

HABILIDAD DE REPRESENTAR AL RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS: ¿CÓMO PROMOVER Y QUÉ OBSERVAR EN LOS ESTUDIANTES?

Eugenio Chandía Muñoz, Paula González Isamit, Carmen Sepúlveda Vázquez
Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE), Universidad de Chile

Resumen: La habilidad de representar es crucial al pensar o razonar matemáticamente. Entonces cómo se puede promover, o bien qué debería observar el profesor en los estudiantes para darse cuenta que esta habilidad está en uso, es una cuestión que en la última década a despertado bastante interés. De esta forma, esta investigación aborda una manera de dar oportunidades para el desarrollo de esta habilidad en estudiantes de Educación Básica al resolver problemas matemáticos, analizando los tipos de representaciones que estos usan, las transformaciones que hacen y las interacciones que emplean entre un tipo de representación y otra. Los resultados parciales muestran que al resolver problemas los estudiantes crean una primera representación real del problema, significando los elementos de las situaciones que les presenta el profesor, luego trazan verbalmente estrategias, las cuales algunas se transforman en concretas o visuales.

Resolución de problemas matemáticos, representaciones, transformación

INTRODUCCIÓN

Tanta es la importancia de la habilidad de Representar al razonar y pensar matemáticamente, que se ha incluido tanto en pruebas internacionales como en currículos escolares de matemáticas, por ejemplo se encuentra en los currículos de Singapur, EEUU y Chile (CCSS, 2010; MINEDUC, 2012; Yee, 2006). En este último, Representar es una de las cuatro habilidades transversales que se espera pueda desarrollar un estudiante al egresar del sistema escolar. Sin embargo, al analizar los planes y programas de Chile, o bien las bases curriculares, no se observa qué debe hacer un profesor para promover alguna habilidad en específico y tampoco, qué se debe observar en los estudiantes para corroborar que un estudiante esté interpretando, usando, diseñando o comunicando una representación matemática. En este último aspecto, en cuanto a qué se debe observar en los estudiantes o en sus producciones, ya hay avances, por ejemplo PISA incluye ítems para medir esta habilidad, donde se demanda a los niños y niñas a usar, interpretar o diseñar representaciones (OCDE, 2015). Sin embargo, y tal como lo plantea en la literatura, las habilidades debieran observarse en conductas y acciones, donde el sujeto muestra el desarrollo de sus procesos al abordar un tarea (Blömeke, Gustafsson, & Shavelson, 2015). De esta forma analizar solo los registros escritos de los estudiantes, no permite observar todas las destrezas que éste pone en acción para llegar a la producción esperada, como las conexiones y transferencias que hace entre un sistema de representación y otro, o bien cuando se comunica e interactúa con sus compañeros o con el profesor.

Respecto a qué debería hacer el docente para estimular el desarrollo destrezas, capacidades o habilidades matemáticas, es una de las cuestiones que se ha venido investigando con bastante fuerza la última década (Blömeke et al, 2015), con resultados parcelados donde destaca el uso de las categorías de representación de Brunner en el diseño y gestión de

clases, así como también en el análisis y diseño de material curricular relativo al uso de material concreto para aproximar los conceptos matemáticos (NCTM, 2014).

De lo anterior, y dada la necesidad de desarrollar investigaciones que orienten a los profesores respecto de qué hacer y qué observar en sus estudiantes para asegurar el uso de la habilidad en las clases de matemática, es que la siguiente investigación da cuenta de una forma de promover la habilidad de Representar al Resolver Problemas Matemáticos. En paralelo se analizarán las representaciones que los estudiantes usan, diseñan e interpretan en el proceso de interacción de búsqueda de una estrategia de solución al problema. Por lo tanto, las preguntas de investigación que orientan este reporte de investigación son: ¿Qué acciones realiza un profesor que promueve la habilidad de representar en los estudiantes que resuelven problemas matemáticos? ¿Qué acciones o conductas muestran los estudiantes que aplican la habilidad de representar matemáticamente?

MARCO TEÓRICO

El National Research Council (NRC) en el año 2001 planteó que las personas tienen acceso a la naturaleza abstracta de las matemáticas, sólo a través de representaciones. A su vez, el profesor y los estudiantes tienen acceso al pensamiento de otro estudiante al observar las representaciones que este último construye y explica. En esta misma línea Lesh, Post y Behr ya en 1987 planteaban que las representaciones son un medio para comprender la relación entre la imagen mental o abstracta del pensamiento del estudiante y su caracterización externa. De esta forma, las representaciones son tanto un medio como un fin al aprender y enseñar matemática.

Lesh et al (1987) planteó 5 categorías de representaciones: contextuales, concretos, visuales, simbólicas y verbales. Las representaciones contextuales se refieren a “guiones” que los sujetos han experimentado, en los cuales el conocimiento se organiza alrededor eventos del mundo real. Estos contextos sirven para interpretar y resolver problemas. Las representaciones concretas se refieren a modelos manipulables como bloques multibase, barras fraccionarias entre otros recursos, los cuales tienen por sí solos algún tipo de significado en el conocimiento matemático. Las representaciones visuales se refieren a diagramas o modelos figurativos de las representaciones concretas, los cuales pueden ser internalizadas como imágenes de los conocimientos matemáticos. Las representaciones simbólicas se refieren al uso de lenguaje matemático específico. Por último las representaciones verbales se refieren al lenguaje hablado por los estudiantes. De esta forma, y tal como lo observó Tripathi (2008), el uso de estas “distintas representaciones es como examinar el concepto matemático a través de una variedad de lentes, donde cada uno ofrece una perspectiva diferente que hace que la imagen (el concepto) sea más rica y profunda”. Así, el uso de un tipo de representación para caracterizar un objeto matemático puede ser pobre para su comprensión. Por otra parte, Lesh et al (1987) proponen que los diferentes tipos de representaciones forman un sistema que al trasladar o transformar un tipo a otro permite enriquecer la comprensión. También plantean que las translaciones y transformaciones entre uno y otra representación permite crear modelos, posiblemente, más ajustados del objeto matemático que se quiere abordar o comprender.

METODOLOGÍA

Para responder las preguntas que guían esta investigación se seleccionó un método cualitativo desarrollado por un grupo de investigadores del instituto para el aprendizaje de la Universidad de Rutgers (Powell, Francisco, & Maher, 2003). El método se creó para analizar videos de clase de matemática con foco en el levantamiento de información relativa a ideas y razonamiento matemático de los estudiantes de primaria. Las etapas del análisis son: Visualización atenta; Descripción del video; Identificación de eventos críticos; Transcripción; Codificación: Construcción de la trama; composición de la narrativa. La muestra de videos se obtuvo del proyecto FONDEF “Activando la Resolución de Problemas en el Aula (ARPA)”.

De esta forma se analizaron clases de matemática que se estructuraban en 5 etapas: 1) Agrupamiento, donde el profesor reúne a los estudiantes en grupos de manera aleatoria. 2) Entrega, donde el profesor entrega un problema previamente desarrollado dando las posibilidades extenderlo o simplificarlo en función de las habilidades de los estudiantes. 3) Activación, donde el profesor monitorea el trabajo de los estudiantes observando si estos tienen alguna dificultad o están trancados y no generan un primera estrategia. 4) Consolidación, donde el profesor y los estudiantes ya han resuelto el problema y lo tienen que explicar a sus compañeros y al profesor, el cual puede activar o bien extender el problema, aumentando la complejidad del problema. 5) Discusión, donde los estudiantes pasan a la pizarra y explican y justifican sus estrategias al resto del curso, y el profesor interviene para generar discusión matemáticamente productiva entre los estudiantes.

La muestra la componen estudiantes y profesores de una escuela particular subvencionada de la comuna de Cerro Navia. Los estudiantes y profesores pertenecen a los cursos 3°, 4° y 6° básico. Estos estudiantes y profesores fueron observados en tres actividades ARPA en tres momentos diferentes usando tres problemas diferentes. Por lo que se han obtenido 9 videos de clases.

Avances

Considerando la estructura metodológica de análisis, las primeras etapas contemplan la familiarización con el trabajo que los estudiantes realizaban al abordar el problema matemático bajo la estructura de una clase ARPA, se levantaron eventos críticos relativos a la interpretación, uso y diseño de representaciones al abordar por primera vez un problema matemático. A su vez se identificaron acciones del profesor que promovían representaciones matemáticas. De esta forma, se levantaron categorías de análisis para la codificación de los videos en cada una de las etapas de una clase ARPA. De lo anterior, las oportunidades que entregaban los profesores se agruparon respetando los momentos de gestión de ARPA, diferenciado por el nivel del curso, conocimientos de los estudiantes y expectativas de desarrollo del problema por parte de los estudiantes. En particular los profesores en el momento de inicio en los cursos inferiores, 1ero y 2do básico, al considera que los estudiantes no sabían leer, los profesores creaban un cuento enfatizando los acciones y palabras que supuestamente los niños y niñas no conocían. Por ejemplo en el siguiente problema: *Los helados: En un negocio de venta de helados se ofrecen 20 sabores distintos.*

Un cliente puede pedir un helado con una o con dos bolas. Si pide dos bolas pueden ser del mismo sabor o diferentes. ¿Cuántos helados de diferentes sabores ofrece el negocio?

Se enfatizó el concepto de helado con una o dos bolas y la relación entre el sabor que resultaba por bola separada y por bolas de helado mezclada. También los profesores ofrecían representaciones visuales y concretas como dar conos de helados y bolas de sabores a los niños y niñas representadas en papel lustre. Esto último se daba en la entrega como en la activación. En el segundo caso, los profesores lo implementaban en la etapa de activación, donde solo se entregaba el material y se dejaba a los niños y niñas solos realizar la acción de armar los helados.

En el caso de los estudiantes, estos al recibir o escuchar el cuento del problema, creaban una primera representación real del problema, significando las acciones a situaciones reales experimentadas, manifestando afirmaciones como:

A1: Si, yo tomé helado con tres bolas.

A2: Los sobares de los helados, se mezclaban y “sabían” a otra cosa.

Para luego pasar a representaciones de tipo visual como las de la Figura 1, sin dejar de significar cada una de los helados resultantes al mezclar los sabores, como por ejemplo asignando un color al sabor:

Figura 1: representaciones visuales para ordenar la acción de armar helados.

Las representaciones visuales permitieron a los estudiantes ordenar el armado de helados y obtener una primera estrategia de solución al problema.

CONCLUSIONES

Al observar las oportunidades que daban los profesores, estas dependían de la etapa de gestión de ARPA. La relación entre el tipo de oportunidad parte desde la selección del problema, el tipo de ajuste, énfasis y recursos para la entrega y activación para la comprensión del problema. En particular, los profesores se centraban en entregar representaciones o focalización en algún aspectos de las representaciones para generar una primera estrategia. Respecto de los estudiantes, cabe destacar el uso de representaciones tanto para comunicarse en el grupo de compañeros, llegando a interactuar en 4 tipos de representaciones en paralelo para tratar de ser comprendido por el compañero.

Referencias

- Blömeke, S., Gustafsson, J.-E., & Shavelson, R. (2015). Beyond dichotomies—Competence viewed as a continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 223(1), 3–13.
- Common Core State Standards Initiative [CCSS] (2010). National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. Retrieved December, 11, 2012.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 33-40.

- MINEDUC (2012). Bases Curriculares para la Ed. Básica. Santiago: Ministerio de Educación.
- NCTM. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.
- OECD (2015), The PISA 2015 draft mathematics framework, PISA, OECD Publishing.
- Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *The journal of mathematical behavior*, 22(4), 405-435.
- Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the middle school*, 13(8), 438-445.
- Yee, L. P. (2006) Mathematics for Teaching or Mathematics for Teachers? *The Mathematics Educator, Singapur* , 16 (2), 2-3.