

## REQUERIMIENTOS COGNITIVOS Y CONCEPTUALES PARA EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA

Yosselyn Esperanza López Cruz  
*FCM, BUAP. México.jop\_cl@hotmail.com*

Adrián Corona Cruz  
*FCM, BUAP. México.acorona@fcfm.buap.mx*

José Antonio Juárez López  
*FCM, BUAP. México.jajul@fcfm.buap.mx*

### Resumen

Las investigaciones alrededor del mundo en el tema de las fracciones son bastantes y a través de éstas se ha demostrado que este tema es uno de los contenidos más extensos y complejos, como consecuencia de esto se presentan una serie de dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje y México no es la excepción. Teniendo en cuenta que este contenido se introduce formalmente en la escuela primaria y continúa a lo largo de varios ciclos escolares posteriores; la gran mayoría de los estudiantes pasan la educación básica (Primaria y Secundaria) sin identificar ni lograr la comprensión total de las propiedades de las fracciones y los diversos significados relacionados con este concepto; incluso en el nivel bachillerato, a los estudiantes se les dificulta trabajar con las fracciones. Por ello, el presente trabajo tiene como propósito identificar las principales dificultades y errores que se presentan en los estudiantes de secundaria fundamentalmente.

**Palabras Clave:** Fracciones, Dificultades, Errores, Secundaria.

### 1. INTRODUCCIÓN

Desde hace varios años, a través de estudios y las diferentes evaluaciones tanto nacionales como internacionales, se ha demostrado que la mayoría de los estudiantes encuentran problemas significativos y presentan concepciones erróneas cuando aprenden las fracciones, a pesar de que formalmente se introduce este tema en la escuela primaria y se continúa a lo largo de varios ciclos escolares posteriores.

Por lo tanto, se esperaría que cuando los estudiantes llegaran a primer grado de secundaria tuvieran sólidos esos conocimientos; sin embargo, podemos darnos cuenta que esto no es así y por el contrario, se puede notar una serie de dificultades que han de ser superadas a través de los ciclos escolares, pero como van transcurriendo los grados de escolaridad los estudiantes siguen presentando errores al abordar el tema de fracciones.

Dadas las dificultades al abordar las fracciones Perera & Valdemoros (2009) concluyen que el concepto de fracción es uno de los contenidos de las matemáticas que presentan mayores dificultades tanto para la enseñanza como para su aprendizaje.

Con base en lo anterior se plantearon las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son las preconcepciones que tienen los estudiantes de secundaria sobre las fracciones?
- ¿Cómo incide el nivel cognitivo de los estudiantes de secundaria en el aprendizaje de las fracciones?

Este trabajo tiene como objetivo:

Identificar el efecto de las preconcepciones (conocimientos previos), errores conceptuales y nivel cognitivo de los estudiantes de secundaria en el aprendizaje de las fracciones.

## 2. ANTECEDENTES

El aprendizaje de las matemáticas es considerado como problemático para la mayoría de los estudiantes en los diferentes niveles escolares y en particular cuando se trata de la comprensión de las fracciones. La investigación alrededor del mundo en este tema es amplia debido a las dificultades que presentan los estudiantes a lo largo de su formación y es así que algunos autores han concluido en que las fracciones son uno de los contenidos más extensos y complejos.

En el sistema educativo mexicano el proceso de enseñanza/aprendizaje de las fracciones inicia desde 3er grado de primaria, abordando en su inicio aprendizajes esperados relacionados con problemas de reparto, comparación de fracciones; continuando con la ubicación de números naturales en la recta numérica, representación de fracciones de magnitudes continuas (longitudes, superficies de figuras), fracciones equivalentes, resolución de problemas que impliquen las operaciones con fracciones (SEP, 2011).

Los niños tienen ideas acerca de las fracciones antes de la instrucción y diversas investigaciones han logrado evidenciar el hecho de que es necesario dar siempre sentido a lo que se está haciendo y esto sucede a través del manejo de varias representaciones y la implicación personal del estudiante en la construcción del propio conocimiento.

Sin embargo, a pesar del tiempo que se le dedica al estudio de las fracciones, podemos darnos cuenta que inclusive estudiantes de nivel superior presentan dificultades en el tema y muestran desagrado cuando trabajan con ellas.

Una de las dificultades para el aprendizaje de las fracciones es el no saber operar con ellas. Kieren (1975) citado por Fandiño (2014) evidencia la existencia de por lo menos siete significados del término “fracción” y demuestra que en esta polisemia se oculta precisamente uno de los problemas del aprendizaje de este argumento, ya sea en torno al concepto general como a las operaciones.

Freudenthal (1983) sostiene que enfocar las fracciones desde el subconstructo de “parte-todo” es algo bastante limitado no sólo fenomenológicamente sino también matemáticamente. La didáctica tradicional de la aritmética se limita a este enfoque, mayoritariamente, incluso en el sentido restringido del modelo de la división del pastel. Tras estas divisiones concretas del pastel —únicamente en fracciones propias— se introduce inmediatamente al estudiante en la división de cantidades y valores de magnitudes presentados abstractamente.

Hunting y Pitkenthly (1996) señalan que la investigación ha identificado al menos cuatro mecanismos constructivos básicos para el fomento del conocimiento del número racional: esquemas de números enteros, esquemas de partición, la medición de los regímenes y esquemas equivalencias. Estos mecanismos son parte de la estructura cognitiva del niño que se pueden utilizar para construir su propio conocimiento, relativo a cantidad y número fraccionario. El crecimiento en cada uno de los mecanismos de la acción se mueve en función del contexto de la fracción más formal de saber.

Lamon (2001) indica que en el Plan de Estudios de Estados Unidos lo relativo al tema de fracción consiste en un conjunto específico de procedimientos o algoritmos para fines de cálculo que proporcionan una base para la manipulación de expresiones algebraicas, pero no ayuda a la mayoría de los niños a entender las fracciones.

Brown y Quinn (2006) citados por Mahmoud (2013) llevaron a cabo un estudio para analizar los errores y concepciones erróneas de los estudiantes acerca de las fracciones. El estudio reveló que la mayoría de los estudiantes demostraron errores en la comprensión de los conceptos básicos de la fracción.

Fandiño (2014) señala que las dificultades que los estudiantes presentan se deben a argumentos precedentes, a formalismos o a conceptualizaciones aparentemente banales que tendrían que haber aprendido en la escuela primaria.

Los errores típicos que comenten los estudiantes identificados por la literatura internacional se dan al ordenar y comparar las fracciones y/o los números decimales, realizar operaciones entre fracciones, reconocer las fracciones en diferentes esquemas, la manipulación de la equivalencia entre fracciones, la reducción a los mínimos términos de una fracción, etc.

Para entender los errores que los estudiantes cometen es necesario tener en cuenta: a) las propiedades de las fracciones y los diferentes significados del concepto de fracción; b) los diferentes modelos empleados en la enseñanza, y c) el manejo operativo de la fracción.

Los errores pueden ser consecuencia de un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, como lo menciona Rico (1995) este tipo de errores tienen como origen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.

Por otra parte, D'Amore (2003; citado por Fandiño, 2014) señala que los errores no necesariamente significan ignorancia o desconocimiento de tal conocimiento; el error puede ser producto de un conocimiento precedente, es decir, un conocimiento que tuvo éxito o que produjo resultados positivos, pero que no lo es cuando se intenta utilizar en situaciones diferentes. Por lo tanto, no se trata de errores de orígenes desconocidos, sino de la puesta en evidencia de obstáculos de naturaleza ontogenética, didáctica y epistemológica.

### **3. MÉTODO**

#### **3.1. Población**

La investigación es de tipo exploratorio enmarcado en un enfoque mixto. Los participantes son 359 estudiantes con edades que oscilan entre 11 y 16 años; se consideraron a dos grupos por cada grado escolar de la Secundaria Oficial “Héroes de la Independencia” del municipio de Tehuacán y tres grupos de diferentes grados de la Secundaria No. 6 “Valentín Gómez Farías” ubicada en la colonia San Baltazar Campeche, de la Ciudad de Puebla.

#### **3.2. Instrumentos**

En un primer momento, se aplicó un test diagnóstico de Spangler (2011) el cual tiene como objetivo identificar los errores conceptuales en el aprendizaje de las fracciones. Inicialmente el test constaba de 24 reactivos, de los cuales se consideraron 18 con respuestas de opción múltiple; sin embargo, a la prueba se anexaron 4 reactivos relacionados con la operatividad de las fracciones. Se realizó la prueba a 49 estudiantes de primer grado de la Secundaria “Héroes de la Independencia”, en un tiempo aproximado de 30 minutos.

Posteriormente, se diseñó un instrumento que permitió explorar los conceptos básicos del tema de fracciones en donde los estudiantes de secundaria tienen mayor dificultad, bajo el enfoque de Ciclo de Aprendizaje propuesto por Lawson (1994), que consiste en tres fases básicas - exploración, introducción de un concepto y aplicación del concepto-. La aplicación del test denominado “de Selección” se realizó a 310 alumnos considerando ambas secundarias. La prueba consiste en 8 ítems que abordan conceptos básicos de la fracción como equivalencias, comparaciones y operaciones entre fracciones, etc. El propósito de cada uno de los ítems es que el estudiante identifique las propiedades que caracterizan a un determinado significado de las fracciones y a través de los mismos se logre identificar el efecto de los errores conceptuales y la falta de conocimientos en los diferentes grados del nivel Secundaria.

#### 4. RESULTADOS

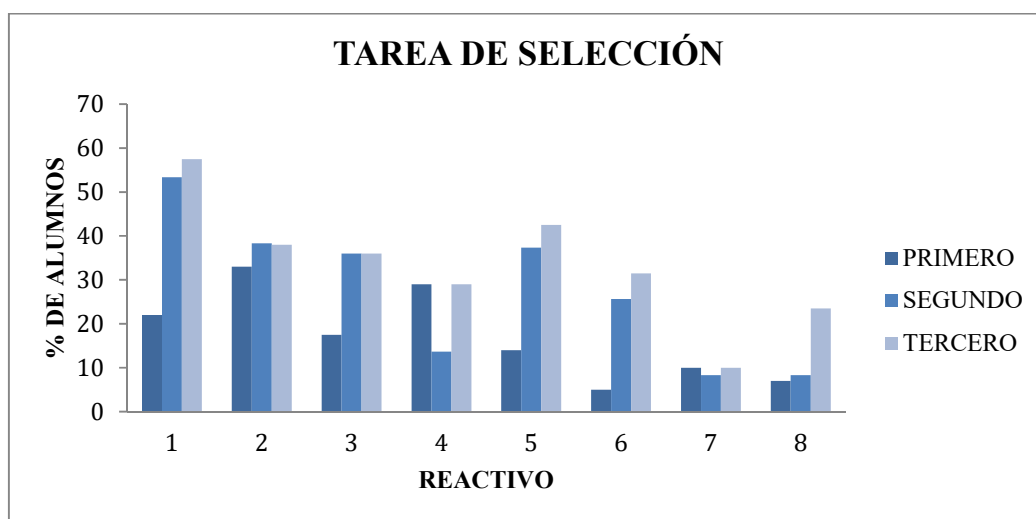
En esta sección se presentan los resultados de la aplicación de las dos pruebas en una primera etapa del trabajo de investigación. De acuerdo a los resultados en el test de diagnóstico, se detectó que:

- Los reactivos relacionados con el significado parte-todo son contestados correctamente con un porcentaje mayor al 75% de los estudiantes debido a que es el significado que se aborda frecuentemente en las aulas. Sin embargo, una minoría de estudiantes comente errores como los que se mencionan a continuación: 1) invierten las partes totales de un todo en el lugar de las partes consideradas, 2) confunden el significado de la fracción como parte-todo con el de razón y 3) consideran de manera contraria a la fracción que se les pide.
- Por otra parte, los reactivos que evalúan la ubicación de un punto en la recta numérica son contestados con menor porcentaje que los anteriores debido a que los estudiantes

siguen considerando las fracciones como números enteros, además de no considerar el punto de referencia.

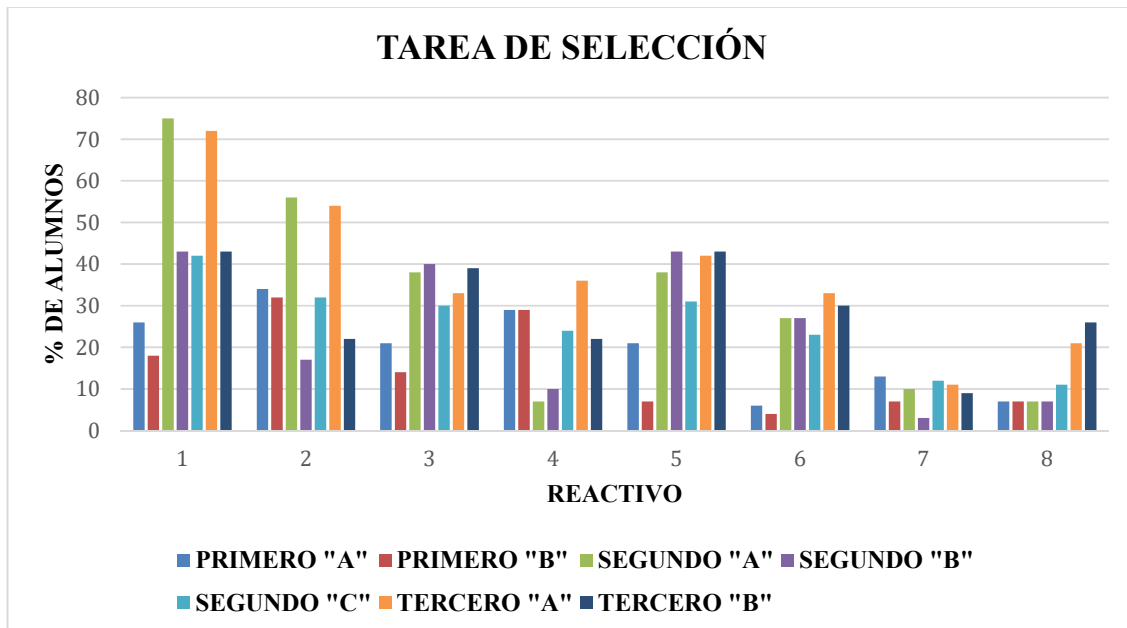
- Mientras tanto, uno de los procesos donde se insiste de manera constante y reiterada es la simplificación y la obtención de fracciones equivalentes; los estudiantes revelan que saben simplificar, pero no comprenden cuando se les pide encontrar la expresión mínima o fracción irreducible. Esto provoca que los estudiantes contesten incorrectamente.
- Finalmente, en promedio el 15% de los estudiantes lograron contestar correctamente los reactivos que abordan la suma, resta y multiplicación, y el 6% la operación de división de fracciones. Teniendo errores comunes en la suma y resta como sumar numerador con numerador y denominador como denominador, evidenciando que los estudiantes siguen considerando los números fraccionarios como números enteros; de igual manera, se evidencia que hay una mera repetición de algoritmos sin lograr la comprensión, dado que a la hora de operar tienden a confundir los algoritmos.

Por otro lado, los resultados del test de Selección: de acuerdo a la Gráfica 1, que representa el porcentaje de alumnos que contestan correctamente los reactivos por grado escolar, los alumnos de segundo y tercer grado de secundaria responden de manera correcta en un porcentaje similar en la mayoría de los reactivos; y los reactivos 7 y 8 (que corresponden a la comparación y operaciones de fracciones) los responden incorrectamente en un alto porcentaje alumnos de los tres grados.



Gráfica 1. Porcentaje de alumnos que responden correctamente los reactivos por grado escolar.

Mientras tanto, en la Gráfica 2 se puede observar que el número de estudiantes de primer grado de ambas escuelas que contestan correctamente en la mayoría de los reactivos es más bajo que el de los grados posteriores, sin importar la escuela, el contexto, estrategias docentes. De la misma manera, se identifica que los reactivos 7 y 8 (que corresponden a la comparación y operatividad de las fracciones respectivamente) se contestan de manera correcta en un bajo porcentaje sin importar el grado escolar.



Gráfica 2. Porcentaje de alumnos que responden correctamente los reactivos por grupo.

## 5. CONCLUSIONES

A partir del análisis de los resultados, podemos observar que:

- La fracción desde el punto de vista como parte-todo, haciendo uso de la representación en los modelos continuos e incluso en los discretos, más del 80% de los estudiantes de primer grado de secundaria dieron la respuesta correcta, que si bien es sabido es una de las nociones de las fracciones que se manejan y utilizan en Nivel Primaria.
- Los resultados muestran que las mayores dificultades para los tres grados escolares se presentan al comparar y realizar operaciones con las fracciones; resultando complicado ejecutar las operaciones.

- El porcentaje de respuestas correctas de los estudiantes de primer grado de ambas escuelas en la mayoría de los reactivos es más bajo que los segundos y terceros años; del mismo modo estos grados escolares contestan los reactivos de manera correcta en un porcentaje similar.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Fandiño, M.I. (2014). *Las fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos*. México: NEISA.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. México: CINVESTAV.
- Hunting, R. P. & Pitkenthly, A. (1996). A Review of Recent Research in the Area of Initial Fraction Concepts. In *Educational Studies in Mathematics*, 30, 5-38.
- Lamon, S.L. (2001). Presenting and Representing: From *Fractions to Rational Numbers*. *The roles of Representation in School Mathematics* (p. 146). EUA: Yearbook Editor.
- Lawson, A. E. (1994). Uso de los ciclos de aprendizaje para la enseñanza de destrezas de razonamiento científico y de sistemas conceptuales. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(2), 165-187.
- Mahmoud, Y. (2013). *The Relationship Between the Learning Styles of Students in Grades Five and Six and Their Held Misconceptions About Dividing Fractions Based on Kolb's Model*. (Tesis doctoral no publicada). The British University, Dubai.
- Perera, P., & Valdemoros, M. (2009). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación en Educación Matemática*, 21(1), 29-61.
- Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, y P. Gómez, *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- SEP (2011). *Programas de estudio 2011. Guía del Maestro Primaria. Tercero a Sexto grado*. México
- Spangler, D.B. (2011). *Strategies for Teaching Fractions: Using Error Analysis for Intervention and Assessment*. Thousand Oaks, CA: Corwin.