

LA EMERGENCIA DE LO CUADRÁTICO DESDE LA MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO

Jaime Arrieta Vera

Instituto Tecnológico de Acapulco, jaime.arrieta@gmail.com

Ricardo Benítez Jiménez

Instituto Tecnológico de Acapulco, benitezjimenezricardo@gmail.com

Onésimo Ramos Magallón

Instituto Tecnológico de Acapulco, oramosmagallon@me.com

Resumen

La emergencia de lo cuadrático desde las prácticas de modelación del movimiento de Galileo es el centro de este laboratorio. En éste se analizan parábolas desde las conjeturas que Galileo realizó en sus prácticas de modelación, restringido el estudio a la parábola como la trayectoria de un proyectil y a la parábola como la relación entre tiempos y espacios recorridos por un esfera en un plano inclinado. Los participantes modelarán los fenómenos de caída libre y tiro parabólico, basándose en las prácticas extraídas de los folios originales de Galileo con ayuda de software de simulación multiplataforma desarrollado por el Laboratorio Virtual Móvil de Ciencias Básicas. La perspectiva teórica que soporta este trabajo es la Socioepistemología.

Palabras clave: Modelación, lo Cuadrático, Parábola, Galileo, Simulación.

1. PROPÓSITO Y ALCANCE

Las intenciones del laboratorio son cinco.

- Realizar una aproximación a los conceptos de experimentación, simulación y modelación, definir las características, diferencias y similitudes de cada uno de estos, así como su importancia en la Matemática Educativa.
- Analizar las prácticas hipotéticas de modelación de Galileo relacionadas con los fenómenos de caída libre y tiro parabólico, levantando hipótesis acerca de las herramientas que utilizó, los procedimientos que desarrolló y los argumentos que esgrimió.
- Realizar una primera aproximación a la validación de las hipótesis a partir del análisis de los folios originales de Galileo.
- Modelar las prácticas hipotéticas de Galileo con apoyo de dos simuladores virtuales que permiten la experimentación de los fenómenos de Caída Libre y Tiro Parabólico.

- Presentar el Laboratorio Virtual Móvil de Ciencias Básicas (LVMCB) como una herramienta que ayude en el proceso de aprendizaje-enseñanza en las instituciones educativas.

La importancia del laboratorio radica en que el análisis de las prácticas de Galileo puede servir de base para diseños de aprendizaje con base en la modelación, particularmente de la modelación del movimiento, a través de simuladores digitales multiplataforma.

1.1. Perfil del participante

Este laboratorio está dirigido a profesores de los niveles secundaria, medio superior y superior de las áreas de matemáticas y física, así como para estudiantes de licenciatura o posgrado de física, matemáticas o matemática educativa con interés en la temática de modelación y aplicaciones y matemática en contexto.

2. MARCO CONCEPTUAL

El soporte de este trabajo está basado en las tres dimensiones de la perspectiva teórica sistémica, la dimensiones didáctica, cognitiva y epistemológica en un contexto social. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa responde a la construcción de nuestros sistemas conceptuales desde tres planos, la dimensión didáctica íntimamente relacionada con el saber. El saber no se limita, en esta perspectiva, a definir la relación que este guarda con los objetos matemáticos, sino a posicionar al ser humano, en sus distintas dimensiones. El segundo plano, la práctica social correspondiente a toda actividad humana como base de la construcción de nuestros sistemas conceptuales. El tercer plano, el plano teórico, se ocupa de caracterizar las articulaciones teóricas, con una fuerte evidencia empírica, de nociones, procesos y términos del modelo de construcción social del conocimiento (Cantoral, 2013).

Desde la mirada socioepistemológica, nos distinguimos de perspectivas que aluden a las nociones matemáticas como objetos que precisen ser enseñados desde la obra matemática. En esta investigación privilegiamos la matemática como herramienta además provista de intenciones, de procedimientos y argumentaciones. Una matemática que propicia formas de actuar en contextos específicos.

Concebimos a la modelación como una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas, llamado lo modelado, a partir de la otra, llamado el modelo. La

diversidad, tanto de las entidades que intervienen en la articulación como de la naturaleza de la intervención, hacen posible identificar a la modelación como una práctica recurrente en diferentes comunidades (Arrieta y Díaz, 2015).

Una entidad se convierte en modelo cuando el actor lo usa para intervenir en la otra entidad, por lo que deviene en herramienta. Los entes matemáticos al modelar, son herramientas. Desde esta perspectiva el modelo no existe independiente de la actividad de quién modela.

La articulación de los entes iniciales da lugar a un nuevo ente, al modelo, mo , que resulta adherido a lo modelado, ma . Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela y que podemos denotar (ma, mo) y que nominamos dipolo modélico (DM).

La naturaleza de la modelación radica en la potencia que imprime la articulación y la intencionalidad de intervenir. Esto implica la necesidad de interactuar con la entidad en la que se desea intervenir, es decir la necesidad de la experimentación en sentido amplio. Sin embargo, la interacción con lo que se pretende modelar, no es suficiente para caracterizar a las prácticas de modelación, esta suficiencia se establece con el acto de articular dos entes con la intención de intervenir en uno a partir del otro.

En el trabajo de Galileo articula planos inclinados, con esferas, con datos numéricos, con diferentes figuraciones y con expresiones en lenguaje natural. Para manufacturar el tiempo, Galileo construye diferentes articulaciones, el tiempo-peso, el tiempo-segundo, el tiempo-pulso y el tiempo-número. Estas son herramientas que utiliza Galileo para modelar, las utiliza con diferentes intenciones.

Lo diverso de las herramientas lo otorga la diferencia en las intenciones, argumentos y procedimientos. Esta diversidad se devela en el análisis de estos elementos que hemos llamado deconstrucción (Galicia, 2015).

El esquema de prácticas y herramientas y/o productos que guían al laboratorio parte de la experimentación con el fenómeno, obteniendo datos, se modelan, obteniendo modelos y con estos se simula, obteniendo simulaciones del fenómeno, para concluir se contrastan los datos del fenómeno simulado con el fenómeno.

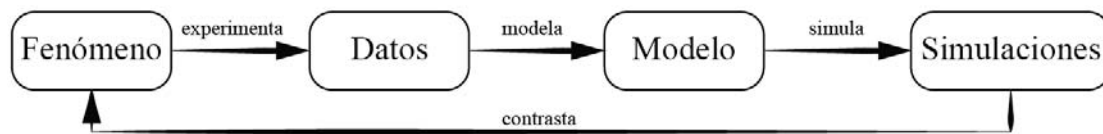


Figura 1. Esquema de prácticas.

3. MÉTODO

El laboratorio se dividirá en tres etapas. En la primera etapa se estudiarán los conceptos de experimentación, simulación y modelación, las prácticas de modelación hipotéticas de Galileo y también la parábola de Apolonio, en la segunda etapa se estudiará la parábola como la trayectoria de un proyectil y la parábola como el modelo gráfico del movimiento de una esfera descendiendo por un plano inclinado, para la tercera etapa se estudiarán estas parábolas a través de dos simuladores de modelación de la Caída Libre y del Tiro Parabólico, así como también la presentación de LVMCB. Para ello se pone en escena un diseño de aprendizaje en cada etapa. Se utilizan simulaciones digitales elaboradas por nosotros, para tablets, smartphones y computadoras y software de matemáticas interactivo, GeoGebra.

En cada etapa se proponen actividades de modelación a los participantes y posteriormente se reflexiona con base en sus producciones y en los folios originales de Galileo.

La dinámica del taller implica trabajo en equipo y discusiones grupales. Los materiales de trabajo son PC's, folios originales de Galileo, software elaborado en Unity y Geogebra y tres diseños de didácticos.

3.1. Diseños didácticos

En el laboratorio utilizaremos tres diseños didácticos, uno para cada etapa.

Primer diseño. Alrededor del año 1600 el plano inclinado es sugerido a Galileo por Guidobaldo del Monte para estudiar la trayectoria parabólica de los proyectiles. Guidobaldo sostiene, en el primer tratado moderno de mecánica el Liber mechanicorum (1577) (Drake, 1978) que la trayectoria del proyectil es de una parábola invertida, que está formado por la holgura de una cuerda en posición horizontal.



Figura 1. En su “Meditatiunculae” Guidobaldo anotó en 1592 sus resultados sobre la trayectoria de los proyectiles (Reen, 2009)

Galileo Galilei (1564-1642), matemático y físico italiano, conocía las trayectorias parabólicas ya que, aunque no las denominaba así, experimentaba con tiros parabólicos, este hombre fue el primero que dio una descripción moderna y cualitativa del movimiento de proyectiles dando las bases para su conocimiento y demostró que la trayectoria de cualquier proyectil es una parábola. Galileo realizó un experimento con dos objetos: impulsó uno horizontalmente desde una mesa y dejó caer otro cuerpo desde el borde verticalmente. Al dejar caer un cuerpo A verticalmente y lanzando horizontalmente en el mismo instante un objeto B con una velocidad horizontal, Galileo Galilei comprobó que ambos caen al mismo tiempo; es decir tardan lo mismo en llegar al suelo.

Galileo en el Teorema I, proposición I de su obra Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias, plantea sus conclusiones sobre las trayectorias de proyectiles.

“Un proyectil que se desliza con un movimiento compuesto por un movimiento horizontal y uniforme y por un movimiento descendente, naturalmente acelerado, describe, con dicho movimiento, una línea semiparabólica” (Galileo, 1638).

Álvarez y Posadas (2003) utilizan el arreglo experimental de la figura 2 y contrasta los datos obtenidos con los que Galileo presenta en sus folios, particularmente en el folio 116 v.

Para este diseño de aprendizaje, se comparten las producciones de los equipos y con base en estas y en los folios 116v y 181r de los manuscritos de Galileo se analiza, en una discusión grupal, a la parábola como modelo para la trayectoria de un proyectil. Para ello se analizan las intenciones, los procedimientos y los argumentos al modelar.

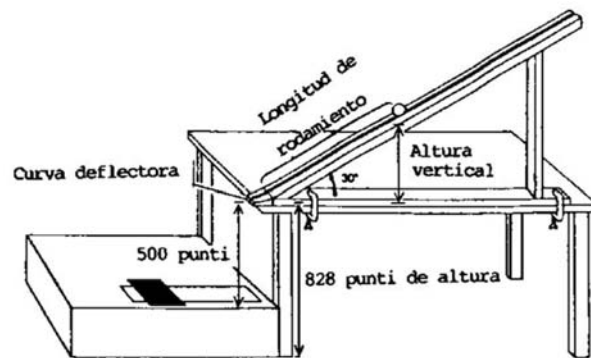


Figura 2. Arreglo experimental propuesto por Álvarez y Posadas (2003) para reproducir el experimento de Galileo

Para esta etapa del laboratorio se pretende que los participantes modelen el tiro parabólico de un proyectil con ayuda de un simulador digital que forma parte de LVMCB, recojan los datos, analicen el fenómeno con diferentes configuraciones, para esta actividad se conformarán equipos de tres o dos participantes.

Segundo diseño. Por otro lado, la caída libre es un fenómeno habitual, objeto de estudio de los antiguos griegos, quienes lo habían tratado de explicar sin realizar experimento alguno, las ideas propuestas por estos permanecieron casi 2000 años. Galileo Galilei fue quien cambió la manera en la que se percibía dicho movimiento.

Regresando a la antigua Grecia, Aristóteles había establecido que entre más pese un cuerpo, más rápido es la caída de este. Esta afirmación parecía ser razonable. ¿Por qué un cuerpo más pesado no habría de caer con más rapidez?

El problema radica en que los objetos ligeros son frenados por la resistencia del aire, por lo tanto, no deben considerarse sólo relativamente pesados. Es cierto que en 1589 Galileo emprendió una serie de meticulosas pruebas con caída de cuerpos. Estos caían con demasiada rapidez como para facilitar la medición de la velocidad con la que estos caían, especialmente por la falta de las herramientas para medir períodos breves de tiempo.

El fenómeno de caída libre se encuentra en forma experimental en una obra de Galileo Galilei Ammannati (1564-1642), físico y astrónomo italiano, fundador de la ciencia de la cinemática y con ello la construcción de la metodología experimental en la física actual. La obra de Galileo que contiene el experimento de la caída libre, ha sido objeto de opiniones encontradas, que, en caso de haber realizado el experimento, el científico italiano aplicó, en muchos casos, un análisis matemático ideal (plano liso sin fricción, bola perfectamente esférica) Ilustración 2.1, contrario a lo

que sería en una situación real (plano rugoso con fricción, bola cuasi-esférica) (Álvarez y Posadas, 2003).



Figura 2. Plano inclinado en el museo “Galileo Galilei”.

En la época de Galileo prevalecían diversas conjeturas entorno a la relación entre las distancias que recorrían un objeto en caída libre y sus velocidades. Por ejemplo, Leonardo Da Vinci enuncia la relación que guardan la velocidad con la distancia recorrida por un objeto en la caída libre (Álvarez, 2012):

“El cuerpo que se mueve con movimiento natural adquiere en cada estadio de movimiento estadios de velocidad; tales estadios (de velocidad) se encuentran en la misma proporción el último respecto al penúltimo como el segundo respecto al primero.”

Para esta etapa del laboratorio se pretende que los participantes modelen el fenómeno de caída libre de un proyectil con ayuda de un simulador digital que forma parte de LVMCB, capturen los datos, analicen la simulación con diferentes configuraciones, para esta actividad se conformarán equipos de trabajo de tres o dos participantes.

Tercer diseño. En este tercer diseño didáctico se propone a los participantes del laboratorio, organizados en equipos, analizar las características y los elementos principales que constituyen una parábola, mediante GeoGebra, software de uso libre, que permite la graficación de fórmulas matemáticas de manera interactiva, considerando la modelación, la recolección de datos y las diferentes configuraciones obtenidas con ayuda de los simuladores digitales, se grafican dichos datos para construir la parábola que rige cada uno de los diferentes fenómenos, se analizan los elementos característicos de dichas parábolas con ayuda de hojas de cálculo.

Se expone ante los participantes el LVMCB, plataforma en la cual podrán tener acceso a la información básica de la misma y también a los diferentes simuladores utilizados en el presente laboratorio.

4. CONSIDERACIONES FINALES

El presente laboratorio ayudará a reconocer la importancia de la experimentación, simulación y modelación en el aula, partiendo de las prácticas de modelación del movimiento que Galileo realizó. Los entendimientos al respecto sin duda contribuyen al diseño de actividades para ser incorporadas al discurso matemático escolar.

Los participantes lograrán identificar las características y elementos propios de las parábolas, que se extraen en cada uno de los diseños didácticos, también serán capaces de distinguir las parábolas que se utilizan en los diseños didácticos con base en las intenciones, argumentos y procedimientos.

Se utiliza software elaborado por el LVMCB para el reconocimiento de los elementos de una parábola y se compara con la definición de parábolas, sus elementos y características. El trabajo se realiza en equipos de trabajo de tres o dos participantes y se culmina con una discusión de todo el grupo.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, J. y Posadas, V. (2003). La obra de Galileo y la conformación del experimento en la física. *Revista Mexicana de Física*, 49 (1): 61–73.
- Álvarez, J. (2012). El fenómeno de la caída de los cuerpos. *Revista Mexicana de Física*, 58: 36–40.
- Arrieta, J. y Díaz L. (2015). Una Perspectiva de la Modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18 (1): 19-42.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Drake, S. (1978). *Galileo at work: his scientific biography*. Chicago: University of Chicago Press.
- Galicia, A. (2015). *Desplazamiento de la práctica de diluciones desde la comunidad de ingenieros bioquímicos a la escuela*. Tesis doctoral no publicada. Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero. México.
- Galilei, G. (1638). *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Recuperado de <https://cienciaescolar.files.wordpress.com/2009/05/galileo-galilei.pdf>
- Reen, J. (2009). La revolución de Galileo y la transformación de la ciencia. *Investigación y Ciencia*, 394: 50-59.