

## **ANÁLISIS DE EVIDENCIAS DE PENSAMIENTO FUNCIONAL EN ESTUDIANTES DE 5º CURSO PRIMARIA**

**Karla Bastías Sepúlveda, Antonio Moreno Verdejo**  
**Universidad de Granada**

*Resumen: El presente trabajo se enmarca dentro del proyecto de investigación “Pensamiento funcional en estudiantes de educación primaria como aproximación al pensamiento algebraico”, en España. Tiene como objetivo identificar evidencias de pensamiento funcional en estudiantes de quinto curso de educación primaria. En el contexto de un experimento de enseñanza, se ha realizado un análisis cualitativo de los datos tomados de una sesión de clase, dirigida a un grupo de 24 estudiantes, en la cual se presentó una situación modelizable por una relación funcional (función lineal). El análisis de las transcripciones de la sesión, más las fichas de trabajo que completaron los estudiantes, ponen de manifiesto la presencia de diversas vinculaciones entre las variables de la relación funcional planteada en la tarea, así como las interpretaciones de la noción de variable y las distintas representaciones para explicarlas.*

Pensamiento funcional, early algebra, relación funcional, variable, representación

### **MARCO CONCEPTUAL Y ANTECEDENTES**

A partir del pensamiento algebraico surge la propuesta early algebra que promueve la integración del álgebra en el currículo de educación primaria. El early algebra ofrece herramientas que pueden llevar a enriquecer la enseñanza de las matemáticas tanto en los grados primarios como en los grados posteriores. Existen diversos modos de pensamiento propios del algebra, cuando el foco matemático del pensamiento algebraico se sitúa en las funciones, se habla de pensamiento funcional. Smith (2008), lo define como el pensamiento representacional que estudia la relación entre dos o más cantidades variables, particularmente los tipos de pensamiento que van de relaciones específicas a generalizaciones.

La investigación del pensamiento funcional en estudiantes de primaria tiene como fundamentos el que puede servir de andamiaje en la instrucción, comenzando con los primeros grados. Además, las diversas relaciones funcionales, las formas de controlar y organizar datos, las operaciones matemáticas empleadas para interpretar las relaciones funcionales y cómo se expresan relaciones de covariación y correspondencia entre las cantidades justifican esta propuesta (Blanton y Kaput, 2011).

Los antecedentes de investigación han sido utilizados para analizar las interpretaciones empleadas por los estudiantes como respuesta a una tarea en la que está implicada una relación funcional. Algunas de estas investigaciones establecieron la presencia de relaciones de covariación, correspondencia y el uso de patrones recurrentes para establecer las relaciones entre las variables (e.g., Blanton, et al., 2011; Cañadas, Brizuela y Blanton, 2016; Smith, 2008).

Un elemento clave en el estudio del pensamiento funcional es la noción de variable. Brizuela, Blanton, Sawrey, Newman-Owens y Murphy (2015) han investigado para

proporcionar evidencia, de que la noción de variables está al alcance de los alumnos de grados inferiores de educación primaria. Han identificando una variedad de interpretaciones sobre esta notación efectuada por los mismos estudiantes.

En cuanto a la representación de las relaciones entre variables, Cañadas, et al. (2016), han encontrado que los niños de primaria pueden desarrollar y utilizar una variedad de herramientas de representación para razonar acerca de las relaciones funcionales.

### **Objetivos de investigación**

En base a las ideas anteriores, nos hemos planteado el objetivo general de identificar evidencia de pensamiento funcional en estudiantes de quinto curso de educación primaria. Del objetivo general se desprenden tres objetivos específicos:

Analizar el uso de las representaciones en el desarrollo de una tarea sobre pensamiento funcional.

Identificar las principales relaciones entre variable establecida por los estudiantes de 5º de primaria investigado.

Estudiar el papel atribuido a la variable por los estudiantes de 5º de primaria investigado.

### **MÉTODO**

Esta investigación es de tipo cualitativa. Diseñamos e implementamos un experimento de enseñanza (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011), sobre el que hemos realizado un estudio de naturaleza exploratoria y descriptiva. El experimento de enseñanza consiste en la investigación del pensamiento funcional de un grupo de estudiantes de 5º año de primaria, realizado en cuatro sesiones, que implicaban el desarrollo de distintos problemas contextualizados. En este trabajo nos centramos en el análisis de la primera sesión. Los sujetos fueron 24 estudiantes de quinto curso de educación primaria (10-11 años), seleccionados de forma intencional de acuerdo con la disponibilidad del centro, un colegio privado de Granada, España. Los estudiantes no habían abordado los tópicos relacionados con el pensamiento funcional antes de la recolección de datos, debido a que es un contenido que no se imparte en cursos de primaria.

El instrumento utilizado en la recogida de datos, fue una tarea escrita compuesta por ocho cuestiones relacionadas con una situación modelizable por una relación funcional (función lineal). La recogida de información fue realizada a través de un protocolo escrito con la realización grupal del “problema de las camisetas”, registrado a través de la utilización de medios audiovisuales para la grabación de la sesión. El curso fue organizado en grupos de trabajo de 4 a 5 alumnos para analizar y debatir la tarea expuesta por los investigadores. El problema fue: “Carlos quiere vender camisetas con el escudo de su colegio para poder ir de viaje de estudios con su clase. Por cada camiseta ganaría 3 € ¿Cuánto dinero podría conseguir Carlos?”.

### **ANÁLISIS DE DATOS**

Hemos determinado categorías donde se consideran como unidades de análisis las respuestas de los estudiantes que provienen de la transcripción, y las fichas de trabajo que han servido

como instrumento complementario de análisis. Las categorías han sido definidas en base al revisión teórica de la investigación y para su conceptualización se han tomado como referencia las categorías expuestas por Yañez (2015), la cuales han sido adecuadas para que aporten al desarrollo de los objetivos de esta investigación, con base en la información recogida y según la teoría fundamentada (Corbin y Strauss, 1990). Finalmente, utilizamos las siguientes categorías:

Evidencia pensamiento funcional (identifica una relación entre dos cantidades variables y describe el patrón apropiado que exprese dicha relación. Esta categoría implica tres subcategorías, covariación, correspondencia y patrón recursivo). Un ejemplo: es la respuesta de A1 a la pregunta “¿Cuántas camisetas crees que puede vender en una mañana? ¿Cuánto ganaría con ellas?”

1 A1: a lo mejor seis de su colegio quieren una camiseta y uno de otro, por ejemplo, y eso por tres, 21 euros, y 23 por 3, sesenta y nueve.

No evidencia pensamiento funcional (expresa respuestas no basadas en un patrón funcional adecuado y no identifica la relación entre variables). Un ejemplo: es la respuesta de A19 a la pregunta “Carlos no recuerda cuánto ganó ayer vendiendo camisetas. Si supiera cuántas camisetas vendió, ¿cómo puede saber el dinero ganado ayer?”

2 A19: sumando nueve más seis y después ponderar 15 más 69.

Interpretación de variable (categoría que implica las siguientes subcategorías: cantidad desconocida, cantidad variable, cantidad numérica, etiqueta u objeto y número generalizado). Un ejemplo: es la respuesta de A10, quien interpreta la variable como “cantidad variable”, en la pregunta “Carlos ha vendido todas sus camisetas. Como no tiene suficiente dinero ha realizado un pedido extra de camisetas. ¿Cuánto podrá ganar con ese pedido extra?”

3 A10: el segundo pedido depende de cuantas camisetas pide, si solamente vende una camiseta va a ganar 3 euros, pero si pide 100 va a ganar 300.

Representaciones (esta categoría implica los sistemas de representación como subcategorías: verbal, tabular, pictórica, simbólica, que engloba dos subtipos: numéricas y algebraicas, y múltiples). Un ejemplo es la representación verbal que se observa en el siguiente fragmento:

4 A9: y como 50 por tres es 150 y 25 por 3 es 75 y sumamos los dos es 225.

## CONCLUSIONES

La información de la sesión de trabajo en la cual hemos basado nuestro estudio, nos ha permitido identificar evidencias de pensamiento funcional en los estudiantes de quinto curso de educación primaria. En el desarrollo de las preguntas sobre la tarea, los estudiantes fueron reconociendo la relación entre las variables “número de camisetas vendidas y ganancia total”, siendo la relación de correspondencia, la primera que explicitan y la que se manifiesta claramente en el desarrollo de la actividad. La covariación se identificó en respuestas a preguntas que propiciaban el uso de este tipo de relación funcional. En cuanto a la manifestación del patrón recursivo, es un tipo de relación no identificado.

El análisis de los datos ha demostrado que los estudiantes interpretan de diversas formas la variable. Además, los resultados nos dan cuenta de nuevos hallazgos, relacionado con la interpretación de la variable como un número decimal y como la relación que hace un estudiante con la letra de una ecuación.

La mayoría de estudiantes logró modelar un sistema de representación apropiado para representar el patrón de la relación entre cantidades variables. La mayoría de los estudiantes expresaron el patrón funcional a través de la representación verbal, sin necesidad de utilizar ejemplos. El uso de tablas no es una representación que utilicen de manera natural. Desconocen cómo construirlas. Sin embargo, cuando se les facilita dicho modelo de representación les sirve de ayuda para expresar algebraicamente la relación funcional. Además, inferimos que debido al desconocimiento de que elaboración de tablas, esto pudo suponer que no apareciera el uso de la recursividad.

Con este trabajo hemos dado cuenta que el problema propuesto ha sido útil para promover pensamiento funcional en alumnos de 5º curso de primaria, ya que se evidencia que los estudiantes establecieron relaciones entre variables y expresaron el patrón funcional adecuado. Por tanto, es viable proponer en el aula este tipo de problemas como forma de promover el pensamiento algebraico.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto de investigación del Plan Nacional I+D con referencia EDU2013-41632-P, financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España.

### Referencias

- Blanton, M. y Kaput, J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization* (pp. 5–23). Berlin, Alemania: Springer.
- Brizuela, B. M., Blanton, M. L., Sawrey, K., Newman-Owens, A. y Murphy, A. (2015). Children's use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(1), 34-63.
- Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.
- Corbin, J. y Strauss, A. (1990). Grounded theory research: Procedures, canons, and evaluative criteria. *Qualitative Sociology*, 13(1), 3-21.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, (3), 135-156.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En Kaput, J. J., Carraher, D. W., y Blanton, M. L. (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp.133-160) Nueva York, NY: Routledge.
- Yáñez, J. (2015). Pensamiento funcional puesto de manifiesto por alumnos de 5º de educación primaria (*Trabajo fin de máster*). Universidad de Granada, España.