

## **ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO Y ESTUDIO DE CLASES: ANALIZANDO LAS CIRCULACIONES EN CINCO CICLOS DE CLASES EN ESTUDIO**

**Gonzalo Soto Cárdenas, Elisabeth Ramos-Rodríguez, Andrea Pizarro Canales**  
**Pontificia Universidad Católica de Valparaíso**

*Resumen: El Estudio de Clases implica una constante reflexión en torno al quehacer pedagógico en relación al conocimiento del objeto matemático y también al conocimiento de los estudiantes con quienes se trabaja. En los ciclos que implica, la reformulación de las actividades de enseñanza constituye la piedra angular del trabajo realizado por el docente. Por tal motivo este trabajo tiene como objetivo analizar la trayectoria de cinco sesiones reformuladas en ciclos de Estudio de Clases para el trabajo de ecuaciones en estudiantes de cuarto año básico, en función del Espacio de Trabajo Matemático Idóneo y su correspondiente circulación. Estas sesiones fueron implementadas en escuelas municipales y particulares de la Región de Santiago y de Valparaíso. Los resultados indican que se mantiene de manera similar la circulación durante las sesiones implementadas, lo que nos provoca nuevos desafíos en cuanto a un diseño efectivo para el logro de los aprendizajes propuesto en educación básica e inicial.*

Estudio de Clases, ecuaciones de primer grado, Espacio de Trabajo Matemático

### **INTRODUCCIÓN**

El Estudio de Clases implica una constante reflexión en torno al quehacer pedagógico en relación al conocimiento del objeto matemático y también al conocimiento de los estudiantes con quienes se trabaja (Mena, 2007). Los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje de las ecuaciones (Kieran & Filloy, 1989) evidencian que los estudiantes siguen usando los métodos que les funcionaban. Además en aritmética los estudiantes pueden usar métodos intuitivos o informales para encontrar la respuesta y resolver problemas. Por lo tanto la confianza en éstos métodos promueve que los alumnos al formular ecuaciones no se den cuenta que el procedimiento a menudo es la respuesta.

La problemática del Estudio de Clases (Takahashi & Yoshida, 2004) corresponde a que los estudiantes pudiesen relacionar la estructura de las ecuaciones con el lenguaje natural en situaciones de la vida cotidiana, específicamente en lo referido a la resolución de problemas. Si bien como los estudiantes deberían estar familiarizados con este contenido finalizando tercero básico, en cuarto año básico siguen sin aplicar este conocimiento para algunas tareas específicas, resolviendo de forma aritmética tareas que pueden ser modeladas mediante una ecuación (Kieran & Filloy, 1989).

Las sesiones propuestas en el Estudio de Clases se enfocaron en generar una secuencia didáctica que potencie la modelación mediante una ecuación. Sin embargo, dadas las características de los distintos cursos en donde las clases fueron implementadas, se hizo necesario reformular cada sesión. De esta manera fueron reformuladas las sesiones hasta llegar a una quinta y final. En relación a esta problemática, se hace necesario evidenciar el impacto de las reformulaciones realizadas a las clases por medio de la comparación del

espacio de trabajo matemático idóneo de las actividades propuestas en las cinco planificaciones.

## MARCO TEÓRICO

El marco teórico que sustenta este estudio, la teoría Espacio de Trabajo Matemático (Kuznikak, 2011), considera un proceso complejo y progresivo en que se articulan todos los elementos matemáticos para el desarrollo del pensamiento. Es decir, son todos los elementos que, desde el punto de vista didáctico, se movilizan con el fin de facilitar el trabajo del individuo en la resolución de situaciones problemáticas.

En el espacio de trabajo matemático se articulan los elementos movilizadas por la tarea matemática, por tanto es necesario definir los niveles y componentes del ETM. Kuzniak y Richard (2014) presentan en un modelo (figura 1) con los elementos principales de esta teoría.

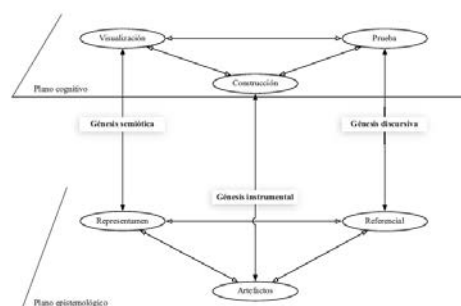


Figura 1: Espacio de Trabajo Matemático

Esta figura permite comprender cómo circula el ETM a partir de los elementos que serán descritos a continuación:

***Nivel epistemológico:*** Conjunto de componentes teóricos que se conjugan para desarrollar una tarea, en torno a un objeto de estudio. Dichos componentes son: el “Representamen”, es el soporte material que está en representación de algo; los “artefactos” son objetos destinados a dar sustento a la actividad en la ejecución de un cierto tipo de tarea; y el sistema “referencial teórico” está constituido por definiciones, propiedades y relaciones.

***Nivel cognitivo:*** Conjunto de procesos cognitivos que el individuo lleva a cabo al realizar una tarea. Estos son: el proceso de “visualización” que corresponde a la conexión entre lo que se percibe y la imagen mental construida internamente, b) la “construcción”, es el proceso mediante el cual el estudiante utiliza herramientas materiales y/o conceptuales, para construir una representación, y c) la “prueba-argumentación” es el proceso mediante el cual el individuo genera pruebas y argumentaciones para la resolución de la tarea.

## METODOLOGÍA

El diseño metodológico de este trabajo corresponde a un estudio de tipo cualitativo con estudio de caso múltiple (Grandon Gill's, 2011), ya que se han analizado las actividades reformuladas durante un Estudio de Clases.

El Estudio de Clases (Mena, 2007) es una metodología de cualificación docente que permite reflexionar sobre las prácticas de aula a partir de la planeación, la observación y el análisis

de las clases. Este estudio corresponde a un trabajo realizado durante el primer semestre del año 2016, en la asignatura Seminario de Taller de Investigación del programa de Magister en Didáctica de la Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Las clases fueron realizadas en una escuela particular y una municipal de la región de Valparaíso y tres escuelas municipales de la región Metropolitana. Estas sesiones fueron realizadas en 5 cursos de 4° año básico e implementadas por tres profesores de educación básica y dos profesores de educación diferencial. Se realizará un análisis cualitativo de contenido a partir de la circulación del ETM (ver figura 1) en las actividades propuestas en el Estudio de Clases. Las actividades seleccionadas corresponden a la primera y última del ciclo de clases. Las categorías de análisis corresponden al tipo de circulación que presente cada actividad, dependiendo de los componentes que estén involucrados para el desarrollo de la misma.

## RESULTADOS

El Estudio de Clases contempló cinco clases (cada una es la reformulación de la anterior). Para este trabajo analizaremos la circulación de la clase uno y la clase cinco. La tarea central de la clase uno se ilustra a continuación.

### “La carrera de atletismo”

53 estudiantes participan de una carrera, 19 son niños y los demás niñas.

¿Cuál es la ecuación que se requiere para resolver el problema?

Esta tarea tiene su origen en el componente referencial, ya que para poder desarrollarla es necesario conocer las propiedades relacionadas con la estructura de la ecuación.

A continuación, también se ve involucrado el *representamen* ya que es necesario que se escriba la ecuación que modele el problema. A partir de este componente también se aporta a la visualización de la ecuación, y por lo tanto, se está en presencia de la génesis semiótica. Finalmente para que la ecuación esté adecuadamente planteada es necesario que el estudiante sea capaz de argumentar dicha selección, por ende, el componente de prueba/argumentación también se ve involucrado y por lo tanto, la génesis discursiva está presente en esta tarea. De esta manera se puede observar que la tarea no circula completamente por el ETM, ya que no se ven implicados instrumentos ni tampoco el proceso de construcción

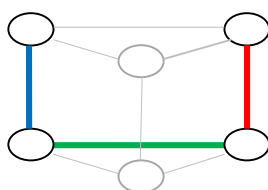


Figura 2: Circulación actividad 1

En el caso de la clase cinco, la tarea central de ésta se muestra en la figura 3

**Análisis clase 5. “El álbum completo”**

Víctor para completar su álbum necesita 30 láminas, y tiene 12.  
¿cómo lo expresarían a través de una ecuación?

Esta última tarea tiene su origen en el componente referencial, ya que para que el estudiante pueda llevarla a cabo debe hacer uso de las propiedades de la ecuación. A continuación, también se ve involucrado el *representamen* ya que es necesario que se escriba la ecuación que modele el problema propuesto. A partir de este componente también se aporta a la visualización de la ecuación, y por lo tanto, se está en presencia de la génesis semiótica. Finalmente para que la ecuación esté adecuadamente planteada es necesario que el estudiante sea capaz de argumentar dicha selección, por ende, el componente de prueba/argumentación también se ve involucrado y por lo tanto, la génesis discursiva está presente en esta tarea.

De esta manera se puede observar que la tarea no circula completamente por el ETM, ya que no se ven implicados instrumentos ni tampoco el proceso de construcción

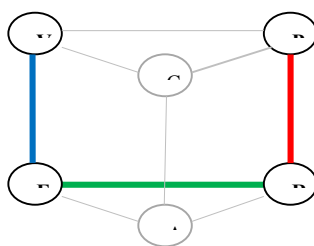


Figura 3: Circulación actividad 5

## CONCLUSIONES

Los resultados de la investigación indican que tanto en la tarea de la primera y última sesión implementada, no se aprecian diferencias significativas en relación a las circulaciones de ambas actividades, ya que se encuentran involucrados los mismos componentes y en el mismo orden. Esto nos sugiere que a pesar de que las actividades fueron reformuladas y se diferencian una de otras, en relación a los componentes que ponen en juego, tanto del plano cognitivo como epistemológico, no varían, lo cual podría indicar que los estudiantes persisten en las mismas dificultades.

Por lo tanto, se espera a partir de esta información proponer una nueva planificación que considere la circulación completa por el ETM, lo cual permitiría contar con los elementos teóricos del ETM para la formulación de clases, en pos de la mejora de los aprendizaje de nuestros alumnos.

## Referencias

- Grandon Gill's, T. (2011). *Book Informing with the Case Method*. Informing Science Press: London.
- Kieran, C., y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.

- Kuzniak, A. (2011). *L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9- 24. El espacio de trabajo matemático y sus génesis, traducción J. Lezama, Cicata.
- Kuzniak, A. & Richard, P. (2014). Espacios de trabajo matemático. Puntos de vista y perspectivas. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17(4-I), 5-15.
- Mena, A. (2007). *El estudio de clases japonés en perspectiva*, Informe de investigación presentado en la XIII Jornada de la Sociedad Chilena de Educación Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile
- Takahashi, A. & Yoshida, M. (2004). *How Can We Start Lesson Study?: Ideas for establishing Lesson Study communities. Teaching Children Mathematics*, 10(9), 436- 443.