoritmos tradicionales de suma, resta, multiplicación y división con números enteros y racionales.</p> <p>Ante una serie de datos, una tabla o situación verbal, en donde exista variación proporcional directa, el alumno:</p> <p>Obtiene los valores que se indiquen de y o de x, auxiliándose del reconocimiento de patrones o de la regla de tres.</p> <p>Obtiene o identifica, según el caso, la constante de proporcionalidad</p>
<p>Conocimiento matemático requerido por el profesor</p>	<p>Números Reales</p> <p>Concepto de razón</p> <p>Concepto de proporción</p> <p>Semejanza y proporcionalidad</p> <p>Geometría Euclidiana</p>
<p>Conocimiento previo de los estudiantes</p>	<p>Números racionales</p> <p>Operaciones básicas con números racionales</p> <p>Proporcionalidad</p> <p>Geometría básica, construcciones geométricas, perímetro.</p>
<p>Objetivos:</p>	<p>Enriquecer el pensamiento aritmético del alumno.</p> <p>Revisar y dar significado a los diversos algoritmos de las operaciones básicas a través del planteamiento de problemas.</p> <p>Iniciar el estudio de la variación.</p>
<p>Descripción:</p>	<p>Se diseña un rompecabezas con medidas enteras, no se proporcionan todas las medidas, pero si las necesarias para calcular el resto. Se recomienda que las figuras del rompecabezas sean triángulos, y paralelogramos, porque son las figuras geométricas que los alumnos conocen y podrían trabajar con ellas y sus medidas.</p> <p>Se forman equipos de seis integrantes.</p> <p>Se les entrega el rombecabezas impreso en una hoja de papel o se dibuja en el pizarrón para que ellos lo tracen en papel con las medidas exactas y lo recorten.</p> <p>El rompecabezas consta de seis piezas (se puede variar el número de</p>

piezas), una vez que las han recortado se les indica que cada integrante elija una pieza del rompecabezas.

El profesor le indica a cada equipo que rehaga el rompecabezas con nuevas medidas, el rompecabezas es el siguiente:



El equipo 1 hará que el lado que mide 4 ahora mida 6

El equipo 2 hará que el lado que mide 8 ahora mida 12

El equipo 3 hará que el lado que mide 4 ahora mida 3

El equipo 4 hará que el lado que mide 8 ahora mida 6

Cada integrante trabajará su pieza del rompecabezas y al finalizar de construirla integrarán todas las piezas para formar nuevamente el cuadro con las nuevas medidas.

Si alguna de las piezas no cumple con las nuevas medidas el rompecabezas no se podrá armar.

Material utilizar:	a Hojas de papel cuadriculadas Regla Tijeras
--------------------	--

Desarrollo:	Se presenta el rompecabezas al grupo y se les pide que se integren en equipos de seis integrantes, en una hojas cuadriculada dibujarán el rompecabezas y recortarán las piezas.
-------------	---

	<p>Cada integrante del equipo elige una pieza del rompecabezas.</p> <p>El profesor indica que cada equipo realizará un rompecabezas de distintas medidas y presenta las nuevas medidas para cada equipo.</p> <p>Cada integrante trabaja en realizar su pieza con las nuevas medidas.</p> <p>Al finalizar deben unir las piezas y formar nuevamente el cuadro pero será de dimensiones más grandes o más pequeñas según la indicación recibida de las nuevas medidas.</p>
Observaciones:	<p>Al trabajar la actividad los estudiantes muestran su propio razonamiento de proporcionalidad, al inicio no detectan que se trata de proporciones pero conforme arman las nuevas piezas y ven que no embonan en el rompecabezas descubren que no deben aumentar o disminuir todos los lados en la misma medida y expresan con sus propias palabras la proporcionalidad, algunos lo ven como regla de tres, otros como porcentajes, otros como equivalencia de fracciones y un equipo lo planteó como la proporción por unidad de medida.</p> <p>En la actividad falta plantear una hoja de trabajo para los equipos en los que registren las medidas del cuadrado, las nuevas medidas que obtienen para las piezas, que redacten su procedimiento, que escriban la constante de proporcionalidad.</p>
Bibliografía	<p>Flores, R. (2010) Tesis “Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria”. CICATA, IPN.</p> <p>Programa de estudios de Matemáticas Semestres I a IV. UNAM, CCH, Área de matemáticas</p>

Resultados

Al aplicar este problema como parte de una investigación, Block (2006) menciona que los estudiantes que resolvieron la actividad calcularon la diferencia o la suma y de esta manera obtuvieron las demás medidas, esto es, pusieron en práctica una estrategia aditiva una cantidad a las demás medidas originales.

El propósito de aplicar este problema obedece fundamentalmente a dos situaciones: por un lado, corresponde a un tipo de problema que es típico dentro de los problemas de proporcionalidad. Es un problema de valor faltante, pero la figura sufre una transformación (se aumenta o se disminuye) y de lo que se trata es de hallar los valores indicados, bajo el criterio de que la transformación debe realizarse manteniendo las características de la figura original; es decir, la segunda figura debe ser proporcional a la primera.

Por otro lado, resulta interesante observar el tipo de estrategia que aplican los estudiantes en la resolución, por ejemplo en la aplicación algunos usaron regla de tres, otros fracciones equivalentes, otros porcentajes y uno más explicó que su procedimiento consistió en obtener la variación por unidad

El interés por destacar estas respuestas es mostrar evidencias de que los recursos de los estudiantes en este caso *uso de conocimientos matemáticos* no solo impactan de manera directa en la estrategia que han de seguir para resolver problemas, sino que además contemplan como necesario ejecutar ciertos procedimientos que no son únicos, o bien que provienen de “otra lectura” del problema.

Conclusiones

Los estudiantes logran a partir de lo concreto y la manipulación de los objetos del problema obtener la constante de proporcionalidad mediante la experimentación a través de prueba y error, al obtenerlo son capaces de explicar a sus pares el procedimiento utilizado para la obtención de la solución y además al compartir sus métodos se percatan que no existe un solo camino de solución sino que son varios y todos son válidos.

Referencias

- Block, D. (2006). Notas sobre el papel de la noción de razón en la construcción de las fracciones en la escuela primaria. En Secretaría de Educación Pública, *Matemáticas. Antología. Primer Taller de Actualización sobre los programas de estudio 2006. Reforma de la Educación Secundaria*. México: SEP.
- Polya, G. (1945). How to solve it: A new aspect of mathematical model.
- Schoenfeld, A. H. (Ed.). (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Psychology Press.

Autores

Scholz Marbán Olivia Alexandra; CCH, UNAM. México; scholzalexa@gmail.com
Martínez Pérez Sandra Areli; CCH, UNAM. México; miarelin@hotmail.com
Huerta Vázquez Miguel Ángel; CCH, UNAM. México; mhuertav@gmail.com