ISSN: 2594-1046

Modelación en el Aula: Introducción Al Concepto De Recta

Mariana Lujambio Chávez
Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, mariana_lujambio@hotmail.com,
Víctor Larios Osorio
Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Querétaro, vilaos@hotmail.com,
Ángel Homero Flores Samaniego
Colegio de Ciencias y Humanidades-Plantel Sur, UNAM, ahfs@unam.mx

Resumen

La modelación es un método de enseñanza cada vez más común dentro de las escuelas, permite que los alumnos relacionen la matemática con otras áreas del conocimiento, se interesen más en la disciplina, así como en la comprensión de los conocimientos que se abordan en la clase de matemática dentro de un contexto. El siguiente artículo corresponde a una experiencia didáctica de modelación para abordar el tema de línea recta en la materia de geometría analítica de preparatoria. Se analizan las principales dificultades que tuvieron los alumnos al resolver un problema de modelación, así como la reflexión del profesor sobre las ventajas y las desventajas de llevar este tipo de problemas al aula.

Palabras clave: modelación, enseñanza, geometría analítica.

1. INTRODUCCIÓN

Las aulas de bachillerato de nuestro país están llenas de alumnos que no tienen una buena relación con las matemáticas. Esto probablemente es consecuencia de la forma en que han sido enseñadas, ya que los alumnos tienen que resolver problemas abstractos con poco sentido para ellos. Una manera de revertir un poco esto es abordar problemas de aplicación a través de la modelación matemática.

En particular, los conocimientos de geometría analítica ayudan a resolver problemas aplicados que los estudiantes de bachillerato son capaces de comprender, aumentando la probabilidad de despertar el interés por la matemática.

El abordaje del tema de línea recta causa en los alumnos conflictos, principalmente conceptuales, que incluyen la relación del lugar geométrico con la pendiente. Sin embargo, muchos fenómenos de la realidad se pueden representar linealmente; entonces, por medio de la modelación matemática se puede introducir al estudiante al tema, de forma que sea relevante para su aprendizaje y útil en otras materias escolares.

La situación social demanda personas mejor preparadas, que entiendan su entorno y puedan aplicar conocimientos para resolver problemas reales. Recientemente, se ha hablado de la necesidad de crear en los estudiantes competencias modeladoras como una competencia matemática básica de cualquier ciudadano (Bosch, García, Gascón y Ruiz, 2006). Con este tipo de actividades se pretende que los alumnos desarrollen competencias útiles para su actividad humana.

Dentro de esta problemática se ha desarrollado una actividad guiada para los alumnos de cuarto semestre del bachillerato perteneciente a la Universidad Autónoma de Querétaro, con la finalidad de despertar en ellos un interés por la materia, además de introducirlos al tema de la línea recta.

En este trabajo se muestran los resultados de una encuesta que se aplicó posterior a la actividad diseñada para analizar la opinión de los alumnos cuando se enfrentan a problemas de modelación, así como las dificultades que surgieron durante la actividad.

Para el desarrollo de la actividad, los alumnos ponen en acción los conocimientos adquiridos en unidades anteriores. Los materiales necesarios para la solución de un problema de matemáticas son ciertos detalles particulares de conocimientos previamente adquiridos (Polya, 2014).

2. FUNDAMENTACIÓN

La modelación matemática se puede utilizar para agregar un contexto familiar para los alumnos, donde encuentre a partir de los datos y sus conocimientos previos, un modelo a probar, entender y utilizar para resolver un problema; al respecto vale la pena resaltar la opinión de algunos autores:

> Son notables las dificultades de los alumnos para relacionar la matemática enseñada en la escuela con su vida cotidiana, la enseñanza tradicional de la matemática se da trasmitiendo contenidos sin embargo la tendencia va hacia una enseñanza de la matemática que pase a ser construida por los alumnos y el profesor. (Ferreira y Burak, 2005).

> Se ha evidenciado que existe una problemática consistente en el relacionar las matemáticas escolares con la resolución de problemas de la vida cotidiana… Se recurre a la puesta en práctica de la modelación matemática con el afán de entender ese puente entre la matemática escolar y la vida cotidiana. (Quiroz y Rodríguez, 2013).

Se entiende por modelación matemática el proceso involucrado en la obtención de un modelo matemático (Biembengut y Hein, 2004). El modelo matemático comúnmente es una función u otro tipo de objeto matemático que representa un fenómeno o situación problema que puede venir de la vida cotidiana u otro campo del conocimiento (Flores y Gómez, 2009).

La modelación matemática, como metodología de enseñanza, parte de un tema y sobre él se desarrollan cuestiones o preguntas que quiere comprender o resolver (Biembengut y Hein, 2004). Este tipo de tareas promueve la matematización de situaciones reales, al tiempo que lleva a los estudiantes a interpretar, reflexionar y validar los resultados matemáticos en la realidad (Gallart, Ferrando y García, 2015).

Los problemas de modelación se pueden caracterizar en dos tipos: *piensa y actúa*, y *ajuste de curvas* (Flores y Gómez, 2012). En los primeros se puede proponer un modelo a partir del enunciado del problema o del estudio del fenómeno en cuestión; mientras que en el segundo se busca la ecuación de una curva (que puede ser función o no) que mejor se adapte a una serie de puntos graficados a partir de mediciones reales de un fenómeno.

La actividad que se presenta más adelante es del segundo tipo.

3. METODOLOGÍA Y DESARROLLO

La actividad llamada *la caída de los cuerpos y una breve historia de su conocimiento*, fue realizada en la materia de geometría analítica de bachillerato perteneciente a la Universidad Autónoma de Querétaro. La actividad se realizó con un grupo de 63 alumnos, de los cuales 10 estaban re-cursando la materia y 53 pertenecían al cuarto semestre.

La actividad fue realizada en el mes de marzo de 2016, en la tercera unidad del plan de estudios como introducción al tema de la línea recta. Se colocó a los alumnos en parejas para facilitar la reflexión y guiados por el docente para resolver dudas; cada alumno eligió con quién quería trabajar.

Los alumnos ya tenían antecedentes del tema pues conocían la definición de lugar geométrico, punto, segmento, pendiente, entre otros conceptos previos a la definición de línea recta.

Por cuestiones de tiempo, el docente pidió ideas a los alumnos sobre el planteamiento y la solución para permitir que el problema fluyera para todos y nadie se quedara rezagado, sin embargo, al final se indagó sobre el número de alumnos que encontraron la respuesta por sí solos (ver Tabla 1).

El problema se basó en la relación tiempo con velocidad dada en el movimiento uniformemente acelerado, particularmente caída libre. El planteamiento de problemas está íntimamente relacionado con el *estudio del tema* (Bassanezi y Biembengut, 1997), para esto primero se hizo una lectura introductoria sobre la caída de los cuerpos con antecedentes históricos y los descubrimientos físicos característicos de este movimiento. Se informó a los alumnos que los cuerpos caen con una aceleración constante, es decir, con una velocidad creciente constantemente respecto al tiempo; se explicó a los alumnos la relación que existe entre las dos variables, para esto nos apoyamos en el empirismo.

Posteriormente se planteó la problemática: se pide a los alumnos imaginen que suben a la Torre Latinoamericana de la Ciudad de México para lanzar hacia abajo un objeto, se hace una pausa para indagar si los alumnos conocen el lugar con la finalidad de hacer el planteamiento más real; el problema da como datos la altura total de la torre; la instrucción de que el objeto es lanzado hacia abajo que permita obtener un modelo donde aparezca una velocidad inicial, ordenada en el origen, y dos valores de la velocidad a un tiempo determinado.

Se pidió a los alumnos obtuvieran un modelo matemático (ecuación) de la relación tiempo con velocidad, graficaran su modelo en un plano cartesiano, obtuvieran datos sobre la velocidad del objeto a un tiempo determinado, reflexionaran sobre los posibles valores *reales* que puede tomar el modelo, así como sobre las cotas de tiempo y velocidad que limitan al modelo matemático. Además, tenemos que considerar lo que mencionan Bassanezi y Biembengut (1997, p. 17):

> Toda solución debe ser interpretada usando los datos recogidos; si es posible, verificar su validez empírica en términos científicos. Es conveniente buscar una expresión gráfica de la solución para entenderla mejor. Un modelo será tanto mejor cuanto mayor sea su capacidad de previsión y de accesibilidad a una verificación.

Al final se revisaron en conjunto las soluciones y, por tener datos iguales para todos, se pidió que, si alguien no había llegado al mismo resultado, revisara qué parte de su solución no era correcta. Continuando con la actividad, se realizó una encuesta para indagar sobre las dificultades que tuvieron los alumnos, así como su opinión y aceptación al resolver este tipo de problemas en clase.

Cabe destacar que los alumnos ya han visto en clase de física problemas de movimiento uniformemente acelerado, de ahí se presenta un obstáculo para hacer entender que el modelo debe ser encontrado con apoyo de los temas que se están viendo en matemáticas, reflexionando la relación de variables que se presenta. Sin embargo, se hace uso del conocimiento de física para hacer un comparativo con el modelo obtenido y la fórmula que los estudiantes ya conocían sobre esta relación, y así reforzar las características del fenómeno a modelar: velocidad inicial y una aceleración constante que corresponde a la pendiente de la recta en términos de geometría analítica.

Para resolver la última parte, en la que se pide acotar el modelo a datos reales encontrando el tiempo final y la velocidad final, necesariamente se requiere el apoyo de la relación altura-tiempo, pues las condiciones finales dependen de la altura del edificio. Encontrar el modelo de esta relación se sale de lo que se requiere estudiar en la materia de geometría analítica, por lo que aquí se permite que los alumnos usen la fórmula que conocen de física; la dificultad se presenta al tener que resolver una ecuación de segundo grado, puesto que algunos alumnos, a pesar de haber terminado sus cursos de álgebra, no recordaban los métodos de solución de estas ecuaciones.

La actividad finaliza con una encuesta con la intención de analizar las dificultades de los alumnos al resolver el problema. La encuesta se aplica de forma escrita e individualmente, consiste en nueve preguntas cerradas, es decir, los alumnos sólo pueden contestar: sí, medianamente y no. También se hicieron cinco preguntas abiertas para conocer la opinión de los alumnos al realizar la actividad. Los resultados de la encuesta aplicada se muestran a continuación.

4. RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados de la encuesta que fue aplicada a los alumnos después de realizar la actividad.

Una de las partes necesarias para resolver un problema es comprender su enunciado; involucra saber cuál es la incógnita, cuáles son los datos, qué condiciones se tienen y si la condición es suficiente para determinar la incógnita (Polya, 2014). En la actividad, la mayoría de los alumnos lograron identificar los datos del problema, esto se atribuye a que fueron enlistados y separados del texto, permitiendo a los alumnos una buena interpretación, sin mayores dificultades. Sobre la incógnita, la mayoría de los estudiantes tuvieron dificultades para identificarla, sobre todo por tratarse de un

ISSN: 2594-1046

problema de modelación, no existe una incógnita como tal sino un planteamiento de un modelo matemático en el que deben relacionar dos variables. La dificultad se dio en identificar las variables involucradas, a pesar de que el texto desde un inicio las marcaba, además de que los datos tenían unidades (ver Tabla 1).

Una de las partes necesarias para resolver un problema es comprender su enunciado; involucra saber cuál es la incógnita, cuáles son los datos, qué condiciones se tienen y si la condición es suficiente para determinar la incógnita (Polya, 2014). En la actividad, la mayoría de los alumnos lograron identificar los datos del problema, esto se atribuye a que fueron enlistados y separados del texto, permitiendo a los alumnos una buena interpretación, sin mayores dificultades. Sobre la incógnita, la mayoría de los estudiantes tuvieron dificultades para identificarla, sobre todo por tratarse de un problema de modelación, no existe una incógnita como tal sino un planteamiento de un modelo matemático en el que deben relacionar dos variables. La dificultad se dio en identificar las variables involucradas, a pesar de que el texto desde un inicio las marcaba, además de que los datos tenían unidades (ver Tabla 1).

Observaciones	Sí	Medianamente	No
Se entendió la lectura introductoria.	77%	23%	0%
Se logró identificar cuáles eran los datos que te daba el problema.	71%	26%	3%
Se logró identificar cuáles eran las incógnitas (variables no conocidas) que te pedía el problema.	40%	43%	17%
Se entendió por qué elegimos un modelo de línea recta.	74%	14%	11%
Se dedujo las fórmulas necesarias para resolver el problema antes de que la maestra señalara las correctas.	23%	54%	26%
Se logró despejar de forma correcta para llegar al modelo solicitado.	20%	54%	26%
Obtenido el modelo, se logró sustituir correctamente cualquier valor del tiempo y encontrar una velocidad.	69%	11%	20%
Se entendió por qué el modelo sólo era válido para algunos valores de tiempo y velocidad. Obtuviste los límites.	51%	23%	26%
El problema despertó atención e interés.	46%	46%	9%

Tabla 1: Respuestas a encuesta realizada a los alumnos después de la actividad.

Los alumnos entendieron con ayuda de la lectura por qué el modelo obtenido corresponde a una ecuación lineal, por tanto, se podía modelar de esta forma. Sin embargo, no fue claro para la mayoría que con los datos proporcionados en el problema (dos puntos del lugar geométrico) podían obtener la pendiente con la fórmula conocida, para posteriormente usarla y encontrar la ecuación para las condiciones de tiempo y velocidad adecuados (modelo solicitado).

Por otra parte, entendemos que muchas de las dificultades de acceso a la geometría analítica, son las deficiencias en álgebra elemental; en general a los alumnos se les dificulta despejar y encontrar de forma simplificada la ecuación.

Según Gallart, Ferrando y García (2015) es necesario interpretar la solución matemática obtenida en la situación real, haciendo el camino inverso desde el mundo de la matemática al mundo real. Una interpretación interesante en la actividad es la de los límites o acotamientos permitidos del modelo matemático en el mundo real, ya que permite a los alumnos razonar los valores posibles para el uso de su modelo. La mayoría de los alumnos lograron entender por qué su modelo tenía que estar acotado; sin embargo, tuvieron dificultades al encontrar el valor final del tiempo, atribuidas nuevamente a las deficiencias en el álgebra elemental y la solución de ecuaciones de segundo grado.

Finalmente, se pidió más información a los alumnos sobre su experiencia al resolver un problema de modelación. Se les preguntó: ¿cómo te sentiste durante la actividad?, ¿qué fue lo que más se te dificultó en el proceso?, ¿por qué crees que esa parte se te dificultó?, ¿consideras útil resolverlo en parejas?

La mayoría de los alumnos contestaron que se sintieron estresados y confundidos, principalmente porque el ejercicio fue en parejas, lo que causó discusiones y ruido que impidieron concentrarse. Algunos alumnos comentan que lo que más se dificultó para ellos fue el planteamiento del problema. Otros pocos dejaron de intentar y sólo esperaron a que alguien más tuviera la respuesta para copiarla, pues se sintieron poco interesados.

Una parte del grupo se sintió motivado a resolver el problema porque sintieron útil lo que habían aprendido de matemática.

Aunque la mayor parte del grupo trabajó bien en la actividad, como docente fue difícil lograr que los alumnos tuvieran ideas propias que los llevaran a la solución del problema, desde la interpretación de la lectura, los datos, el tema y la fórmula matemática necesaria para resolverlo.

5. CONCLUSIONES

Según algunos investigadores (Biembengut y Hein, 2004; Ferreira y Burak, 2005), encontrar un modelo matemático requiere de conocimientos previos de parte del profesor y de los alumnos; además estos conocimientos pueden ser matemáticos como no matemáticos, también mucha creatividad y habilidad para interpretar problemas. Así pues, por ser un problema de física una parte del grupo intentó resolverlo con fórmulas conocidas de la caída libre, a pesar de que no tenían los datos requeridos para resolver el problema por ese medio. Esto nos lleva a concluir que los alumnos están más acostumbrados a querer sustituir en fórmulas dadas por el profesor que pensar en una manera de obtener la fórmula (modelo matemático) que el profesor le está pidiendo.

Al realizar la actividad de la caída libre, la dificultad para el docente fue redactar el problema de tal forma que la cantidad de información fuera suficiente para que los alumnos pudieran razonarlo y no demasiada para distraerlos del objetivo. Para que el docente ponga en práctica el trabajo de modelación debe dedicar más tiempo a la planeación de su clase, así como estar involucrado con otros temas científicos y sociales. Esto llega a desmotivar a algunos docentes que pueden carecer de tiempo al atender varios grupos; sin embargo, es un trabajo que se va haciendo más sencillo con la experiencia de llevarlo al aula cada año.

No todos los alumnos pudieron plantear el problema por sí solos pues al ser un problema que estudian más en sus clases de física, se les dificultó encontrar la relación que tenía la geometría analítica, sin poder entender que se les estaban dando dos puntos de un plano cartesiano para obtener una ecuación lineal. Esto nos lleva a reflexionar sobre las competencias que pierde un alumno si nunca se le exige razonar y sólo se le enseña a utilizar fórmulas y algoritmos que muchas veces no entienden.

Un reto para el profesor de matemática es mantener el interés de sus alumnos, que evita distracciones y, a la larga, malos resultados. Se rescata de la actividad que más del 90% de los estudiantes se sintieron interesados al resolver el problema, lo que permite se involucren en la clase, discutan con sus compañeros, reflexionen lo qué están haciendo y se comprometan con lo que deben aprender.

Por consiguiente, consideramos que el uso de la modelación conlleva un mayor esfuerzo por parte del docente y del estudiante. Sin embargo, realizar estos problemas enriquece la clase de matemáticas, pues el estudiante da significado a los objetos matemáticos que se necesitan aprender.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bassanezi, R. C., y Biembengut, M. S. (1997). Modelización matemática: Una antigua forma de investigación- un nuevo método de enseñanza. *Números, Revista de didáctica de las matemáticas*, *32*, 13- 25.

Biembengut, M., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, *16*(2), 106-125.

Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., y Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática, 18*(2), 37-74.

Ferreira, S. A. V., y Burak, D. A. (2005). Modelagem matemática: uma alternativa de ensino aprendizagem da matemática. *IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - IV CNMEM.*

Flores, A. H., y Gómez, R. A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*, *21*(2), 117-142.

Flores, A. H., y Gómez, R. A. (2012). La modelación matemática y la enseñanza de las cónicas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26,* Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 1117-1182.

Gallart, P. C., Ferrando, I., y García, R. L. M. (2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números; Revista de didáctica de las matemáticas, 88*, 93-103.

Polya, G. (2014). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Quiroz, S., y Rodríguez, R. (2013). Análisis de concepciones sobre modelación matemática en docentes de formación de educación básica. *Formación de profesionales en Matemática Educativa; Memoria de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa,* 2-9.