EL PAPEL DEL CONTEXTO EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO ESCOLAR. ANÁLISIS SOBRE LA NOCIÓN FUNCIÓN

Landy Sosa Moguel, Eddie Aparicio Landa, Martha Jarero Kumul

Resumen

En este reporte de investigación se aporta evidencia empírica sobre el papel del contexto en el aprendizaje matemático, para el caso de relaciones funcionales en bachillerato. Así, en el marco de la teoría socioepistemológica y mediante estudios cualitativos y descriptivos se redimensiona el análisis de la dimensión sociocultural del conocimiento matemático, de y hacia la escuela. Con base en esto, se proporciona una reinterpretación del aprendizaje matemático como una relación epistémica contextual, y se concluye que las acciones y nociones de los estudiantes en tareas matemáticas, quedan enmarcadas en la configuración de éstas: la dimensión matemática, la naturaleza sociocultural y la componente cognoscitiva.

Palabras clave: Contexto, aprendizaje matemático, socioepistemología.

Introducción

En los estándares curriculares del bachillerato se establecen como competencias disciplinares: construir e interpretar modelos matemáticos; argumentar la solución de un problema por métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales; cuantificar, representar y contrastar experimental o matemáticamente magnitudes; interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos, entre otras (DGB, 2011), deben traducirse en prácticas de enseñanza en las que se establezcan condiciones para que los estudiantes estén en posibilidades de modelar matemáticamente fenómenos de la ciencia y situaciones de la cotidianidad, representar e interpretar relaciones matemáticas en distintos registros, argumentar, resolver problemas, codificar y manejar información de forma sistemática.

Sin embargo, se observan costumbres didácticas adheridas a formas estáticas y estructurales preexistentes de los saberes matemáticos en general y sobre el de función en particular, que determinan prácticas y discursos docentes centrados en la enseñanza explícita, el uso excesivo de analogías, secuencias lineales de contenidos, falta de filiación de la matemática con el cotidiano o su aspecto funcional, entre otras acciones de instrucción (Cua, 2011). Por ejemplo, la enseñanza de las funciones como entidades definidas por uno o varios prototipos de fórmulas o representaciones gráficas, hacen a los estudiantes identificarlas como objetos algebraicos o geométricos desde un punto de vista global o local, pero que puede ocasionar conflictos cuando los estudiantes confronten nociones como la función diferenciable en un punto y la linealidad como un fenómeno global asociado a una clase particular de funciones sobre el campo de los números reales (Maschietto, 2008).

Asimismo, este tipo de prácticas de enseñanza confluyen en limitaciones de aprendizaje en los estudiantes de nivel medio para poner de manifiesto el significado de los saberes matemáticos y movilizar procesos de pensamiento. Tal como se reporta en los resultados de la prueba de educación media superior del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA en el 2015, solamente el 18.8% de los estudiantes evaluados en el país cuentas con los conocimientos y habilidades matemáticas que los ubiquen en los niveles de dominio III y IV, esto es, que les permitan ser capaces de analizar relaciones entre variables de un problema contextualizado, interpretar tablas y gráficas para hacer estimaciones, conversiones o analizar información para resolver problemas, plantear modelos con ecuaciones, entre otras habilidades (SEP, 2015).

Así, la prevalencia de escenarios de tratamiento escolar de la matemática en un dominio algebraico abstracto, deductivo y sin marcos de referencias que la doten de sentido, desatiende el papel de la actividad humana y segrega las experiencias en los procesos de construcción escolar del conocimiento matemático, ocultando su significación y función social. En contraposición a su versión escolar, la matemática se concibe como una actividad humana ligada a la resolución de problemas y al servicio de otras disciplinas científicas, por ende se encuentra vinculada a prácticas sociales en tanto normativas de la actividad humana individual o colectiva (Cantoral, 2013).

Por otra parte, cada vez más es aceptada y compartida la idea de que el aprendizaje y el conocimiento matemático no son ajenos a procesos eminentemente sociales y que el *contexto* en que se sitúa una persona influye en lo que en él acontece. Es decir, las experiencias, las condiciones socioculturales, los procesos de interacción y el carácter situado de la actividad matemática de una persona son determinantes en su aprendizaje matemático (Douady, 1989; Godino y Llinares, 2000, Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010).

Lo anterior dio paso a que desde una posición contextual del conocimiento matemático, se hayan desarrollado estudios en torno a cuestionar y describir ¿Qué papel juega el contexto en los aprendizajes matemáticos, en particular sobre la noción función? ¿Qué elementos aporta el contexto para el entendimiento sobre las formas en estudiantes construyen sus marcos de referencia conceptual?

Una mirada socioepistemológica al aprendizaje matemático

En diversas investigaciones se ha participado de un interés por examinar la naturaleza de las posibles interrelaciones entre un entramado social y la producción de conocimiento matemático. En tal dirección es posible hallar o mencionar algunos trabajos que han sido desarrollados desde una perspectiva social basada en la noción de comunidades de prácticas (Wenger, 1998), algunos otros desarrollados sobre la base de una cognición socialmente situada o prácticas sociales situadas (Lave, 1997), algunos trabajos enmarcados en procesos de enculturación (Bishop, 1988; Voigt, 1998; Radford, 2006) y unos más desarrollados bajo una visión epistemológica de prácticas sociales o Socioepistemología (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006).

Lo anterior es un reflejo de la importancia otorgada en los últimos años a la dimensión sociocultural y epistemológica del conocimiento matemático en las investigaciones, no obstante aún queda por analizar en esta dimensión sociocultural, el papel del *contexto* en los procesos de construcción y difusión institucional del conocimiento matemático, pues en efecto, por un lado las nociones matemáticas han sido resultado de una eminente simbiosis prolongada de procesos sociales e intelectuales y por otro, ha sido la función histórica constructiva y explicativa de este conocimiento el que ha conferido funcionalidad a la matemática. Se puede decir que dicho conocimiento ha estado ligado a prácticas contextualizadas y normativas, quedando enmarcado en contextos específicos de re-significación, organización y de desarrollo (Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010). No obstante este posicionamiento y el trabajo investigativo puesto en la dimensión sociocultural y epistemológica de la matemática, en la escuela se sigue adoleciendo de procesos de construcción de conocimiento matemático más efectivos.

Dicho así, la existencia de una disonancia entre lo supuestamente enseñado y lo aprendido en el ámbito escolar, ha motivado el desarrollo de nuestros estudios intentando explorar y caracterizar el papel del *contexto* en procesos de producción, formas de organización y comunicación (institucional o no) de saberes matemáticos, de y hacia la escuela. De estos

En ese orden de ideas, este trabajo de investigación se enmarca en la teoría socioepistemológica, la cual consiste en analizar de forma sistémica y múltiple los fenómenos didácticos asociados a la construcción social y difusión institucional del conocimiento matemático. Se reconoce que para lograr mejores explicaciones sobre la naturaleza de los procesos de construcción institucional del conocimiento matemático, deben considerarse cuatro dimensiones del saber, lo cognoscitivo, lo epistemológico, lo didáctico y lo sociocultural. Si bien tales dimensiones se pueden analizar por separado a propósito de un saber o noción matemática específica, el trabajo socioepistemológico consiste en lograr una visión articulada y sistémica de las interrelaciones entre dichas dimensiones. Un ejemplo de esta visión articulada y sistemática propuesta en la teoría socioepistemológica puede consultarse en el trabajo de Aparicio y Cantoral (2006, 2007).

Dicho así, en la Socioepistemología interesa analizar no sólo a los participantes en sí mismos, los conceptos o la relación entre ambos, sino a la actividad y práctica social, pues la atención está puesta en las formas de constituir conocimiento (Cordero, 2005). Por tanto, un trabajo enmarcado en lo socioepistemológico no se circunscribe en los conceptos o en las personas, sino en el papel de los contextos, las herramientas y las prácticas a propósito de un saber institucionalizado o en proceso de institucionalización.

Método

La investigación se desarrolló mediante tres estudios cualitativos de carácter clínico y la población participante fueron grupos de 18 jóvenes (hombres y mujeres) de segundo semestre de bachillerato, organizados en equipos de tres integrantes.

El diseño de los instrumentos para el análisis del papel del contexto en el aprendizaje matemático se basó en un análisis socioepistemológico de la noción función en general, y función lineal en particular. De allí, se consideraron como aspectos claves del diseño:

i. el establecimiento de relaciones entre magnitudes o variables en prácticas predictivas y de modelación;
ii. la dualidad objeto-proceso de las funciones y la inclusión de tareas ligadas al pensamiento y lenguaje variacional;
iii. el estudio de relaciones entre variables en diferentes representaciones y no limitado a un trabajo con conjuntos asociado a la noción de función como regla de correspondencia; y
iv. situar a los participantes en escenarios de estudio de situaciones variacionales.

Datos y resultados

Las experiencias como parte constitutivas de la actividad cognitiva

Aspectos socioculturales como las experiencias y vivencias cotidianas de los estudiantes son aspectos que movilizan y tipifican sus razonamientos al momento de resolver tareas matemáticas.

Actividad

Instrucción. Se está realizando un experimento con autos de control remoto en una carrera. En la siguiente imagen se muestra información de las posiciones de los autos en los últimos 25 metros de la carrera, antes de llegar a la meta. Resuelve la actividad para predecir la posición de un auto en un tiempo determinado de la carrera.

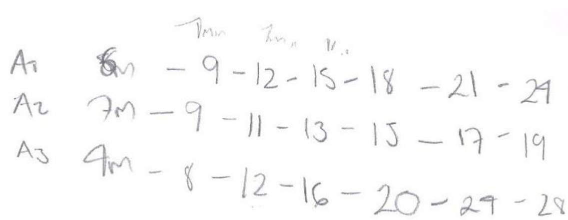
a) Indica en qué lugar o posición llegarán los autos a la meta. Explica tu respuesta.

b) Proporciona un modelo matemático que permita calcular la posición de cada auto conforme el tiempo transcurre

c) Ahora fíjate en la distancia que les falta recorrer a los autos para llegar a la meta, ¿Qué tan lejos de la meta estará el auto dos cuando hayan transcurrido tres minutos en el lapso que se ilustra de la carrera?

En la actividad anterior, las experiencias e ideas de los estudiantes asociadas a nociones como distancia y tiempo, tales como “a mayor velocidad se recorren *distancias* iguales en menor *tiempo*”, suscitaron interpretar la información sobre la velocidad a través de dichas nociones y, ante la predicción requerida, movilizar recursos matemáticos para interpretar, cuantificar y modelar lo variacional en la situación. Las estrategias y argumentos que emplearon algunos de los estudiantes en sus respuestas a la Tarea a) fueron:

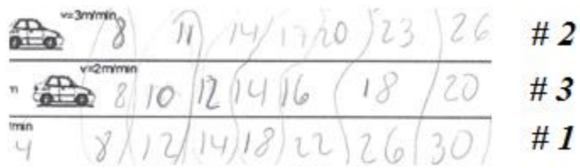
G1



Auto 3: Ganador.

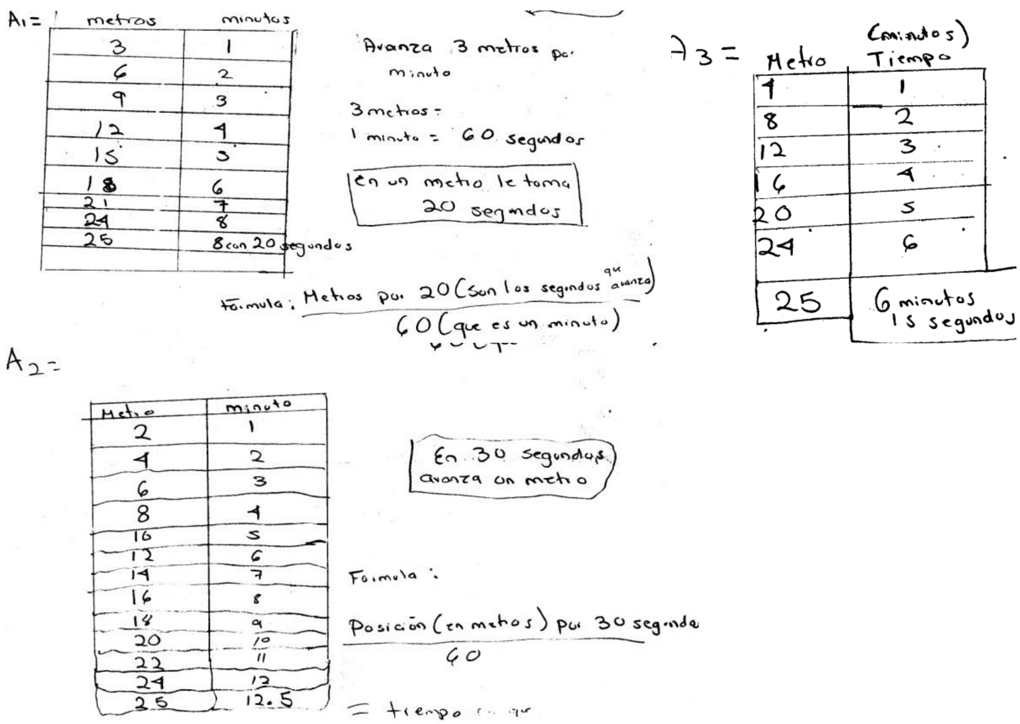
Si en 1 minuto recorre 4 metros, en 25 metros, 6.25 minutos.

G2



El A3, A1, A2 por los metros que avanza cada minuto.

G3



Llegará primero A3, A1, A2 por la velocidad.

Así, la naturaleza de la situación posibilitó que los estudiantes incorporaran sus experiencias y pusieran en juego recursos para cuantificar cambios y estimar datos, lo que les permitió no solo identificar la ley de comportamiento de las variables en la situación (variación constante), sino establecer modelos algebraicos de la distancia recorrida por los autos en cierto tiempo, tal como:

A1: $3x + 5 = y$ $\quad x: tiempo$

A2: $2x + 6 = y$ $\quad y: distancia$

A3: $4x = y$

Con base en ésta y otras situaciones de estudio de relaciones entre variables en contextos de cuantificación de lo variacional (véase Pérez, 2011; López, 2011; Sosa, Aparicio y Pérez, 2012) se puede inferir que, nociones como función o relación funcional se desarrollarán y constituirán como un conocimiento en los individuos, solo hasta que aparezca como resultado de estudiar y establecer en forma sistémica, un conjunto de relaciones en diversidad de contextos.

La actividad humana en el desarrollo de nociones matemáticas

Las actividades humanas como comparar, interpretar y argumentar otorgan sentido y significado a las acciones y nociones de los estudiantes en prácticas de predicción-modelación. La acción de interpretar se convirtió en una estrategia de los estudiantes para tratar información y decodificar patrones de variación, lo que les permitió establecer modelos algebraicos de las relaciones funcionales de una situación.

Actividad

III. A continuación se te proporciona información sobre los datos que una empresa registra mensualmente sobre sus costos de producción y sus ingresos que obtiene por las ventas que realiza. Echa un vistazo a las Tablas 1 y 2.

Tabla 1. Registro del costo de un producto por mes

1	2	3	4	...	7	8	...	12	Mes
1	4	9	16	...			...		**Costo en dólares**

Tabla 2. Registro del ingreso de las ventas por mes

1	2	3	4	...	7	8	...	12	Mes
2	6	12	20	...			...		**Ventas en dólares**

Tu tarea es explicar qué información se representa en la Tabla 3 y completar la información faltante. Es decir, completar los valores faltantes en las filas, darle un título a la tabla e indicar lo que iría en la celda debajo de la celda Mes.

Tabla 3

1	2	3	4	...	7	8	...	11	Mes
	2			...		8	...		

La tarea en esta actividad consistía en determinar expresiones algebraicas que representaran a cada tabla numérica, para ello se pidió estimar los valores respectivos al mes veinte de cada tabla. Las producciones de algunos estudiantes fueron las siguientes:

E1: *En la tabla 1 los números que faltaban se conseguían al elevar al cuadrado los números de arriba =* n^2

En la tabla 2 los valores que faltaban se obtenían multiplicando el número del mes por el mes siguiente…=$(n)(n+1)$

En la tabla 3… se obtenían de los valores obtenidos anteriormente en la tabla 1 y la 2, por ejemplo, en el mes 3 era $12-9=3$.

$vd-cd=9$, vd *=venta en dólares,* cd *=costo en dólares,* g *=ganancia*

Para el veinteavo mes: tabla #1=400; tabla #1=420 y tabla #1=20

E2:

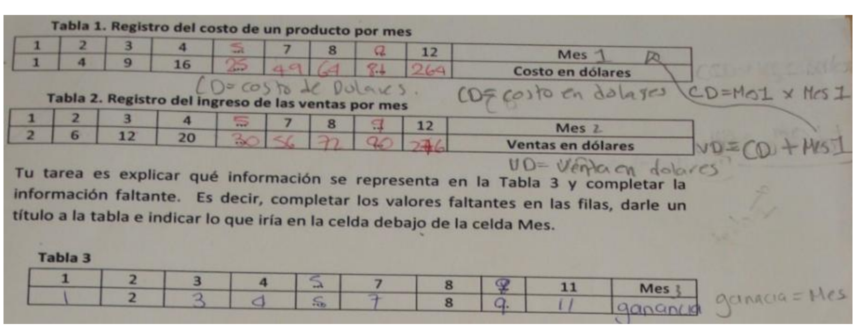


Tabla 1. Registro del costo de un producto por mes

1	2	3	4	5	7	8	9	12	Mes 1
1	4	9	16	25	49	64	81	264	Costo en dólares

CD= costo de Dolares. CD= costo en dolares CD=Mes 1 × Mes 1

Tabla 2. Registro del ingreso de las ventas por mes

1	2	3	4	5	7	8	9	12	Mes 2
2	6	12	20	30	56	72	90	276	Ventas en dólares

VD=CD + Mes 1

VD= Venta en dolares

Tu tarea es explicar qué información se representa en la Tabla 3 y completar la información faltante. Es decir, completar los valores faltantes en las filas, darle un título a la tabla e indicar lo que iría en la celda debajo de la celda Mes.

Tabla 3

1	2	3	4	5	7	8	9	11	Mes 3
1	2	3	4	5	7	8	9.	11	ganancia

ganancia = Mes

E3:

- *En la primera tabla es una sucesión de números multiplicados por sí mismos.* x^2
- *En la segunda tabla es una sucesión de números que van como que se multiplica por el número que les sigue (*$2 \times 3 = 6$, $3 \times 4 = 12$, $4 \times 5 = 20$). $(x + 1)(x)$
- *La tercera tabla se muestra el número de productos por mes que se vendieron.* $x = x$ *(productos vendidos)*

Se evidencia que en prácticas de predicción y modelación, los estudiantes llevan a cabo actividades humanas como comparar e interpretar, que en articulación con la cuantificación de lo cambiante, favorecen que movilicen sus esquemas y desarrollen nociones como variación y función, hasta el punto de establecer expresiones algebraicas de relaciones funcionales. El papel de actividades humanas como las antes referidas también se verifica en situaciones de estudio del movimiento en escenarios dinámicos y gráficos (Aparicio, Torres, Sosa y López, 2011).

El contexto en tareas matemáticas

En los estudios se observó que las acciones y herramientas matemáticas activadas por los estudiantes quedan enmarcadas en el contexto más que en los saberes. El que los jóvenes estudiantes realicen de una u otra manera ciertas tareas matemáticas, queda enmarcado en la configuración de las mismas, es decir, por la *dimensión matemática*, la *naturaleza sociocultural* y la *componente cognoscitiva*.

La *dimensión matemática* es entendida como aquella que involucra acciones basadas en aspectos intramatemáticos tales como procesos, secuencias, operaciones, fórmulas, y el bagaje de conocimiento matemático (conceptos y nociones matemáticos). En las actividades anteriores, esta dimensión se hace visible en la cuantificación de lo variacional a través del cálculo de diferencias, la identificación de regularidades o comportamientos numéricos en tablas, nociones sobre proporcionalidad y variación constante.

Lo *sociocultural* en el contexto de la tarea se refiere a la presencia de prácticas asociadas a lo social: relacionar, comparar, predecir,…, así como a las experiencias, el sentido común y aquellos aspectos vivenciales del estudiantes que le permiten conferirle sentido y significado a su actividad matemática, y detonan la movilización de recursos matemáticos.

La *dimensión cognitiva*, tiene que ver con las acciones causadas por los procesos mentales del individuo, particularmente el nivel alcanzado en el desarrollo del pensamiento matemático (Chan, 2011), implica al razonamiento, la memoria y la lógica que provienen de procesos asociados a la cognición.

Conclusiones

Con los datos evidenciados en esta investigación, es posible establecer como error didáctico, el promover en la escuela la idea de que las matemáticas son a priori a prácticas sociales y externas al contexto de los individuos. Igualmente es un error ignorar que aspectos tales como extraer una noción apropiada en una situación concreta, generalizar a partir de la observación de casos, generar argumentos inductivos y usar la intuición para conjeturar, constituyen modos de pensamiento matemático que deben verse favorecidos por el discurso matemático escolar, pues tal como se evidencia en los trabajos de López (2011), Chan (2011), Pérez (2011) y Moguel (2011), el sentido de las tareas y los significados construidos están íntimamente ligados a las experiencias y al contexto en las cuales se desarrollan. En estos es notorio que los procesos de construcción de conocimiento matemático quedan vinculados tanto a la práctica de predecir y modelar matemáticamente, como a la actividad de decidir en tanto cualidad social del humano.

Se ha podido inferir de nuestros estudios, que el análisis del contexto posibilita ampliar el entendimiento sobre los procesos de construcción y difusión social e institucional de la matemática. De estos se ha identificado que el aprendizaje matemático es un proceso relacional epistémico contextual, es decir, un proceso perneado por aspectos socioculturales que se entrelazan en forma sistémica con la cognición y la posibilidad de establecer relaciones matemáticas sobre las cuales las personas logran entender o poseer un conocimiento. En dicho proceso la relación sujeto-objeto y la movilización de la cognición de quien aprende dependen ambas de las condiciones socioculturales en las que se sitúa el sujeto. Tal es el caso de lo contextual al momento de resolver tareas o actividades de índole matemático donde no solo se dota de sentido a las tareas y a la matemática misma, sino que se construyen y reconstruyen epistemologías de conocimiento (Aparicio y Cantoral 2006; Aparicio, Torres, Sosa y López, 2011).

Referencias

Aparicio, E. y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* 9(1), 7-30.

Aparicio, E.; Sosa, L.; Jarero, M. y Tuyub, I. (2010). Conocimiento matemático. Un estudio sobre el papel de los contextos. En R. Rodríguez, E. Aparicio, M. Jarero, L. Sosa, B. Ruiz, F. Rodríguez, J. Lezama y M. Solís (Eds.), Memoria electrónica de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa (pp. 167-174). Nuevo León, México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa, A.C.

Aparicio, E.; Torres, L.; Sosa, M. y López, A. (2011). Comparación e interpretación como actividades humanas en procesos de construcción de conocimiento matemático. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, UNION, 27, 63-73.

Bishop, A. (1988). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Chan, M. (2011). *Prácticas matemáticas de estudiantes en bachillerato. Un análisis sobre su efectividad*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán, México.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías de conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8(3), 365-386.

Covian, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la cultura maya*. Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, D.F., México.

Cua, D. (2011). *Docencia en matemáticas. Análisis sobre los efectos de prácticas educativas en bachillerato.* Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán, México.

Dirección General del Bachillerato (2011). Documento base del bachillerato general. México: Secretaría de Educación Pública.

Godino, J. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo en educación matemática. *Educación Matemática*, *12*(1), 70-92.

Lave, J. (1997). The culture of acquisition and the practice of understanding. En D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition. Social, semiotic and psychological perspectives* (pp. 17-35). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

López, L. (2011). *Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán, México.

Maschietto, M. (2008). Graphic Calculators and Micro-Straightness: Analysis of a Didactic Engineering. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *13*(3), 207–230.

Moguel, G. (2011). *Predicción y modelación matemática. Características de un punto de encuentro*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán, México.

Pérez, I. (2011). *Unidades didácticas en el área de precálculo. Un estudio sobre la efectividad de organizadores de contenido*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Yucatán, México.

Radford, L. (2006). Elementos de una cultura de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* Número especial. 103-129.

SEP (2015). *Difusión de resultados PLANEA media superior 2015*. México: Secretaría de educación pública. Recuperado el 10 de Agosto de 2015 de: http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2015/PLANEA_MS2015_publicacion_resultados_040815.pdf

Voigt, J. (1998). The culture of the mathematics classroom: Negotiating the mathematical meaning of empirical phenomena. En F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (Eds.), *The culture of the mathematics classroom* (pp. 191 – 220). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, Meaning, and Identity.* Cambridge: Cambridge University Press.

Autores

Landy Sosa Moguel; UADY. México; smoguel@uady.mx
Eddie Aparicio Landa; UADY. México; alanda@uady.mx
Martha Jarero Kumul; UADY. México; jarerok@uady.mx